

# 大規模組合せ最適化問題に対する 複数の近傍を用いた探索手法

大阪工業大学 工学部  
電気電子システム工学科

重弘 裕二    増田 達也

# 背景

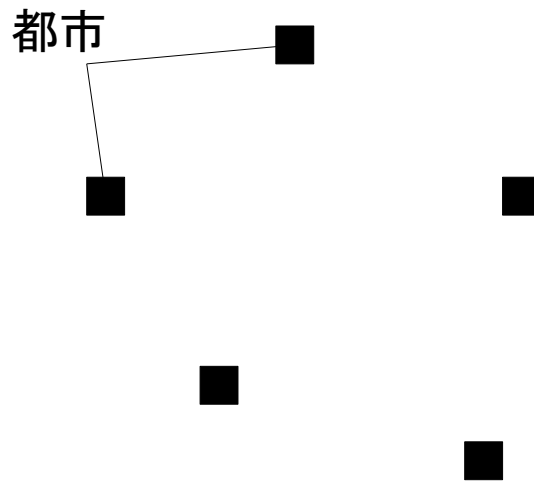
- 組合せ最適化問題
  - 設計、スケジューリング、割り当て、...
  - NP 困難 (厳密に最適な解を求めるのは難しい)
- 最適化手法
  - 近傍操作に基づく解探索
    - 従来手法
      - 局所探索法、Simulated Annealing、Tabu 探索法、...
    - 提案手法 (確率論的観点 (!?) から...)
  - その他
    - 遺伝的アルゴリズム、...

# 背景

- 組合せ最適化問題
  - 設計、スケジューリング、割り当て、...
  - NP 困難 (厳密に最適な解を求めるのは難しい)
- 最適化手法
  - 近傍操作に基づく解探索
    - 従来手法
      - 局所探索法、Simulated Annealing、Tabu 探索法、...
    - 提案手法 (確率論的観点 (!?) から...)
  - その他
    - 遺伝的アルゴリズム、...

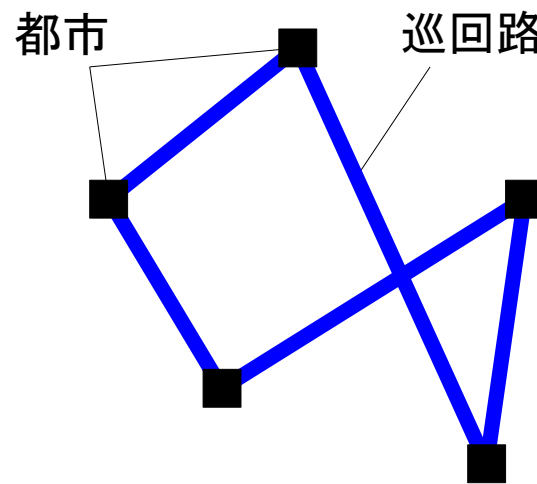
# 組合せ最適化問題

- (例) 巡回セールスマン問題
  - 都市の位置が与えられたとき、



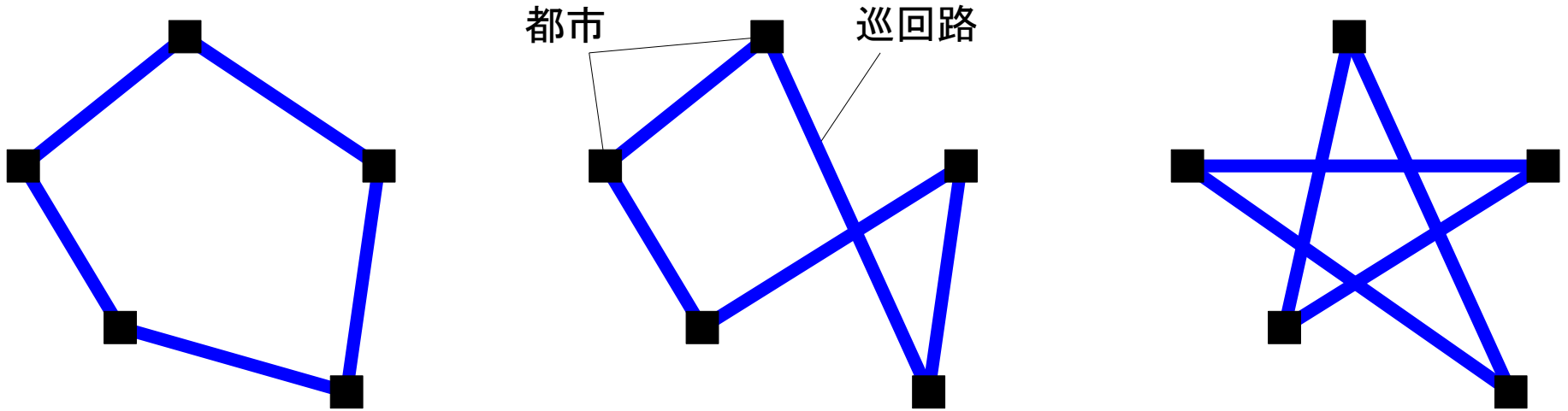
# 組合せ最適化問題

- (例) 巡回セールスマン問題
  - 都市の位置が与えられたとき、全ての都市を通る巡回路



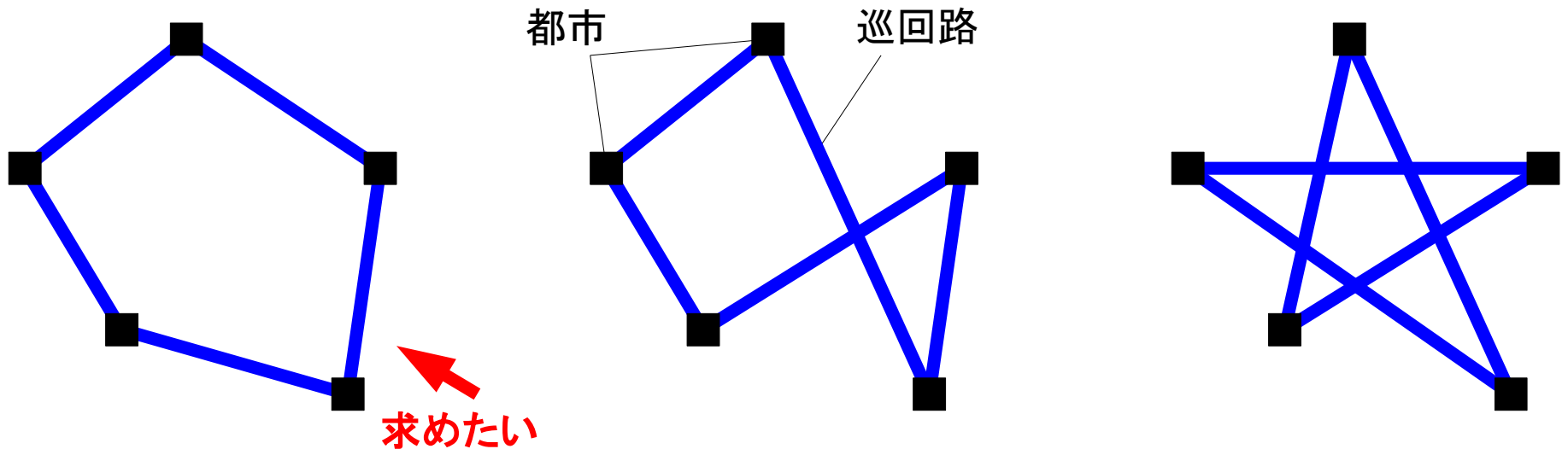
# 組合せ最適化問題

- (例) 巡回セールスマン問題
  - 都市の位置が与えられたとき、全ての都市を通る巡回路の中で、



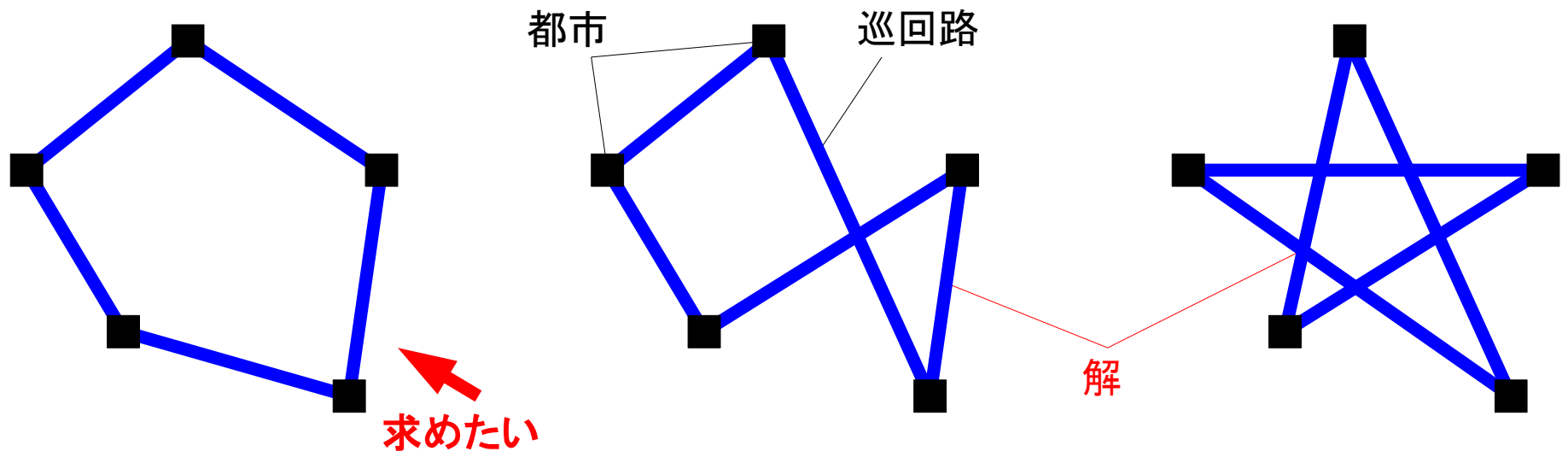
# 組合せ最適化問題

- (例) 巡回セールスマン問題
  - 都市の位置が与えられたとき、全ての都市を通る巡回路の中で、なるべく長さの短いものを求めたい



# 組合せ最適化問題

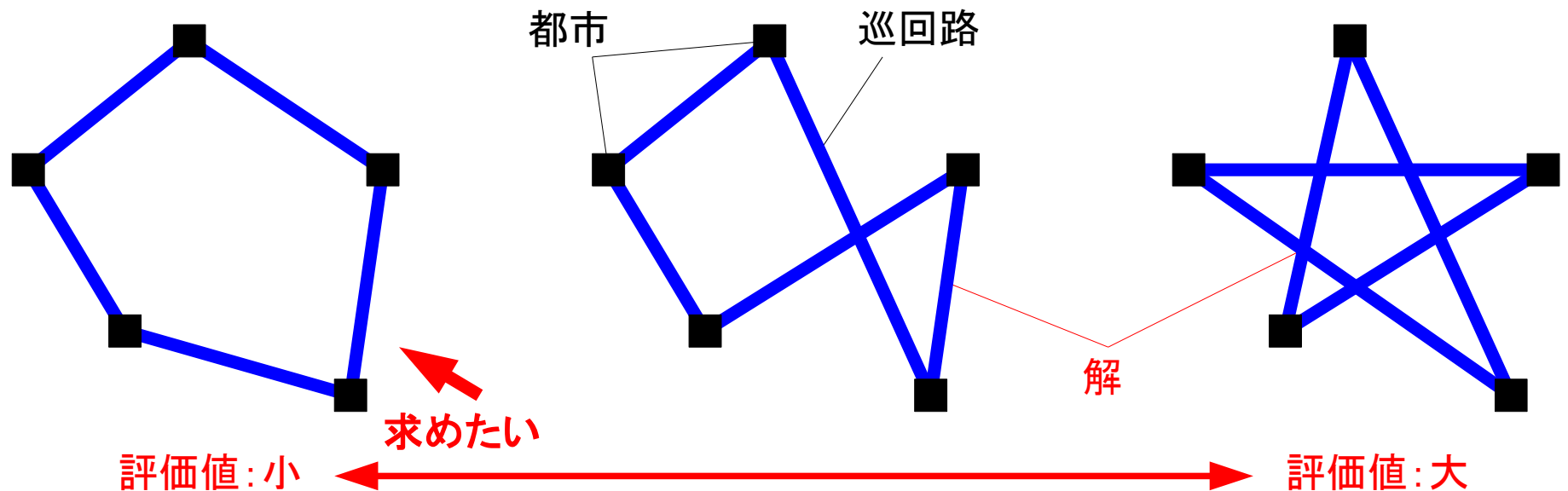
- (例) 巡回セールスマン問題
  - 都市の位置が与えられたとき、全ての都市を通る巡回路の中で、なるべく長さの短いものを求めたい
  - **解**: 巡回路





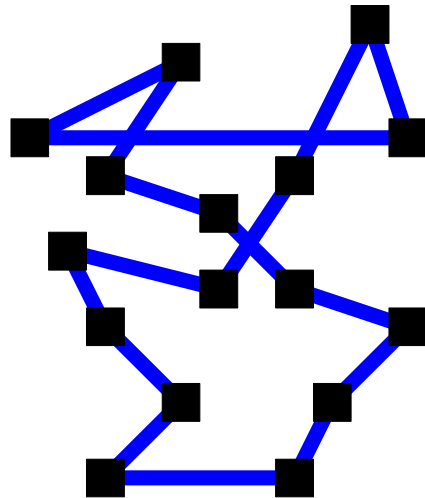
# 組合せ最適化問題

- (例) 巡回セールスマン問題
  - 都市の位置が与えられたとき、全ての都市を通る巡回路の中で、なるべく長さの短いものを求めたい
  - **解**: 巡回路
  - **評価値**: 巡回路の長さ



