組合せ最適化に関する一つの仮説

大阪工業大学 工学部 電気電子システム工学科

重弘裕二

動機

- 組合せ最適化問題に対する探索手法
  - 単点探索
    - 局所探索法, Simulated Annealing, ...
  - 多点探索
    - 進化的計算手法 (遺伝的アルゴリズム等)

動機

- 組合せ最適化問題に対する探索手法
  - 単点探索
    - 局所探索法, Simulated Annealing, ...
  - 多点探索
    - 進化的計算手法 (遺伝的アルゴリズム等)
- 大規模な問題には進化的計算手法！

動機

- 組合せ最適化問題に対する探索手法
  - 単点探索
    - 局所探索法, Simulated Annealing, ...
  - 多点探索
    - 進化的計算手法 (遺伝的アルゴリズム等)

- 大規模な問題には進化的計算手法！
- ちゃんと考えた方が良いのでは！？
  - なぜ多点探索ならうまくいくのか？
  - なぜ単点探索ではうまくいかないのか？

なぜ多点探索ならうまくいくのか？

- (単に) 探索点が多いから？

なぜ多点探索ならうまくいくのか？

- (単に) 探索点が多いから？
  - 解の数は組合せ爆発！
    たかが数百の探索点では焼け石に水？

なぜ多点探索ならうまくいくのか？

- (単に) 探索点が多いから？
  - 解の数は組合せ爆発！
    たかが数百の探索点では焼け石に水？
- うまくいくメカニズムは？
  - 両親の良いところを受け継いだ子が...？

なぜ多点探索ならうまくいくのか？

- (単に) 探索点が多いから？
  - 解の数は組合せ爆発！
    たかが数百の探索点では焼け石に水？
- うまくいくメカニズムは？
  - 両親の良いところを受け継いだ子が...？
- <u>多点である必要はあるのか？</u>
  - 進化的計算手法は実装が面倒
    パラメータ調整が面倒

研究内容

組合せ最適化について考える
なぜ単点探索ではうまくいかないのか？

- 問題を知り仮定をはっきりさせる
- モデルを作り定理を導く
- 仮説を立て理由を考える

問題を知り仮定をはっきりさせる

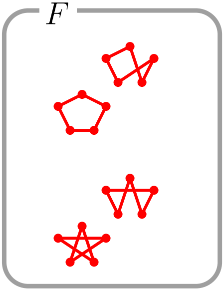
- 組合せ最適化問題
- 自明な操作
- 暗黙の仮定
- 仮定を使うための操作

組合せ最適化問題

- 解 (組合せ的？) の集合 F
- F から R (実数集合) への対応付け f
  $\rightarrow f(s)$ を最小化するような $s \in F$

組合せ最適化問題

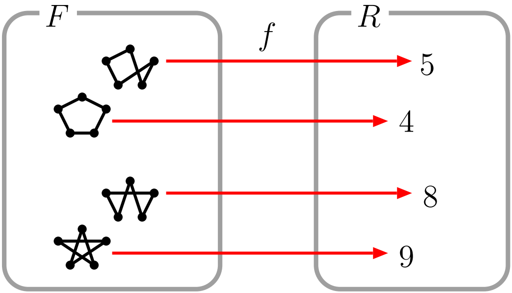
- 解 (組合せ的？) の集合 F
- F から R (実数集合) への対応付け f
  $\rightarrow f(s)$ を最小化するような $s \in F$



組合せ最適化問題

- 解 (組合せ的？) の集合 F
- F から R (実数集合) への対応付け f

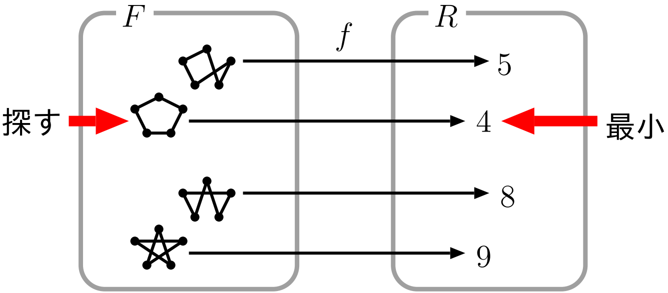
$\rightarrow f(s)$ を最小化するような $s \in F$



組合せ最適化問題

- 解 (組合せ的？) の集合 F
- F から R (実数集合) への対応付け f

$\rightarrow$ $f(s)$ を最小化するような $s \in F$



自明な操作

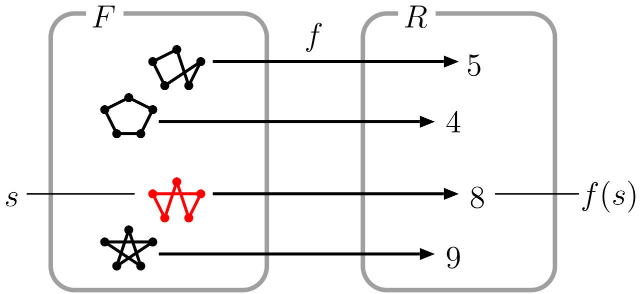
問題の定義から自明な操作は以下の通り

- 任意解生成：$s \in F$ を一つ求める
- 評価：s から $f(s)$ を求める

自明な操作

問題の定義から自明な操作は以下の通り