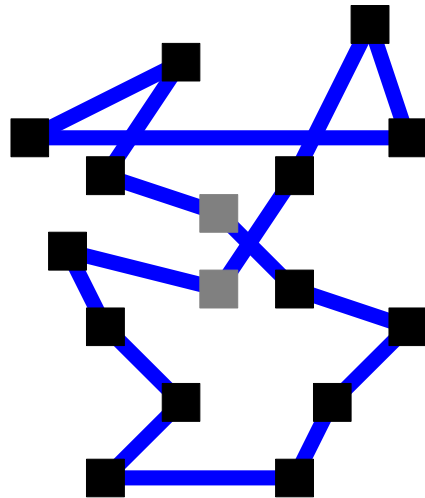
# 近傍操作

- 定められた手続きに従って解の一部を変更



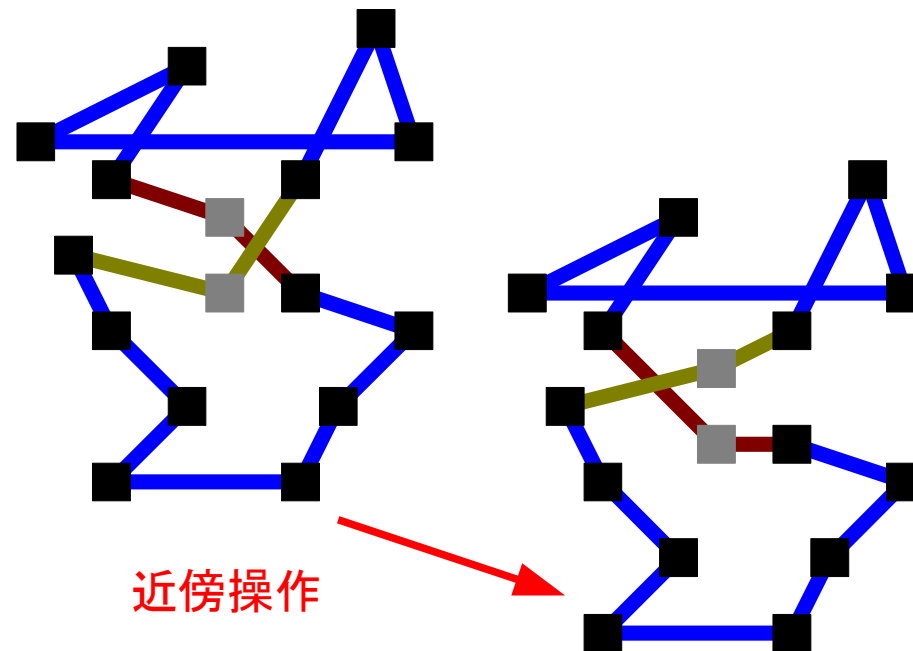
# 近傍操作

- 定められた手続きに従って解の一部を変更
  - (例)ランダムに2つの都市を選んで



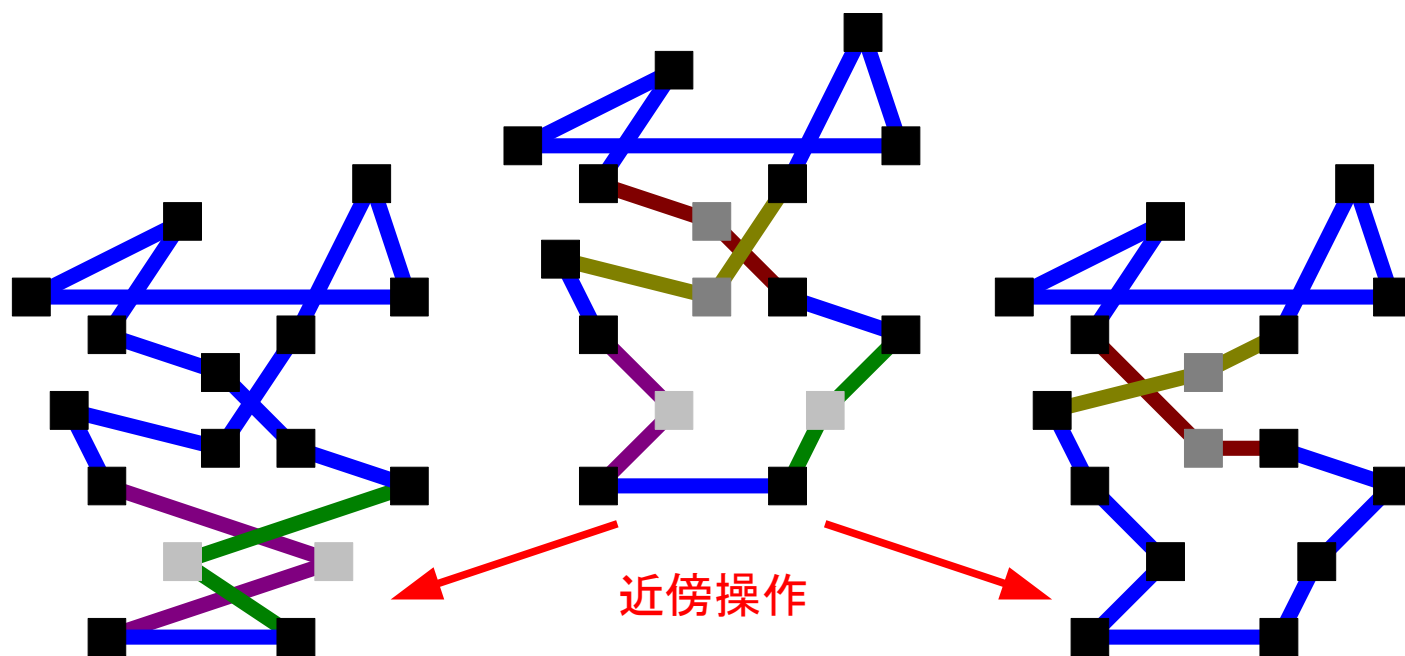
# 近傍操作

- 定められた手続きに従って解の一部を変更
  - (例) ランダムに2つの都市を選んで入れ替える



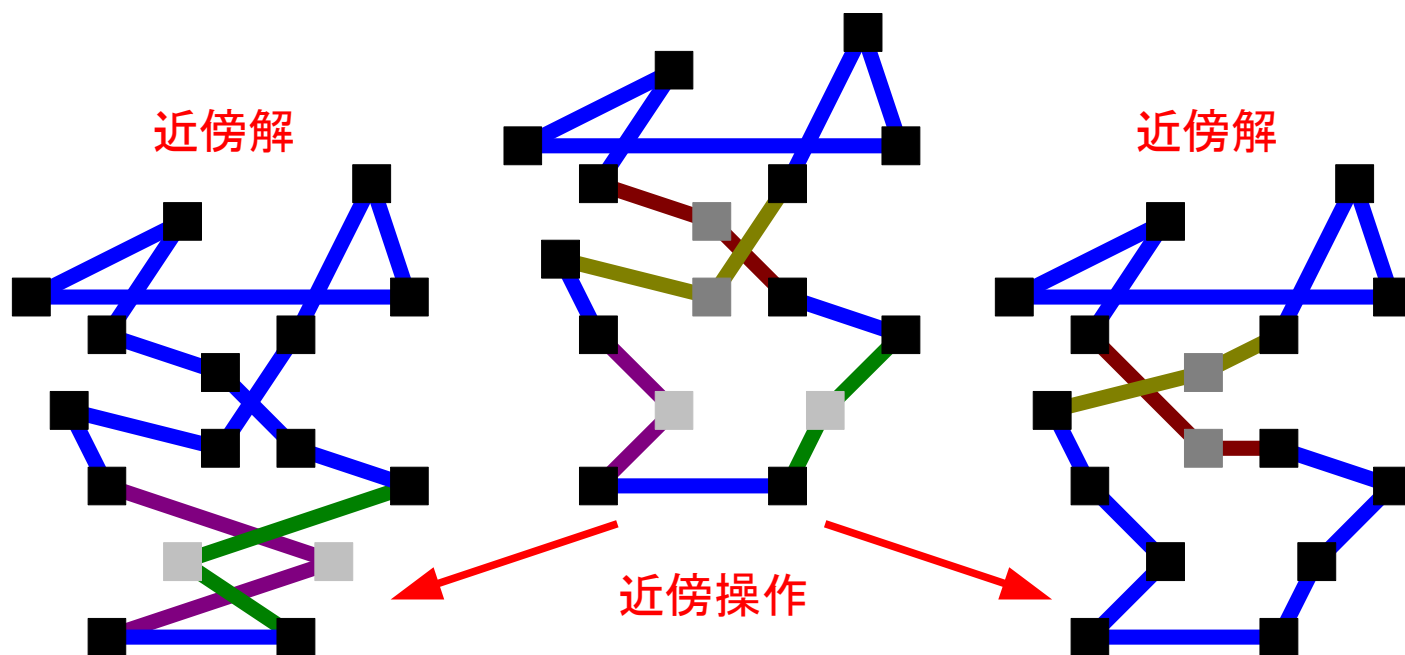
# 近傍操作

- 定められた手続きに従って解の一部を変更
  - (例) ランダムに2つの都市を選んで入れ替える



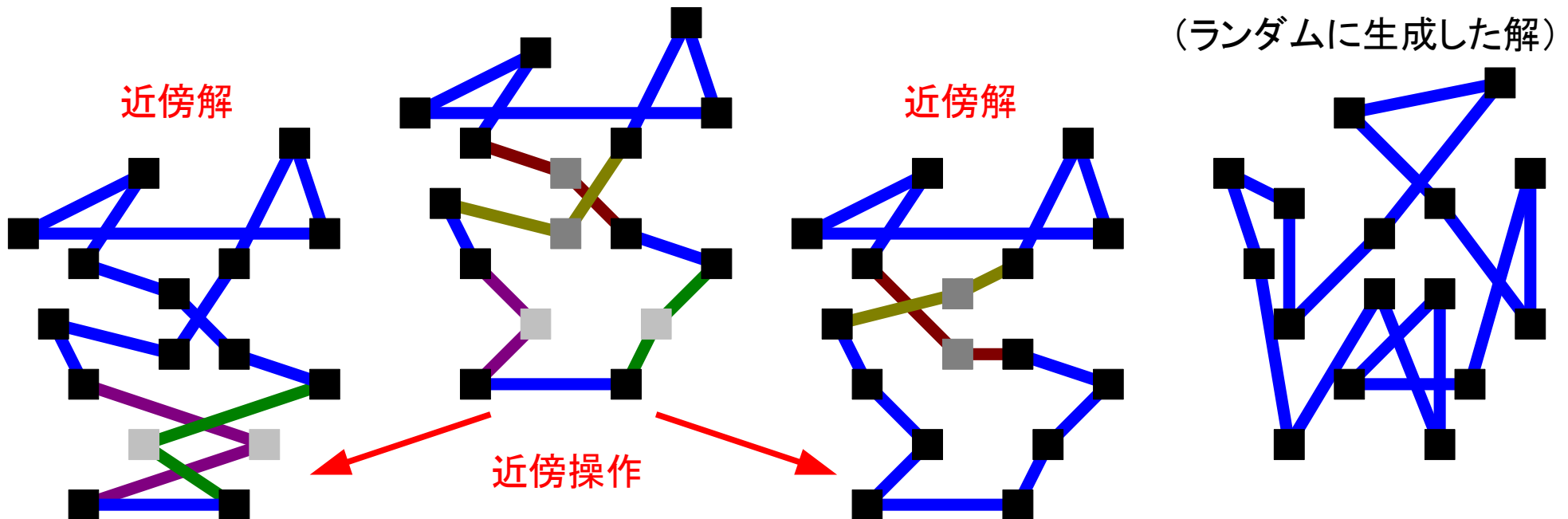
# 近傍操作

- **定められた手続き**に従って解の**一部**を変更
  - (例)ランダムに2つの都市を選んで入れ替える
- **近傍解**: 近傍操作により得られた解



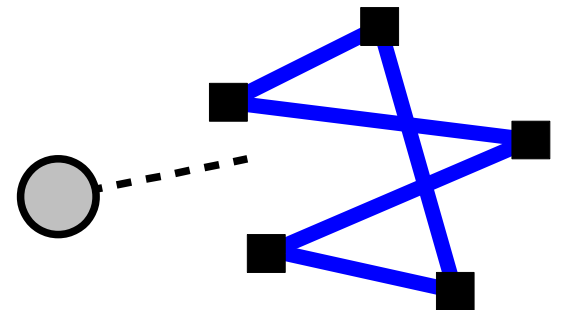
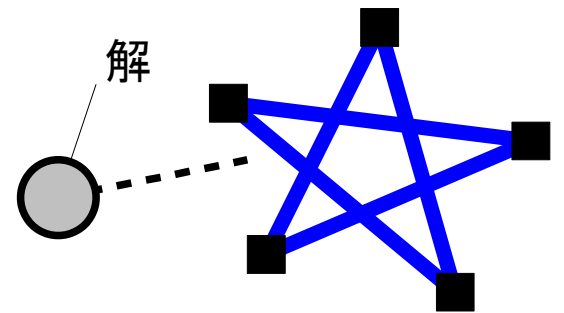
# 近傍操作

- 定められた手続きに従って解の一部を変更
  - (例)ランダムに2つの都市を選んで入れ替える
- 近傍解: 近傍操作により得られた解
- 評価値の差が小さい解を生成可能



# 近傍操作に基づく解探索

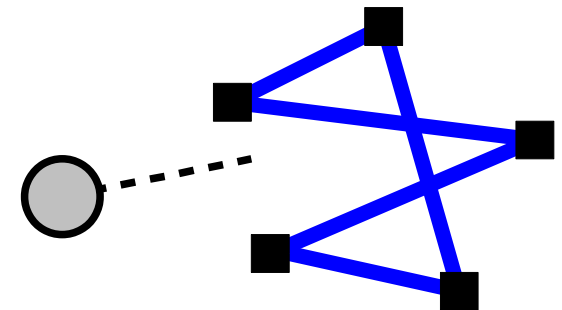
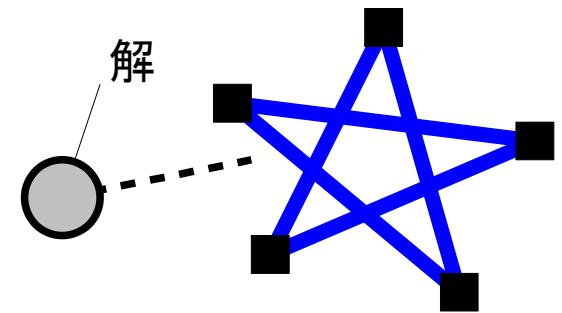
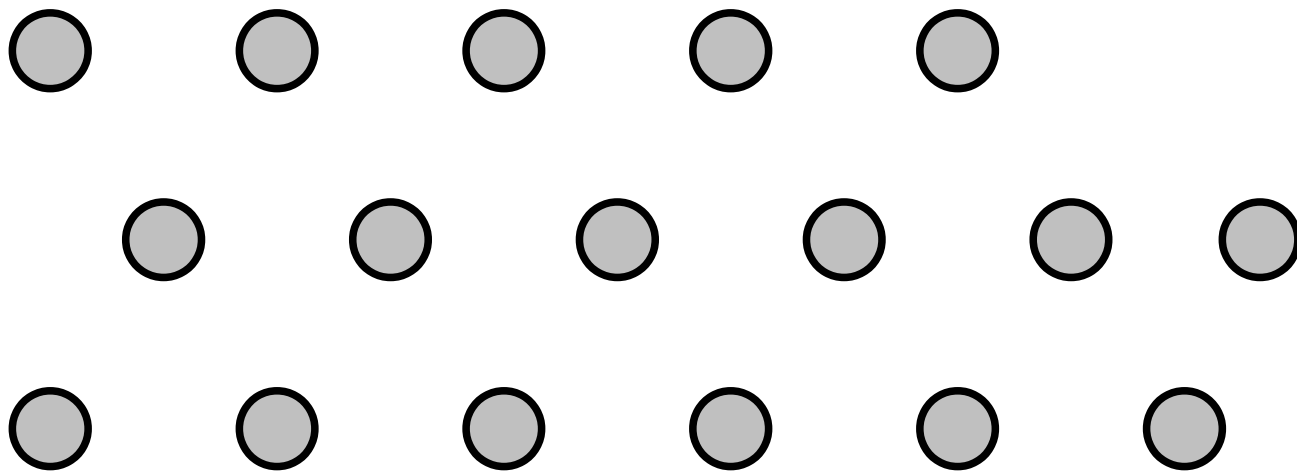
- 限られた手続きを用いて評価値の小さな解を探索





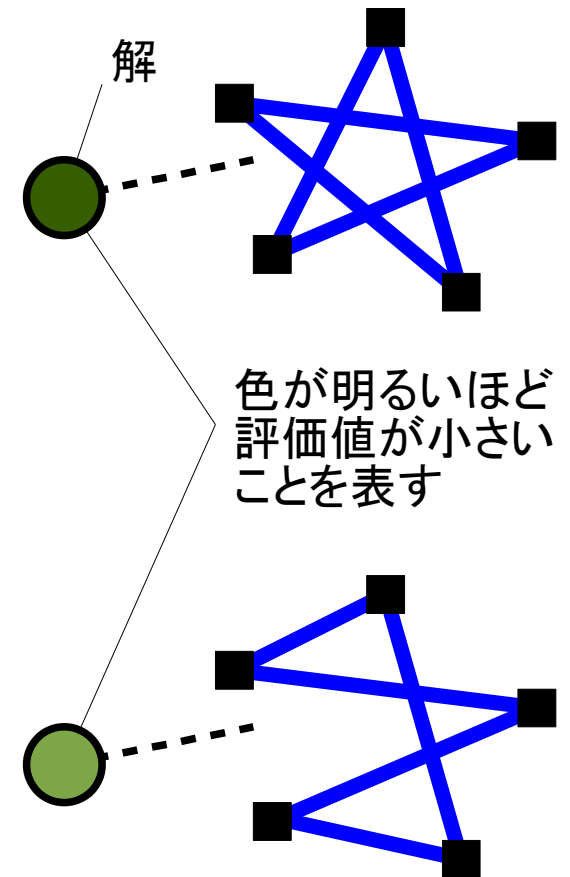
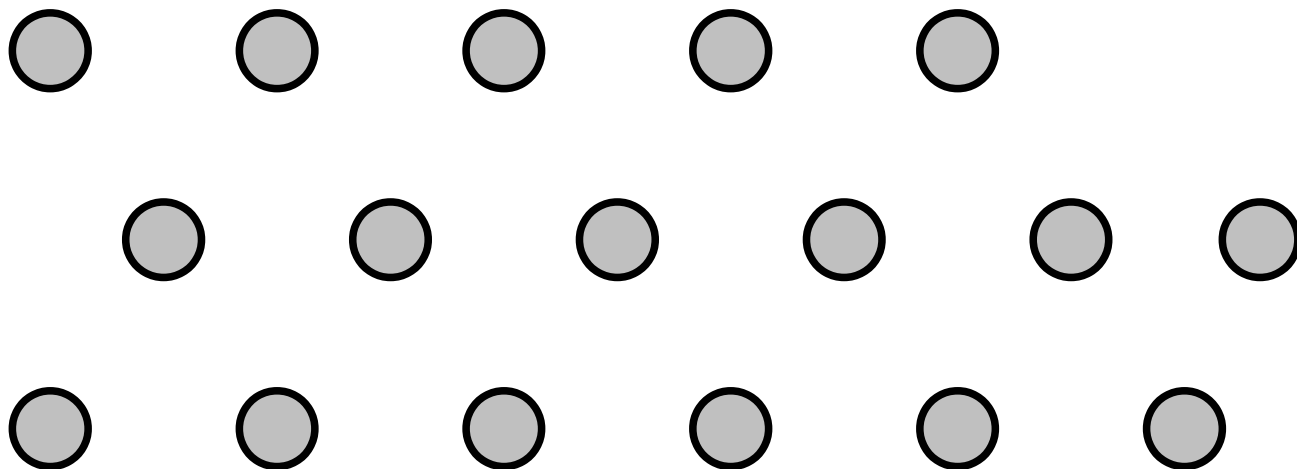
# 近傍操作に基づく解探索

- 限られた手続きを用いて評価値の小さな解を探索
  - ランダムな解を生成



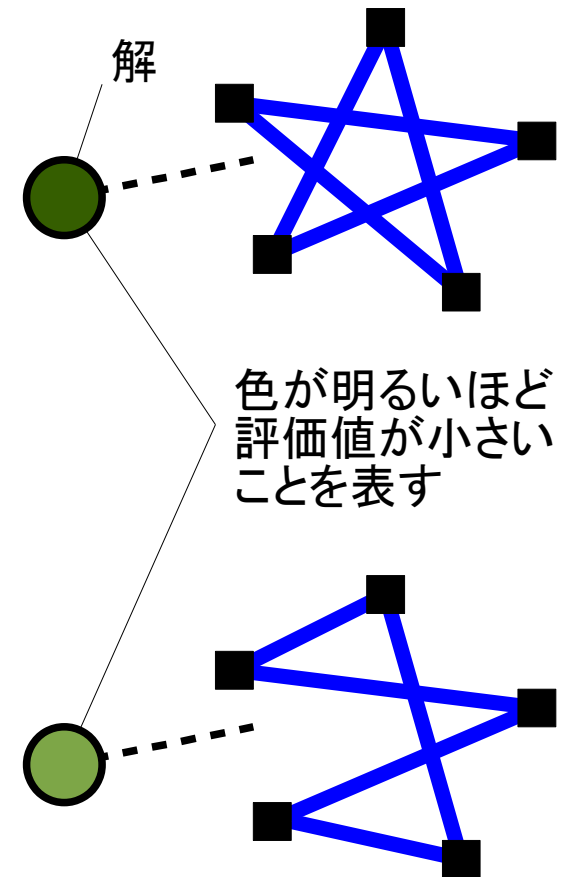
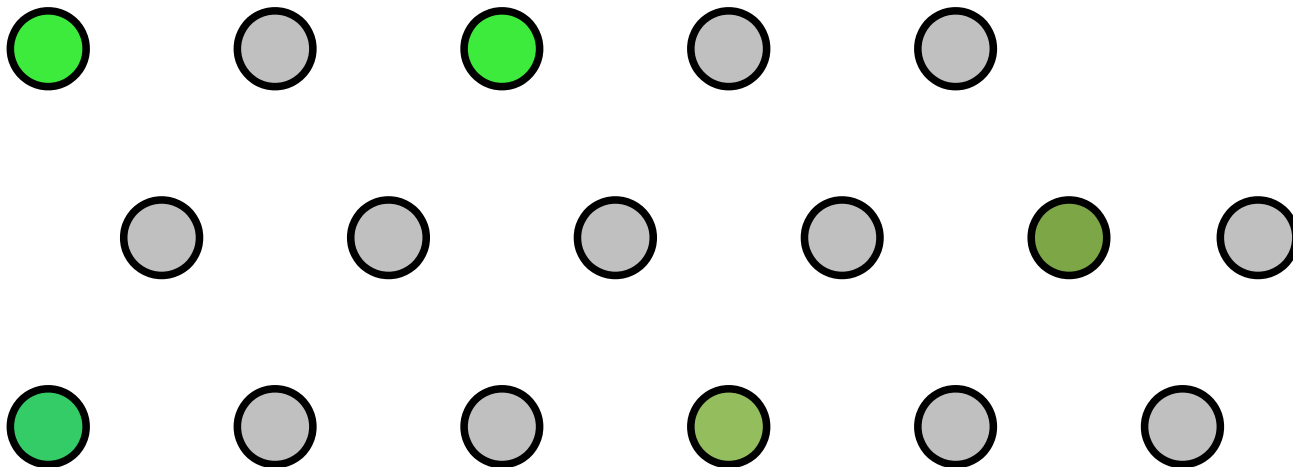
# 近傍操作に基づく解探索

- **限られた手続きを用いて** 評価値の小さな解を探索
  - ランダムな解を生成
  - 解を評価 (評価値を求める)



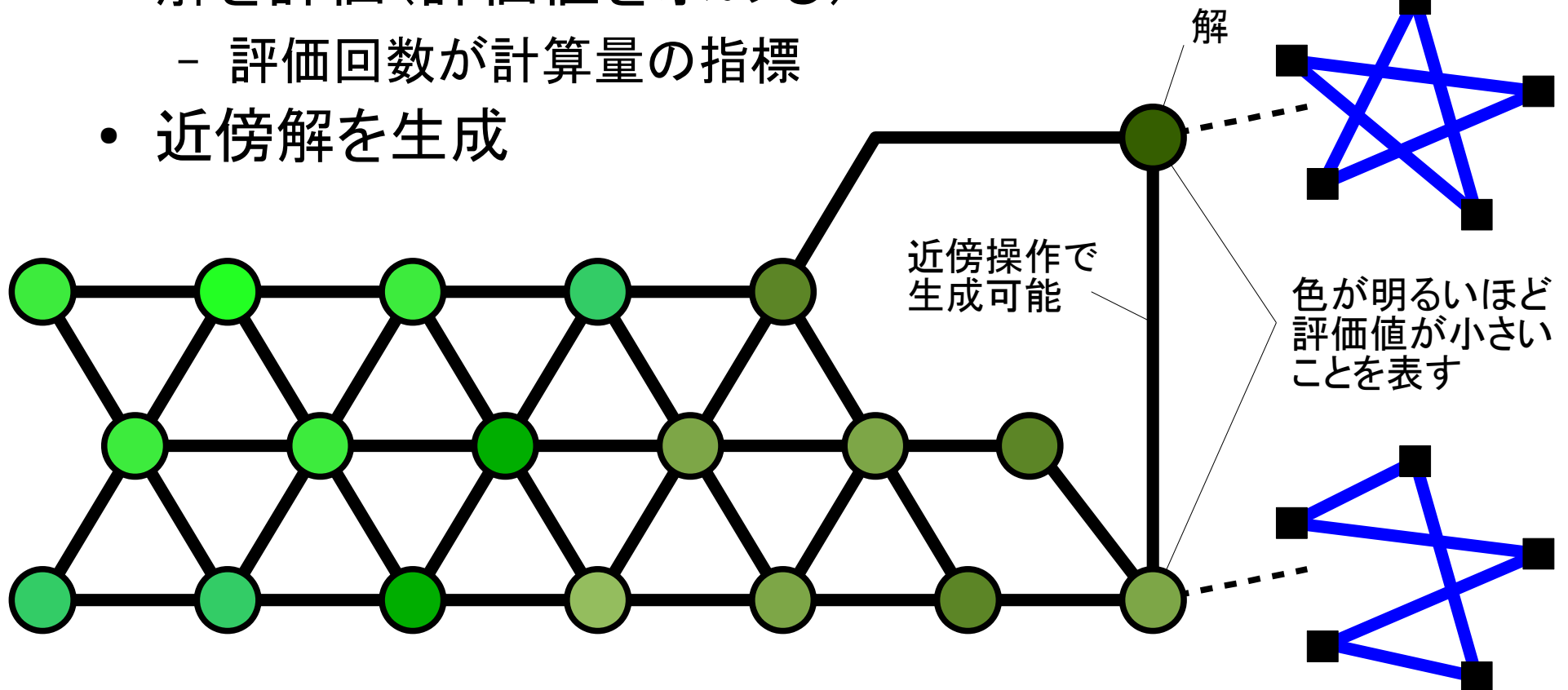
# 近傍操作に基づく解探索

- **限られた手続きを用いて**評価値の小さな解を探索
  - ランダムな解を生成
  - 解を評価(評価値を求める)
    - 評価回数が計算量の指標



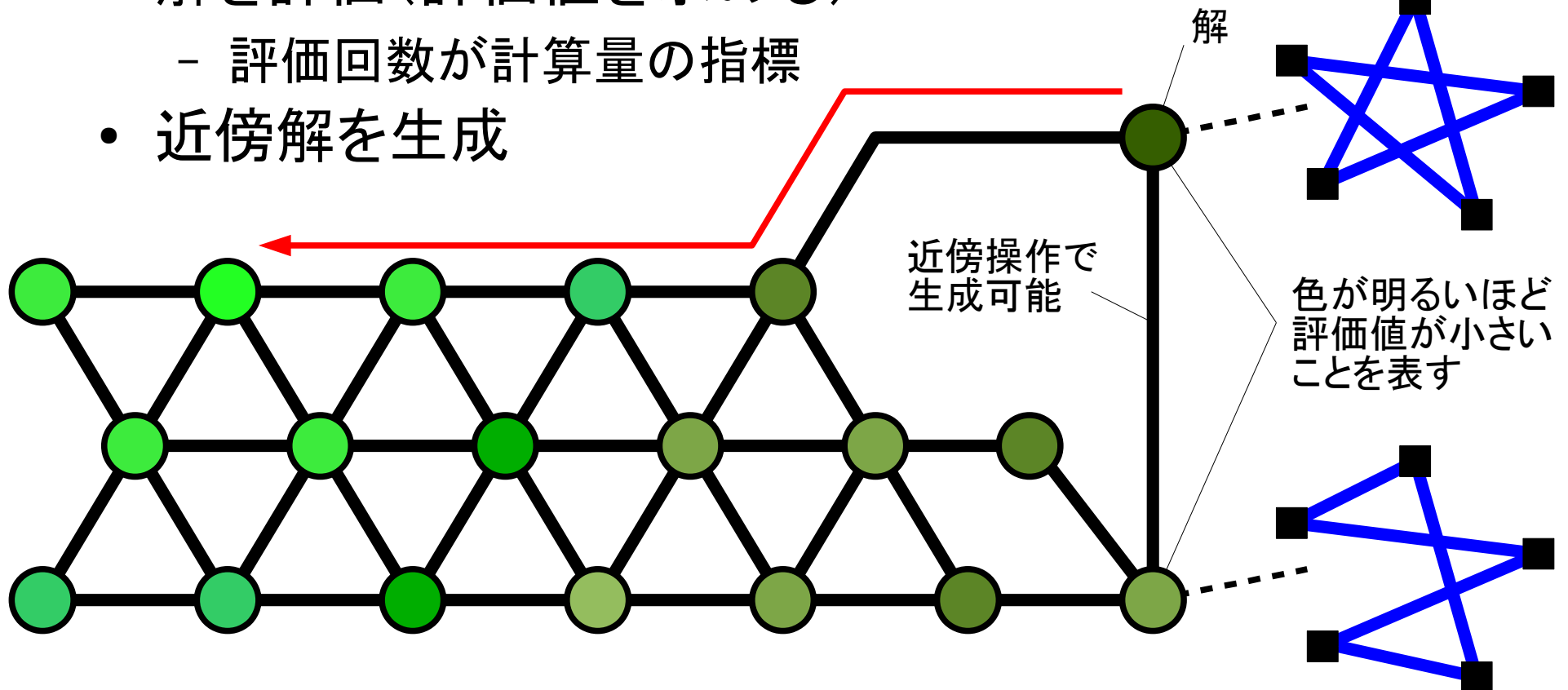
# 近傍操作に基づく解探索

- **限られた手続きを用いて** 評価値の小さな解を探索
  - ランダムな解を生成
  - 解を評価 (評価値を求める)
    - 評価回数が計算量の指標
  - 近傍解を生成



# 近傍操作に基づく解探索

- **限られた手続きを用いて**評価値の小さな解を探索
  - ランダムな解を生成
  - 解を評価(評価値を求める)
    - 評価回数が計算量の指標
  - 近傍解を生成



# 従来手法

- 限られた評価回数で、より評価値の小さな解を
- 局所探索法
  - わかりやすい。これで十分な場合は問題ないが...
- メタヒューリスティックス(発見的解法)
  - Simulated Annealing、Tabu 探索法、...
  - アルゴリズムはそれで良いのか? なぜ!?
  - パラメータはそれで良いのか? なぜ!?
    - 冷却スケジュール、タブリスト等
  - もちろん、有用性は重要だけど...
- もっと**数理的にきちんと(?)考えるべきでは!!**

# 提案手法

- 近傍解改善量
  - 近傍解(近傍操作)により評価値が改善される量
- 近傍操作を再定義
  - 単位近傍操作の反復
- 最良解改善量
  - 暫定最良解の評価値が改善される量
    - 暫定最良解: 解探索の過程において、その時点で最も良い解
- 探索手順
  - まずは局所探索法の枠組みの中で

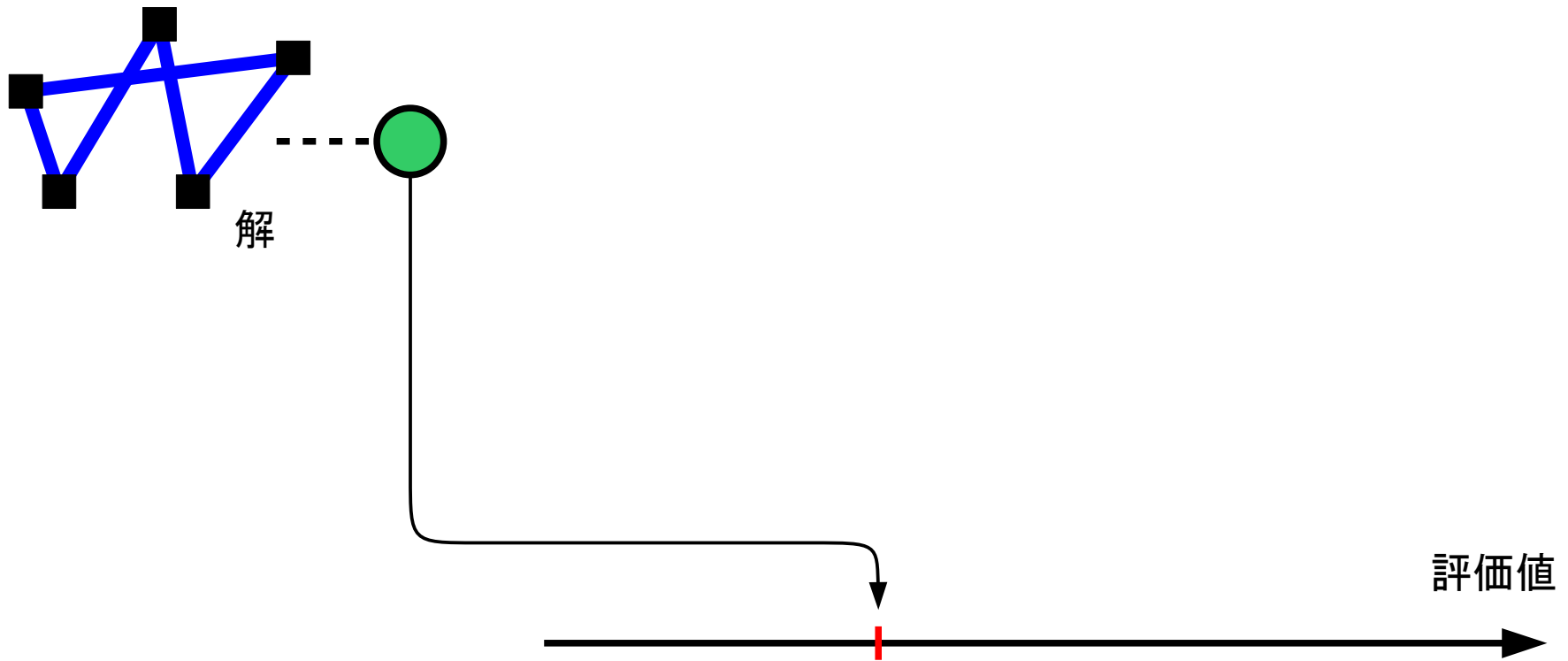
# 提案手法

- 近傍解改善量
  - 近傍解(近傍操作)により評価値が改善される量
- 近傍操作を再定義
  - 単位近傍操作の反復
- 最良解改善量
  - 暫定最良解の評価値が改善される量
    - 暫定最良解: 解探索の過程において、その時点で最も良い解
- 探索手順
  - まずは局所探索法の枠組みの中で



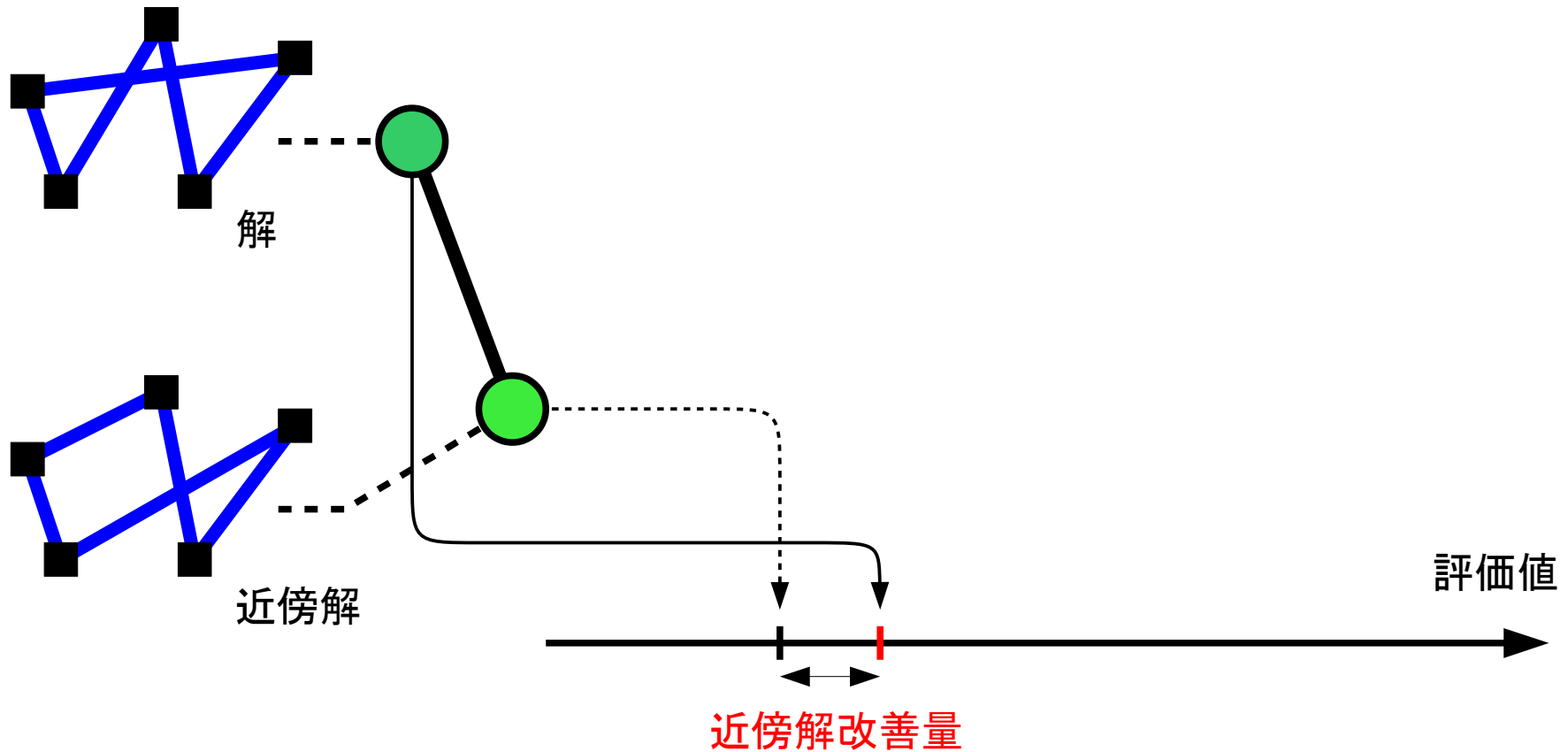
# 近傍解改善量

- 元の解と



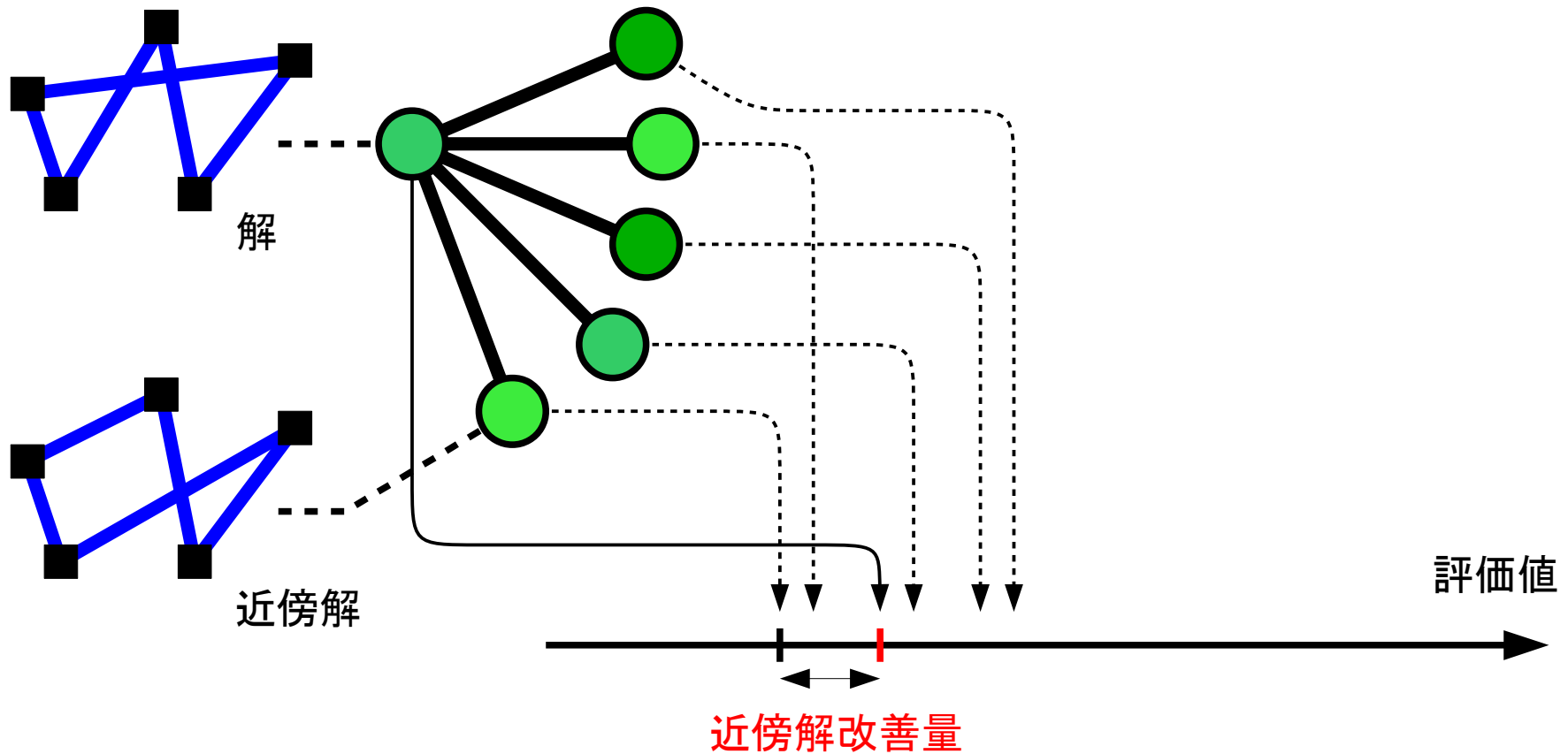
# 近傍解改善量

- 元の解と近傍解の評価値の差



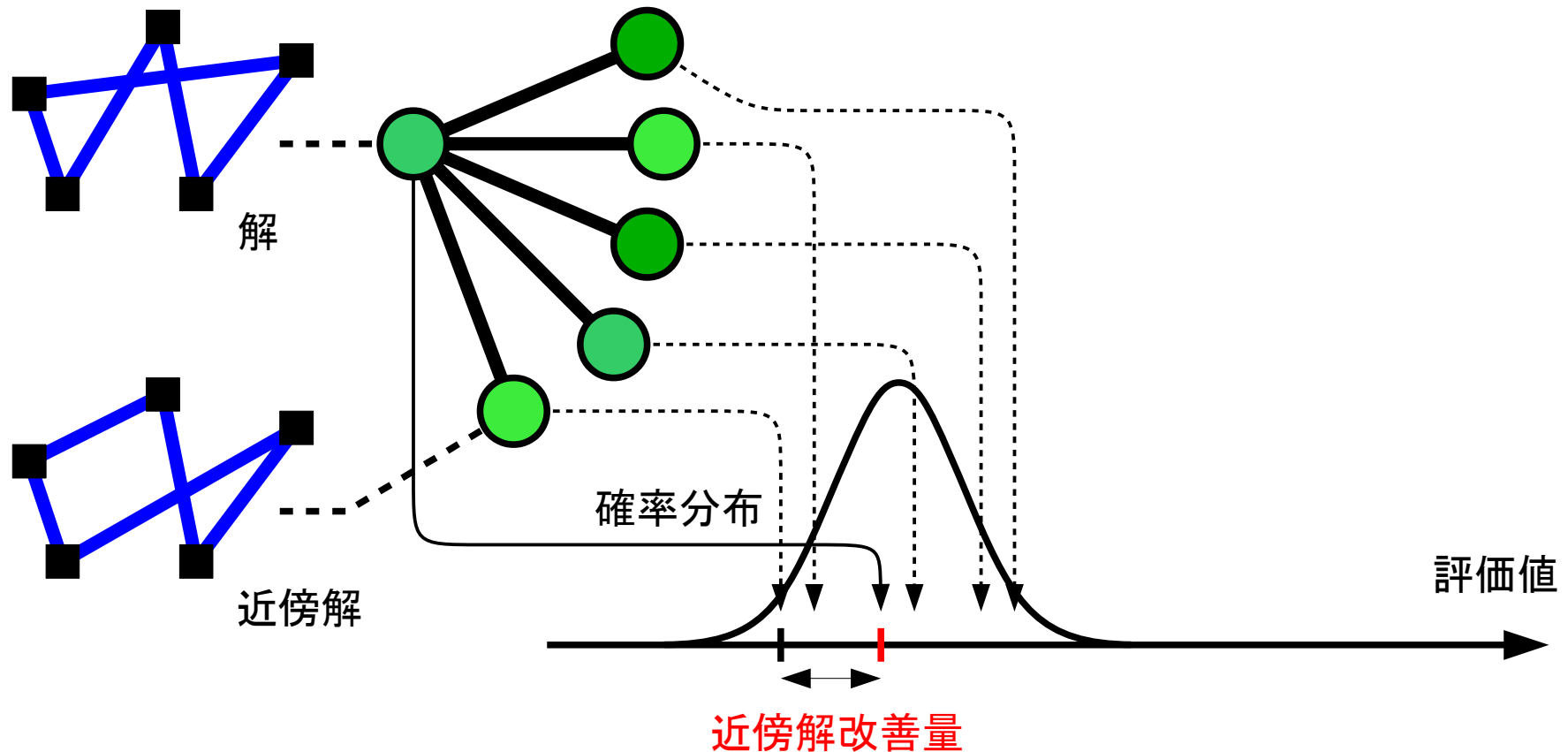
# 近傍解改善量

- 元の解と近傍解の評価値の差



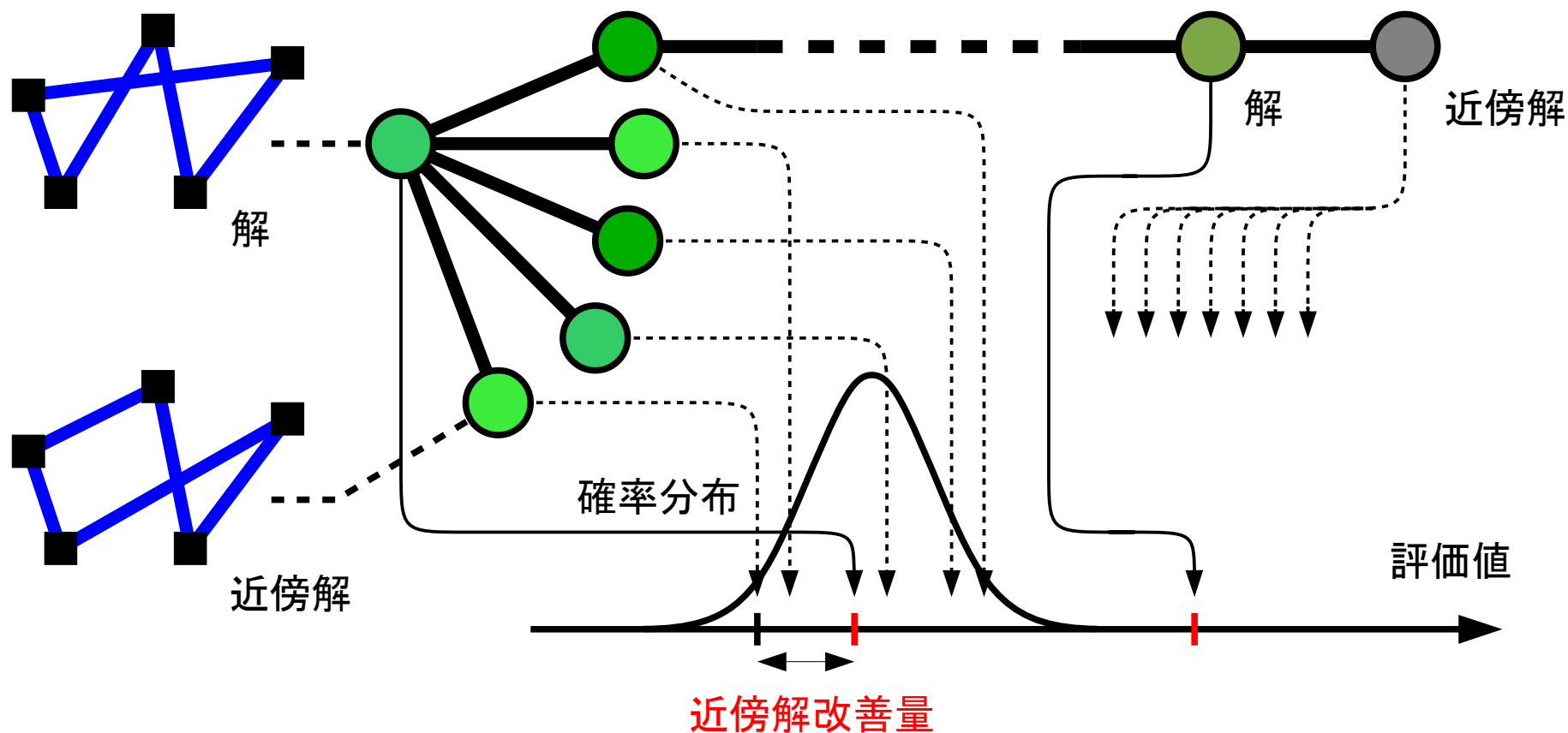
# 近傍解改善量

- 元の解と近傍解の評価値の差
- (仮定) 正規分布



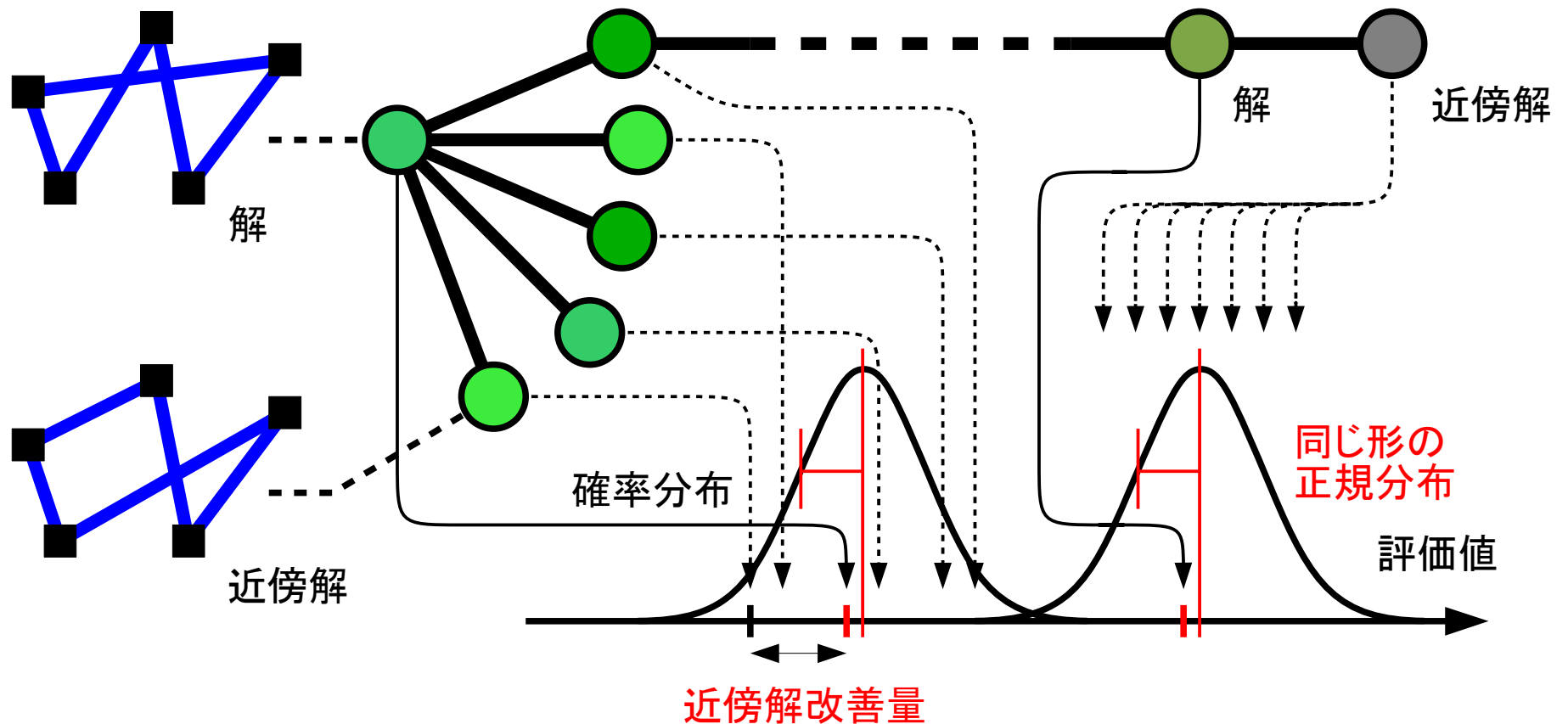
# 近傍解改善量

- 元の解と近傍解の評価値の差
- (仮定) 正規分布



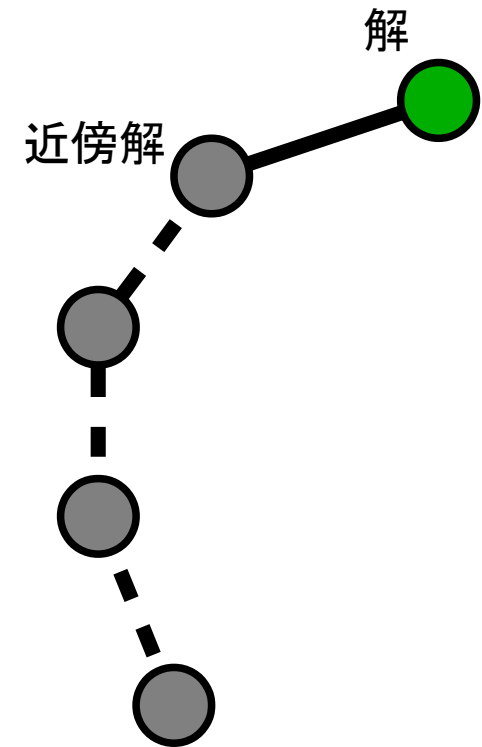
# 近傍解改善量

- 元の解と近傍解の評価値の差
- (仮定) 正規分布 / 平均と標準偏差が一定



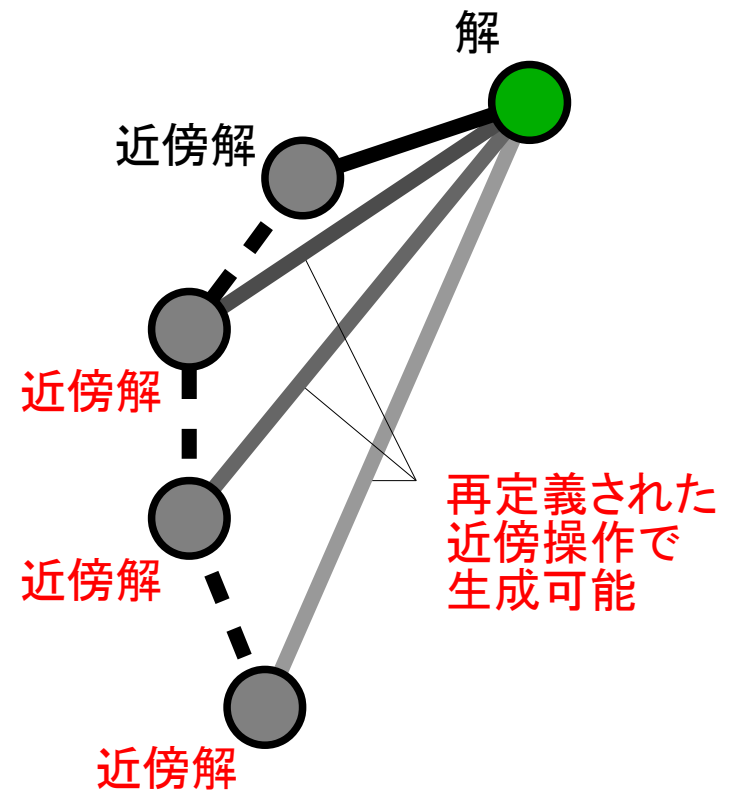
# 近傍操作を再定義

- 「単位近傍操作の反復」



# 近傍操作を再定義

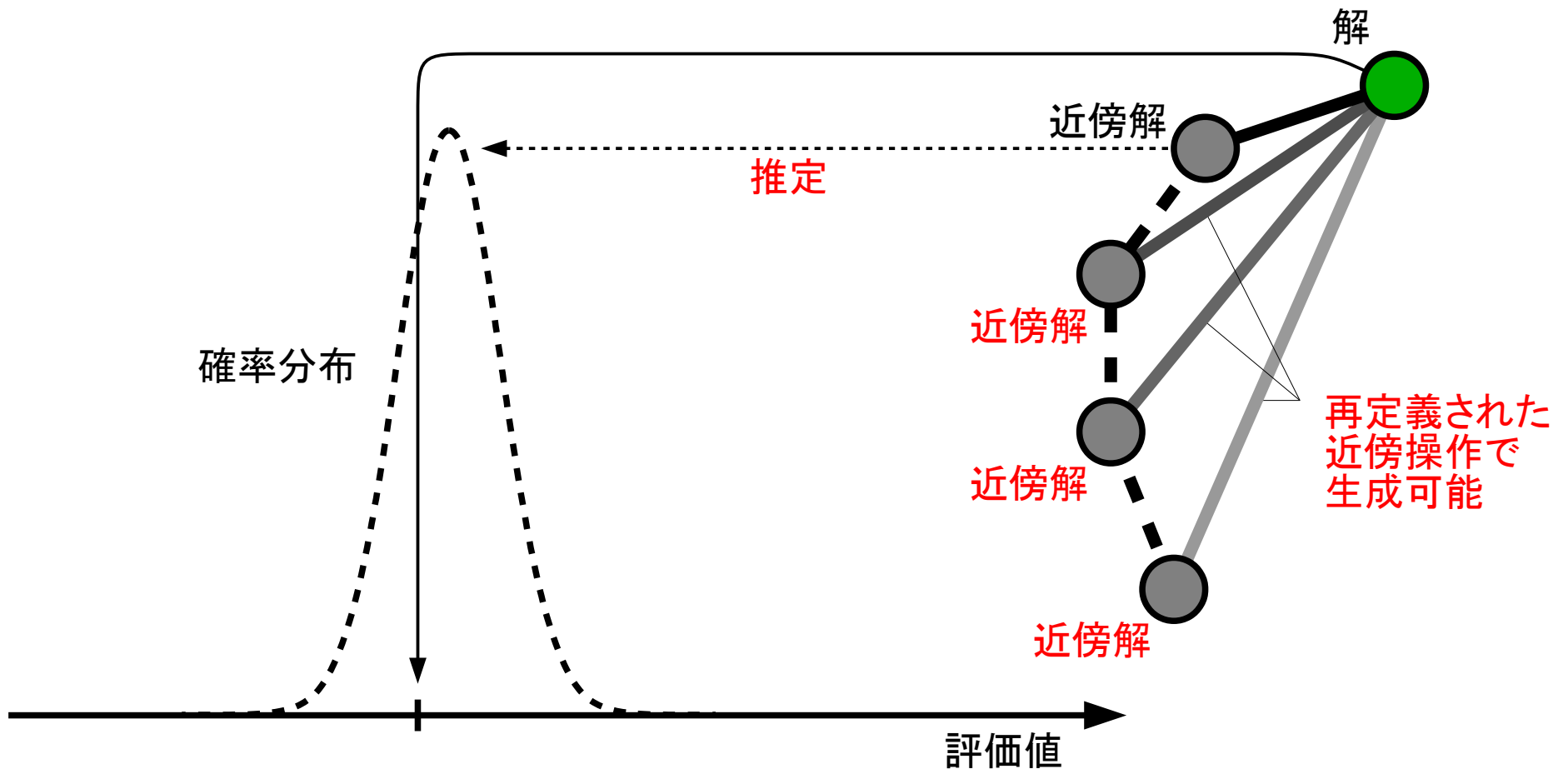
- 「**単位近傍操作の反復**」を近傍操作と再定義





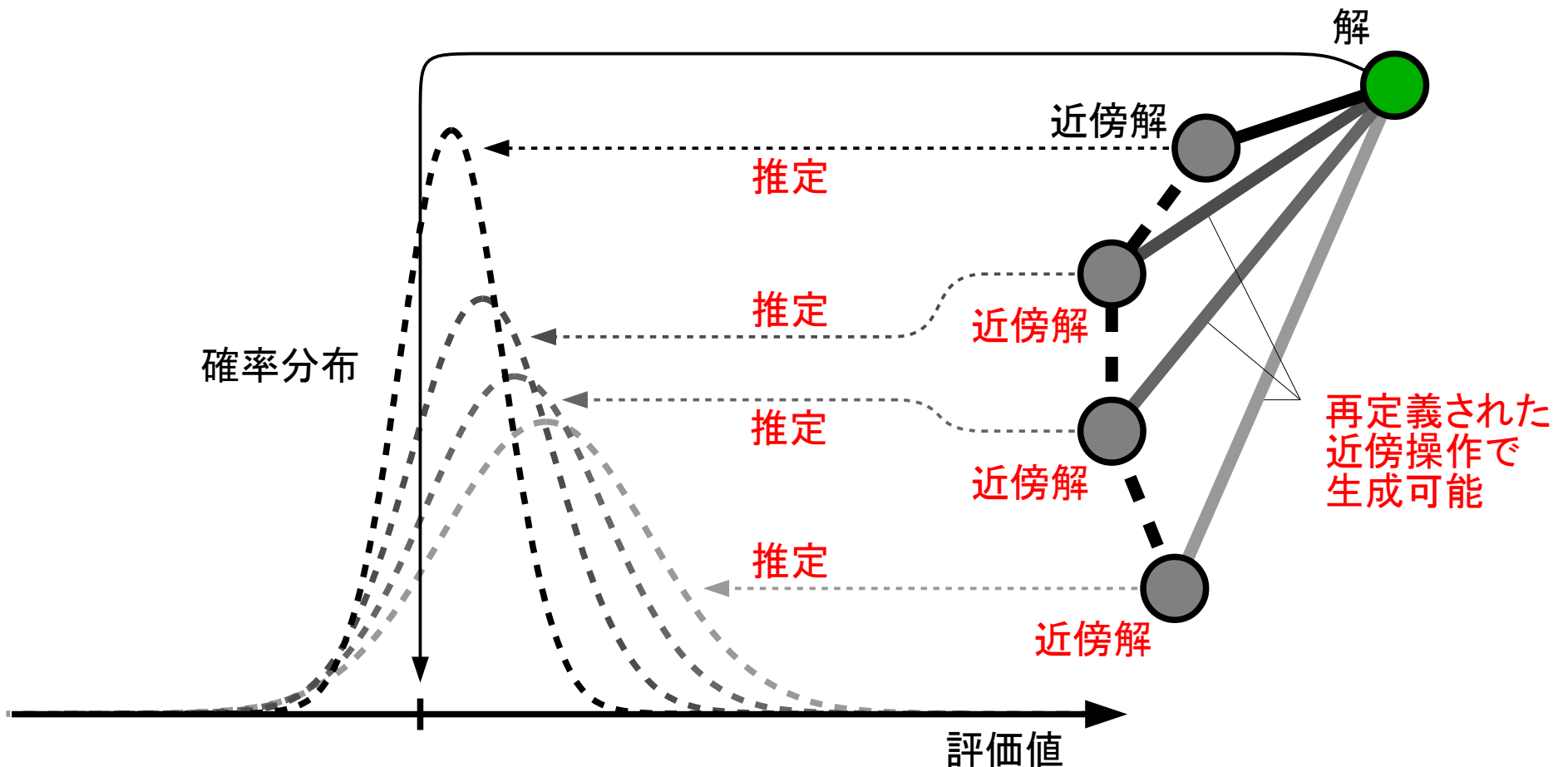
# 近傍操作を再定義

- 「**単位近傍操作の反復**」を近傍操作と再定義



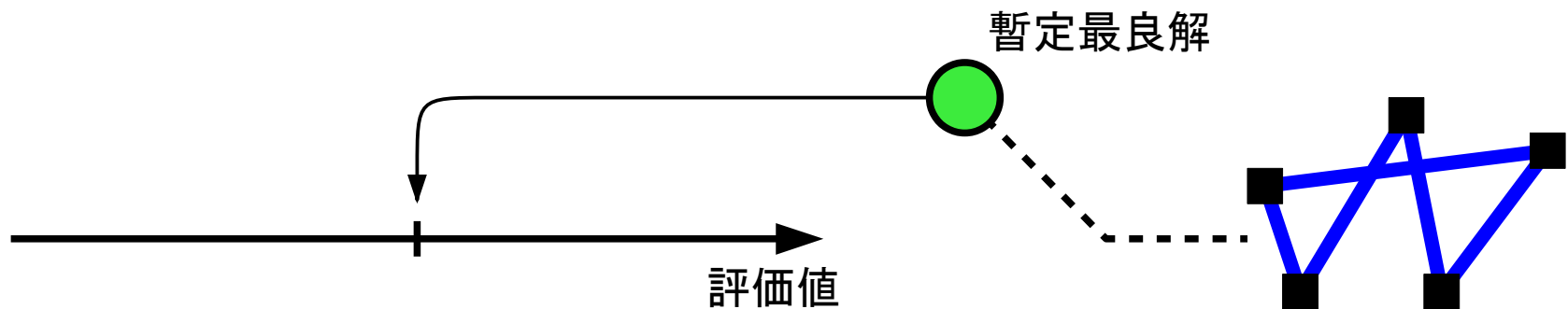
# 近傍操作を再定義

- 「**単位近傍操作の反復**」を近傍操作と再定義
- 近傍解の評価値の**確率分布を推定**



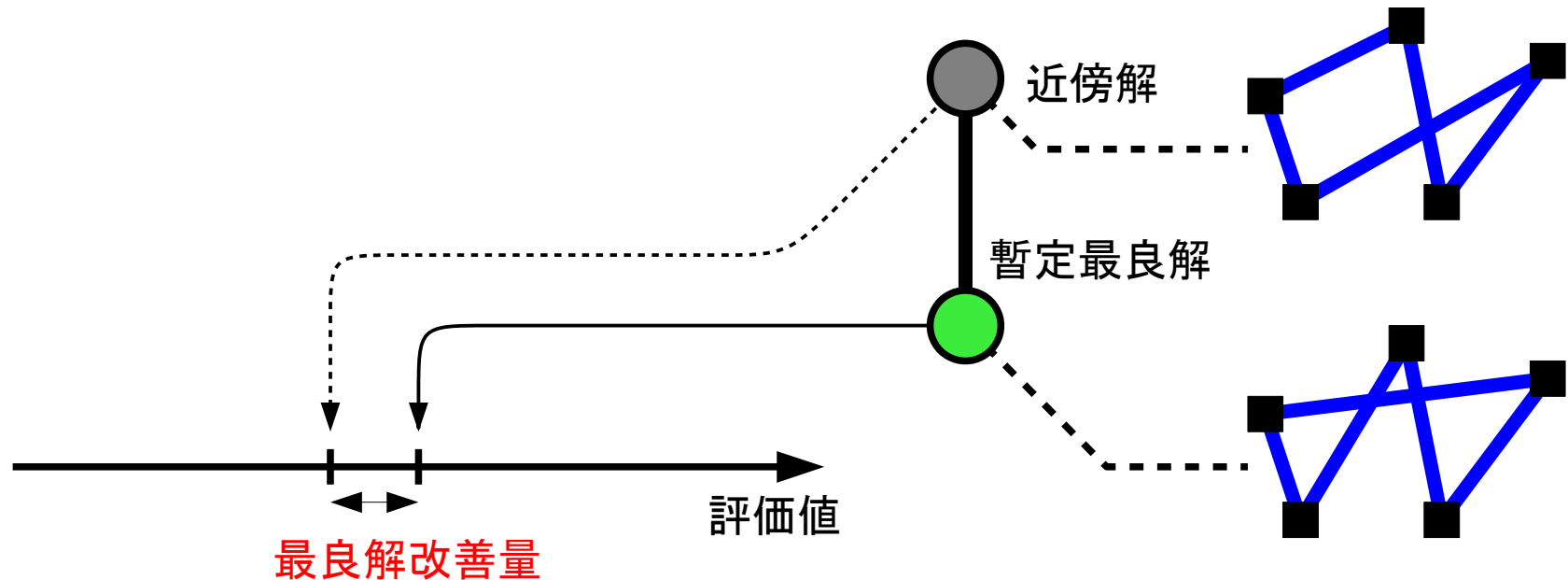
# 最良解改善量

- 近傍操作前後の暫定最良解の評価値の差



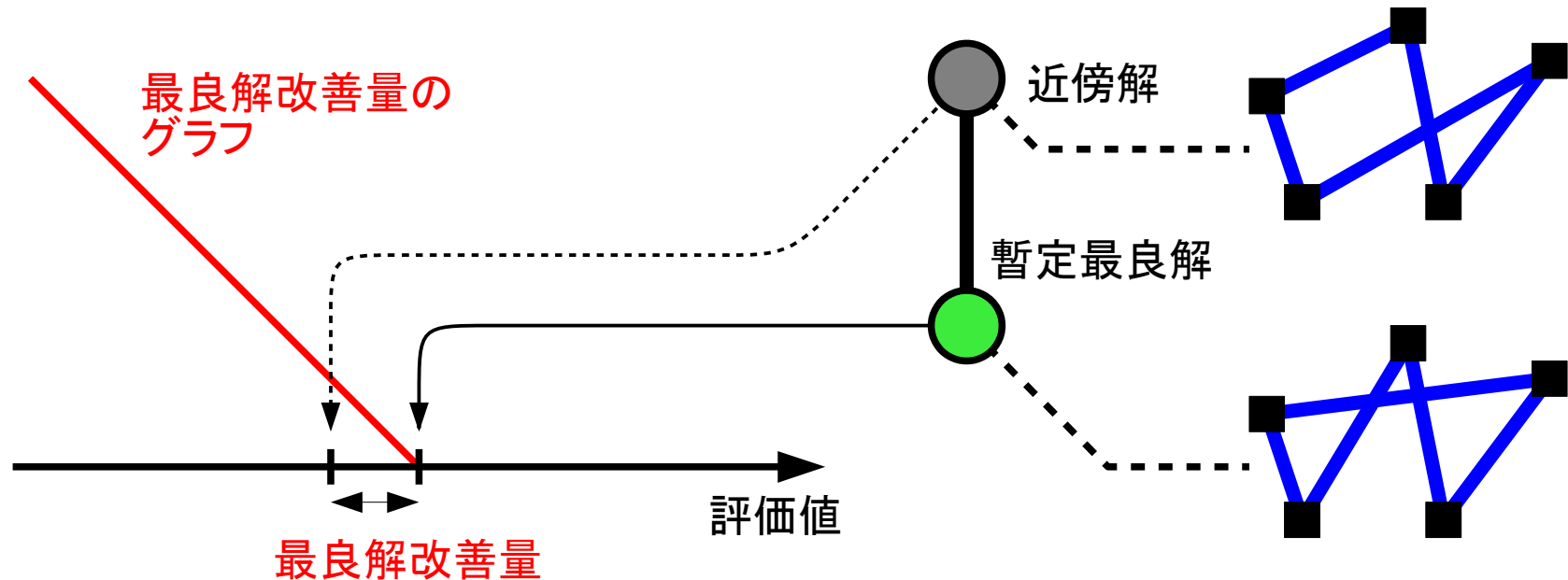
# 最良解改善量

- 近傍操作前後の暫定最良解の評価値の差
  - 暫定最良解より良い近傍解 → 暫定最良解の更新



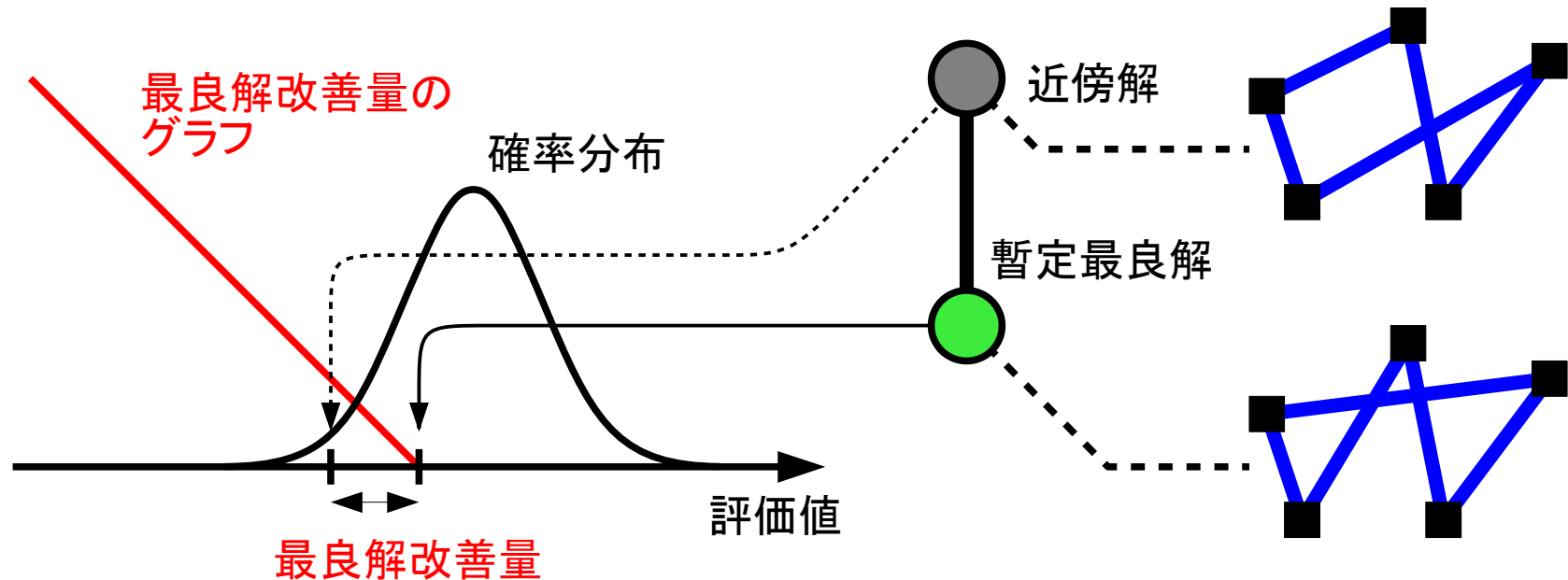
# 最良解改善量

- 近傍操作前後の暫定最良解の評価値の差
  - 暫定最良解より良い近傍解 → 暫定最良解の更新
  - 最良解改善量の期待値
    - 近傍操作により、どの程度良い解が見つかるのか？



# 最良解改善量

- **近傍操作前後の暫定最良解の評価値の差**
  - 暫定最良解より良い近傍解 → 暫定最良解の更新
  - 最良解改善量の**期待値**
    - 近傍操作により、どの程度良い解が見つかるのか？
    - 確率分布から**計算可能**

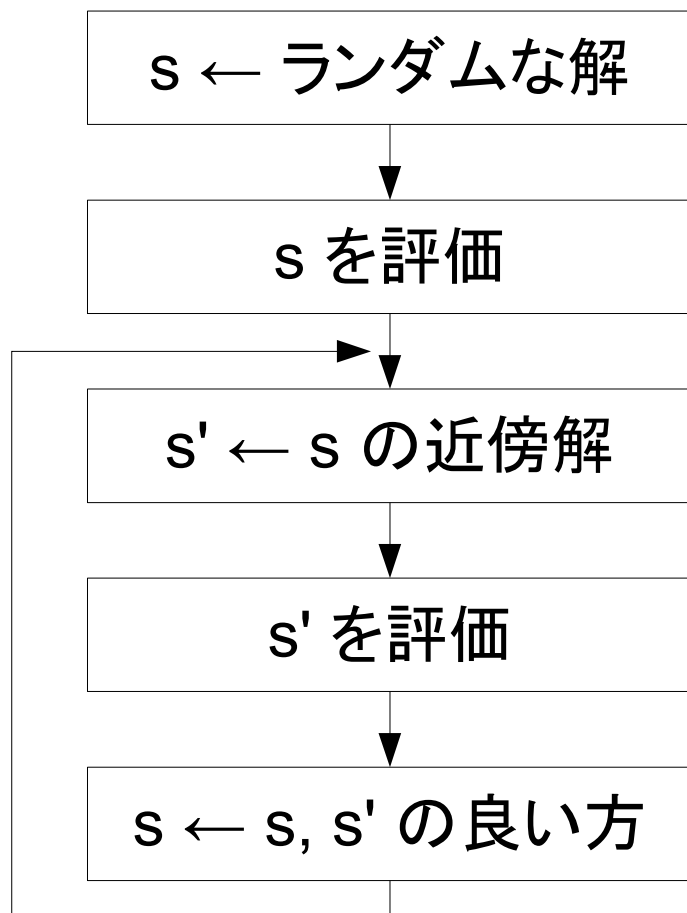


# 探索手順

- まずは**局所探索法**の枠組みの中で
  - 「暫定最良解に近傍操作を行い評価する」ことを反復
- 近傍操作を再定義
  - 最良解改善量の**期待値が最大**となる近傍操作を選択
- 近傍解の評価値の確率分布を推定
  - 探索中に得られる近傍解改善量の値を収集
  - 単位近傍操作の近傍解改善量の**平均と分散を推定**

# 局所探索法の枠組みの中で

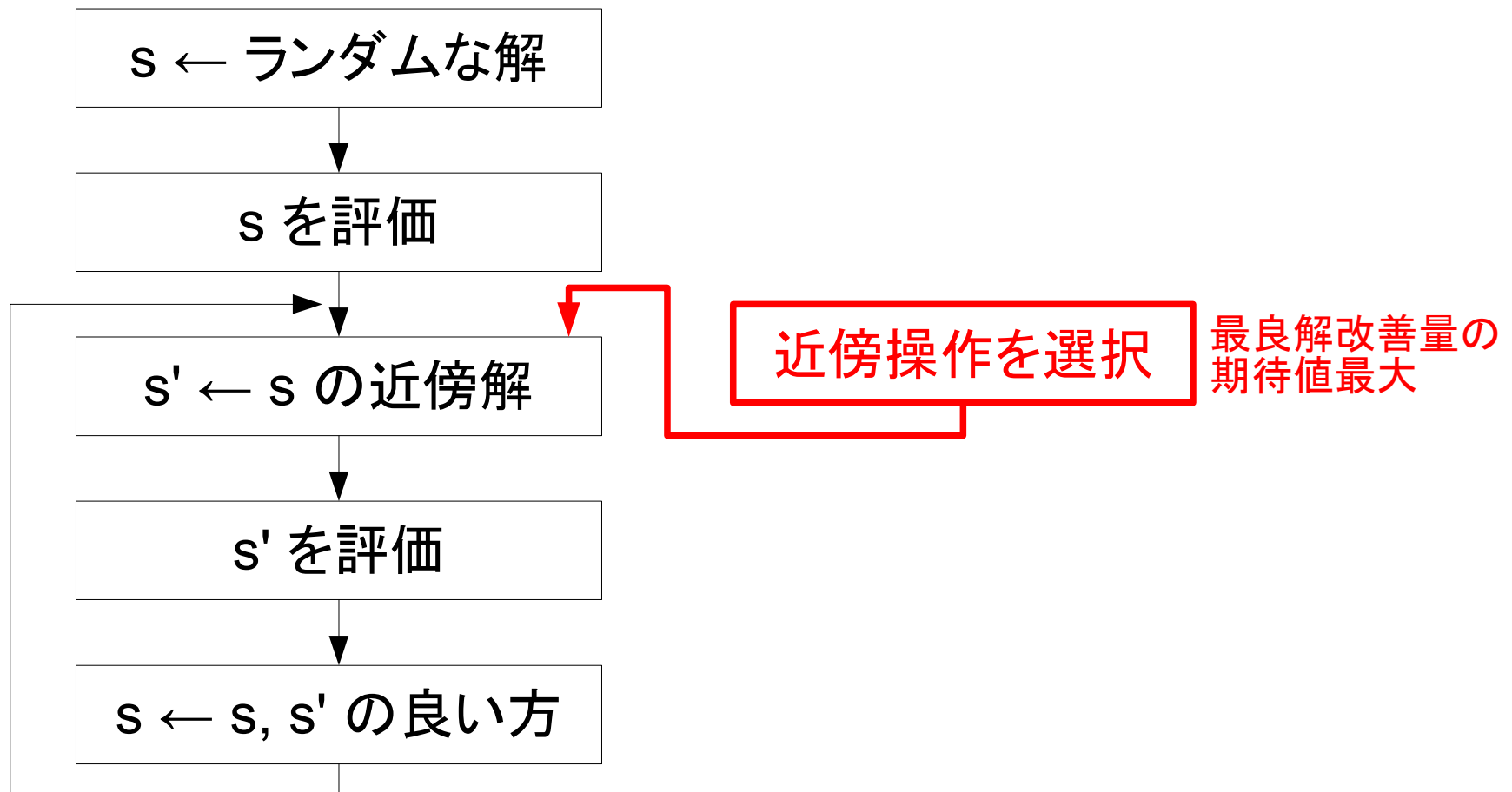
- 暫定最良解  $s$  に近傍操作を行い評価





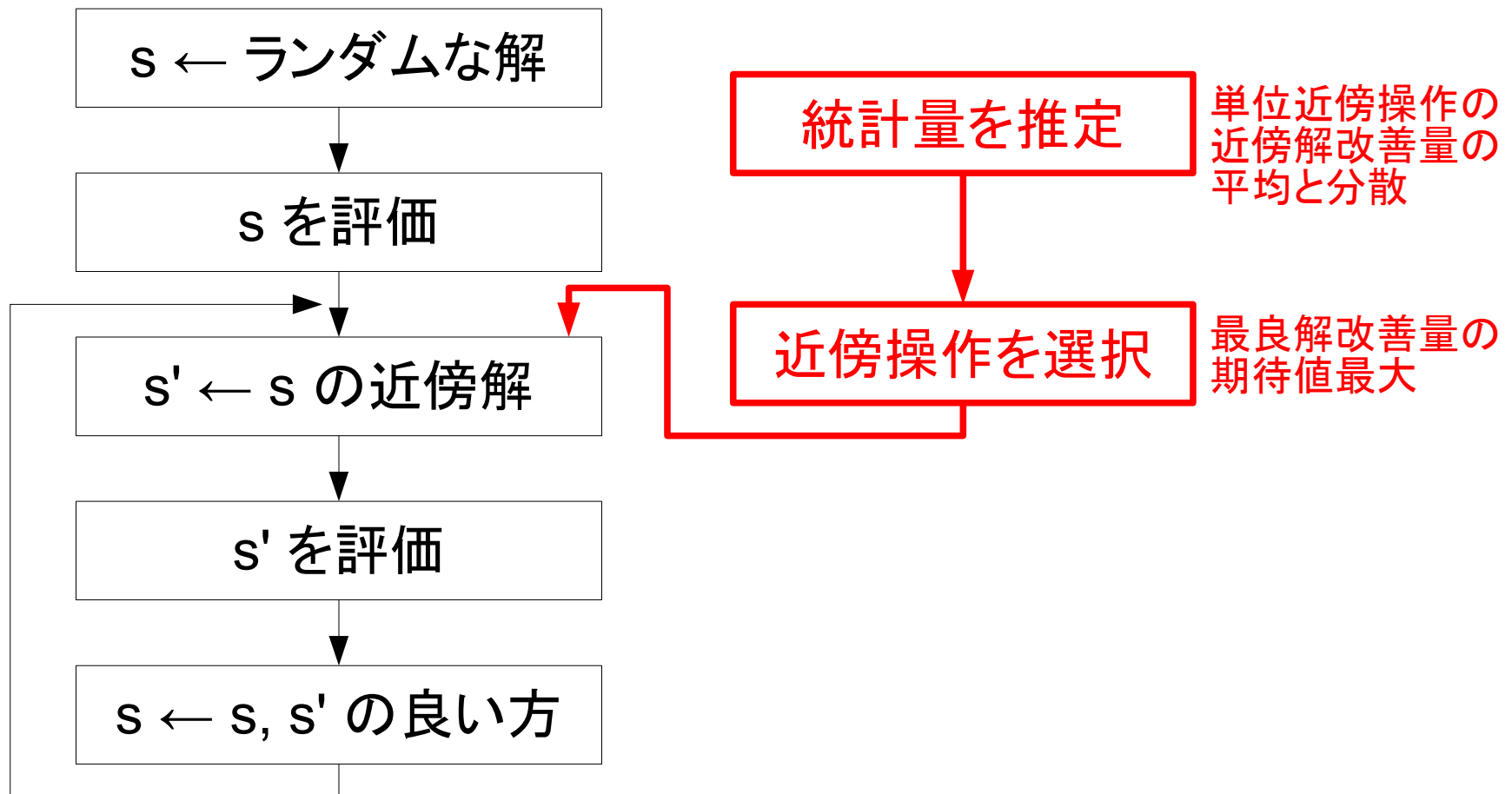
# 局所探索法の枠組みの中で

- 暫定最良解  $s$  に近傍操作を行い評価



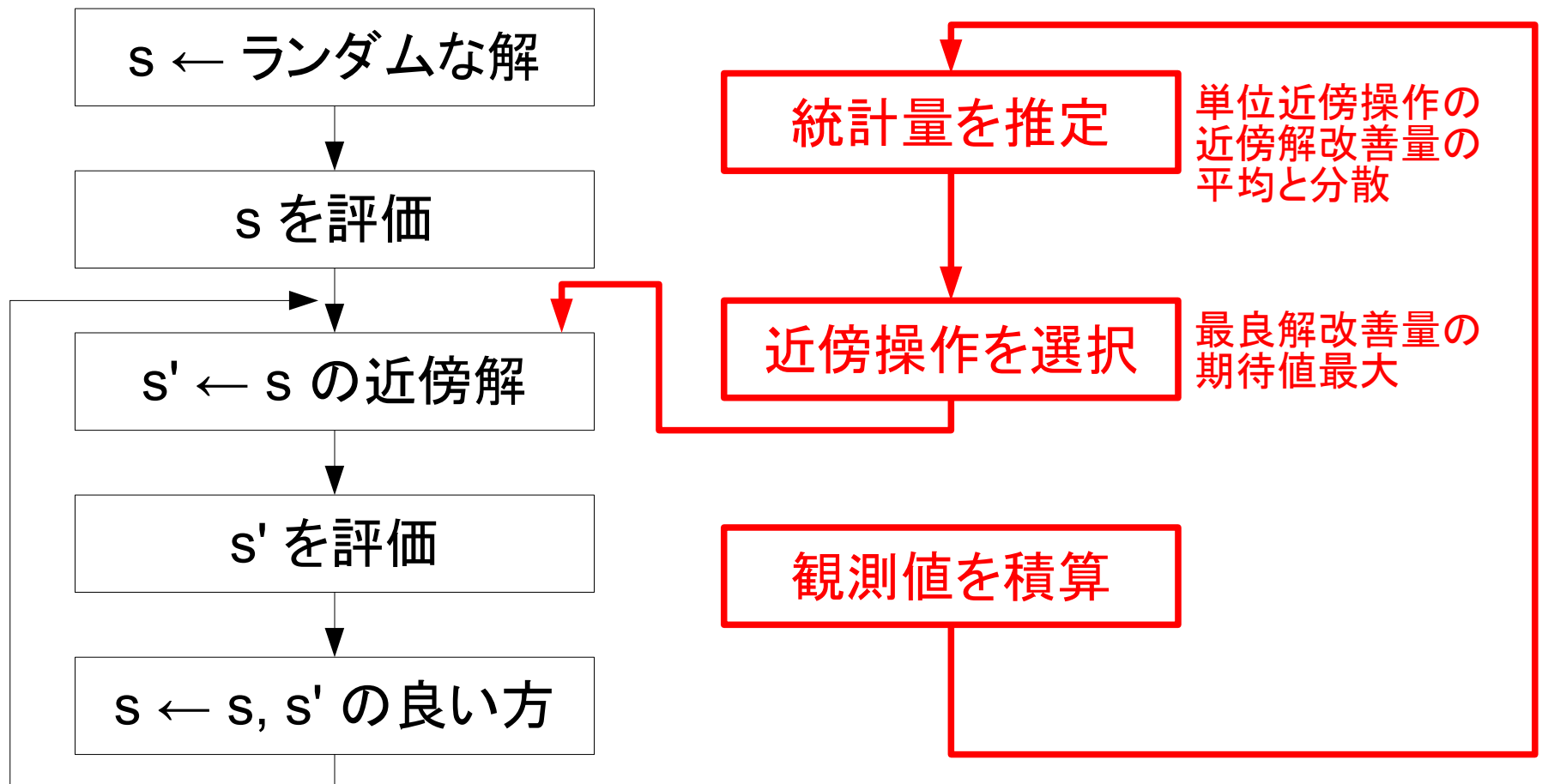
# 局所探索法の枠組みの中で

- 暫定最良解  $s$  に近傍操作を行い評価



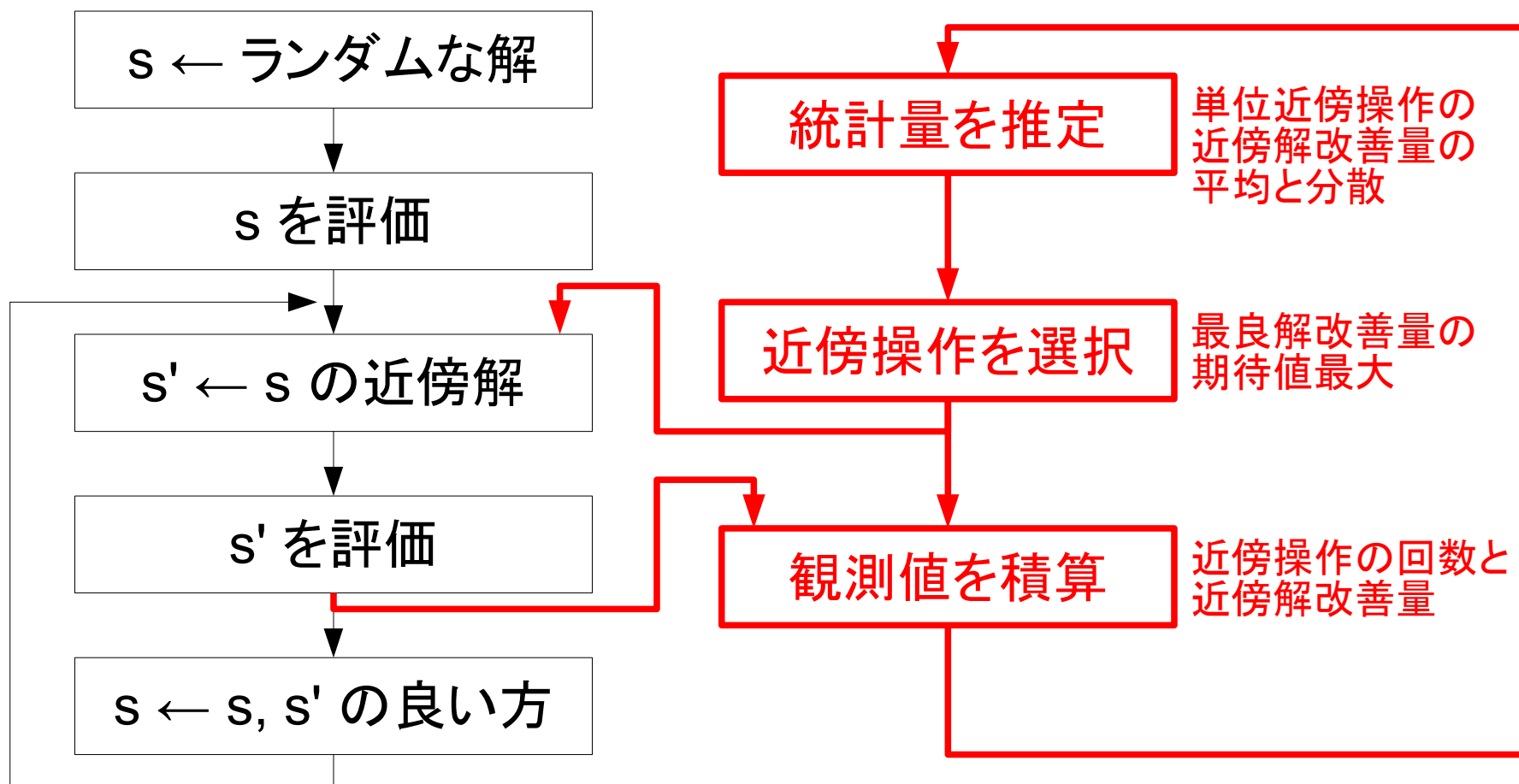
# 局所探索法の枠組みの中で

- 暫定最良解  $s$  に近傍操作を行い評価



# 局所探索法の枠組みの中で

- 暫定最良解  $s$  に近傍操作を行い評価

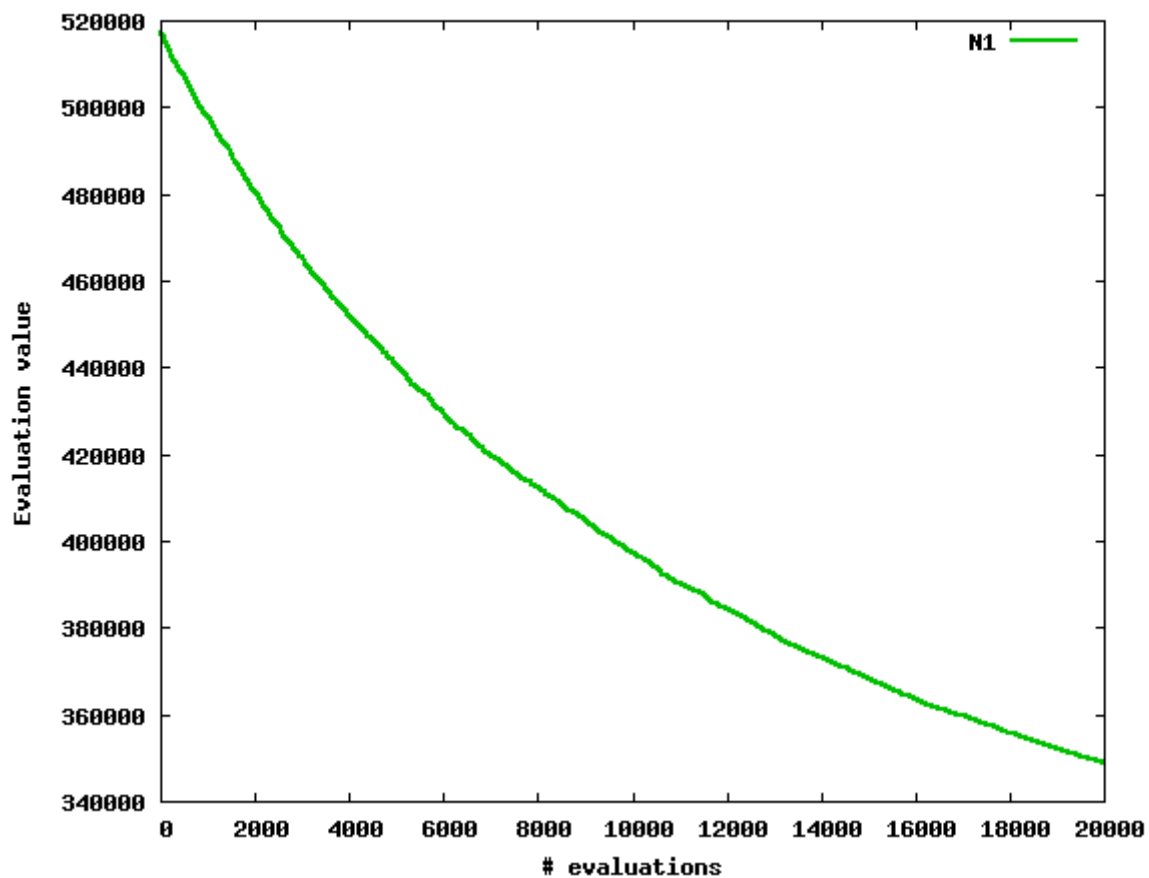


# 計算機実験

- 局所探索法と提案手法を実装
  - Haskell, GNU Scientific Library
- 巡回セールスマン問題に適用
  - ランダムな座標の10,000都市
  - 単位近傍操作: 2都市の入れ替え
  - 近傍操作
    - (局所探索法)  
単位近傍操作を1,2,4,8,16,32,64回反復…(※)
    - (提案手法)  
最良解改善量の期待値が最大のものを(※)から選択

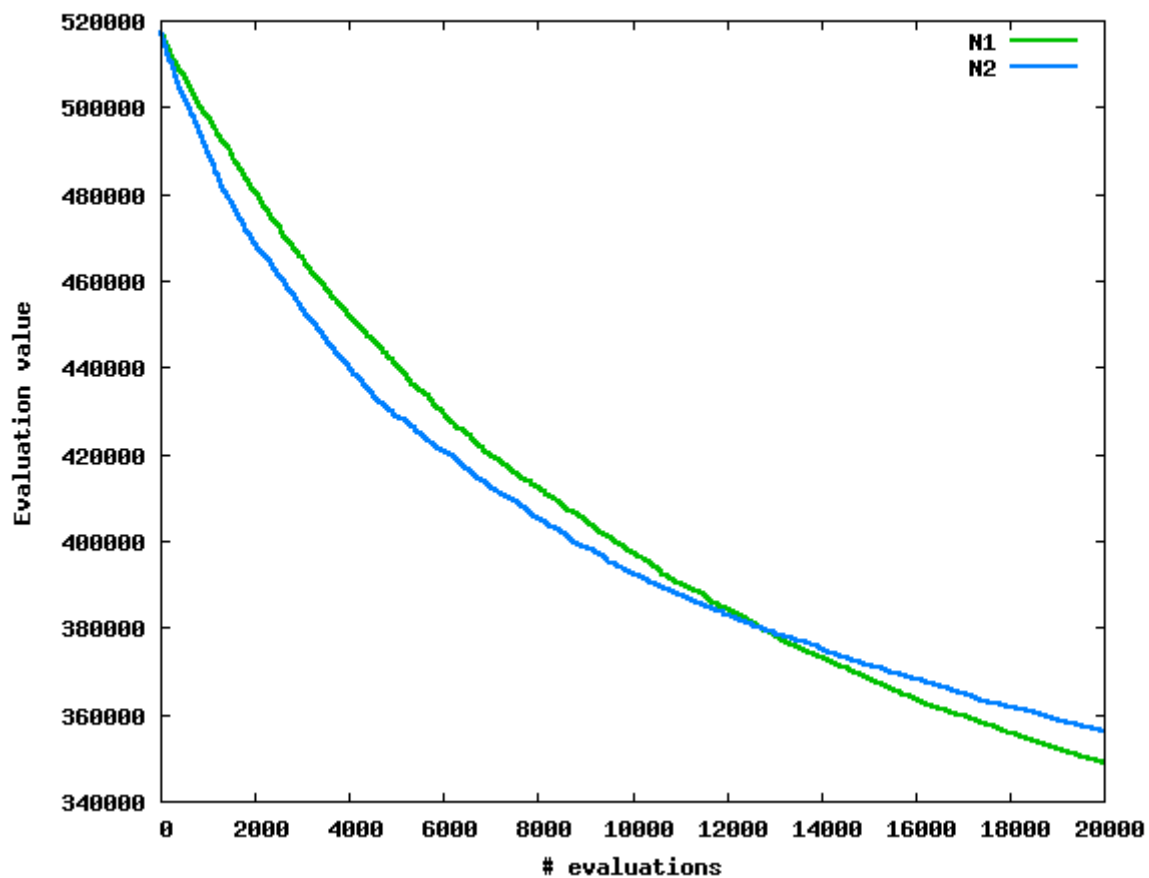
# 実験結果

- 局所探索法(単位近傍操作(1回反復))



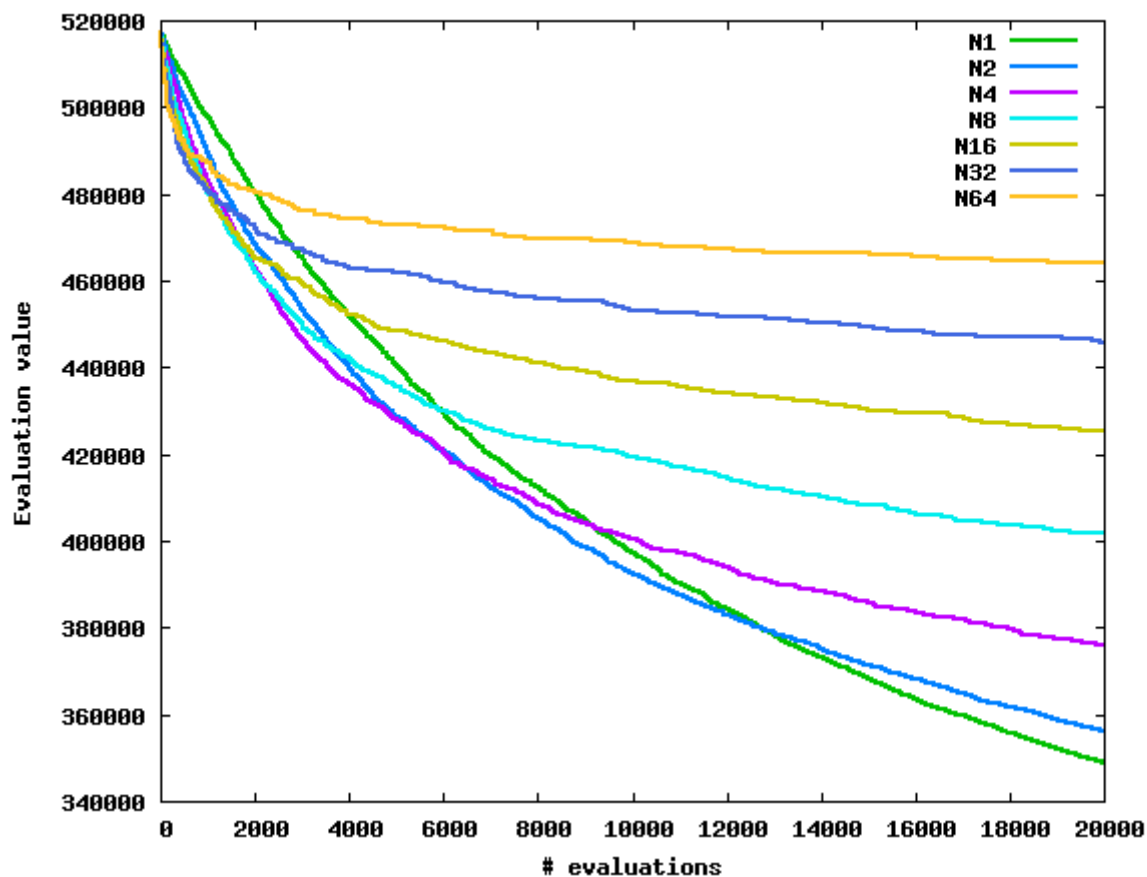
# 実験結果

- 局所探索法(単位近傍操作1, 2回反復)



# 実験結果

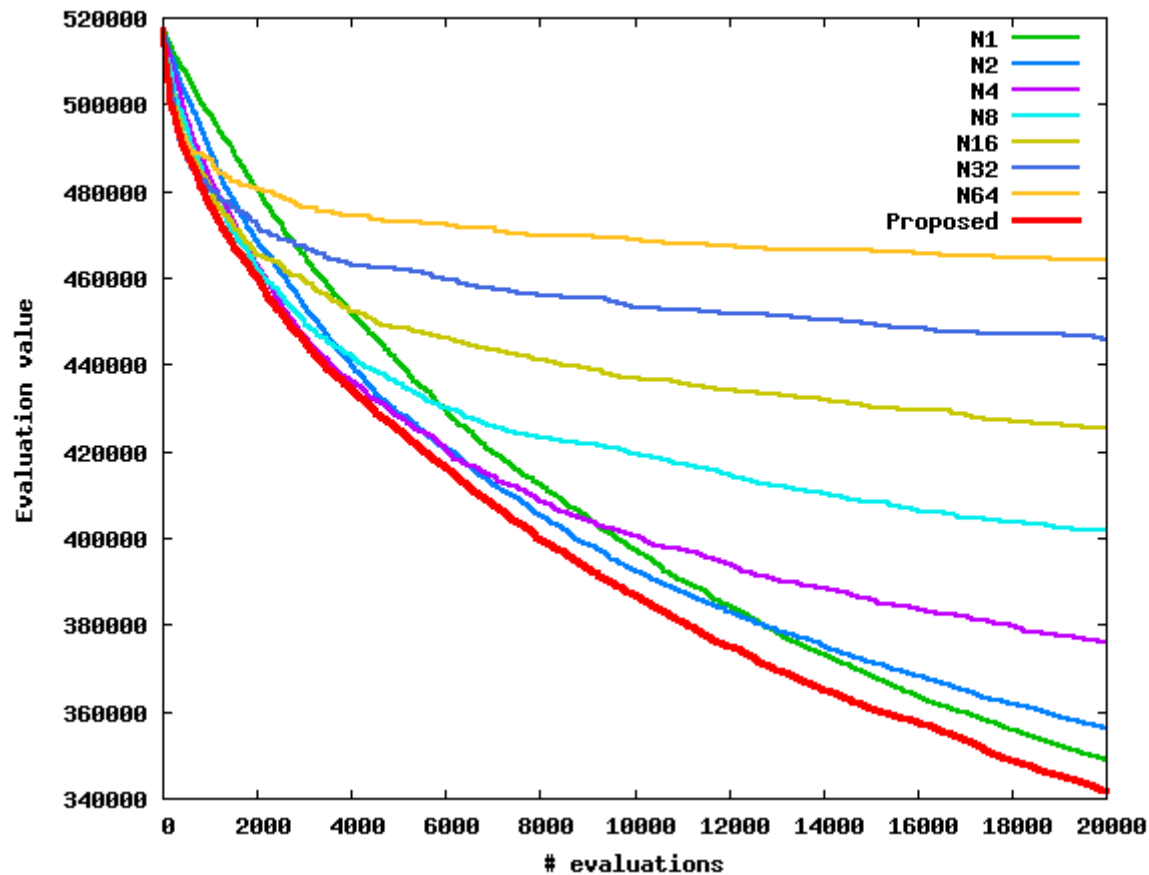
- 単位近傍操作の反復回数に対し規則的な特徴





# 実験結果

- 提案手法は局所探索法よりも**良い解に速く到達**



# まとめ

- 近傍解改善量の確率分布を仮定・推定
- 最良解改善量の期待値を計算
- 局所探索法に複数の近傍操作を
  - 適切な近傍操作を選択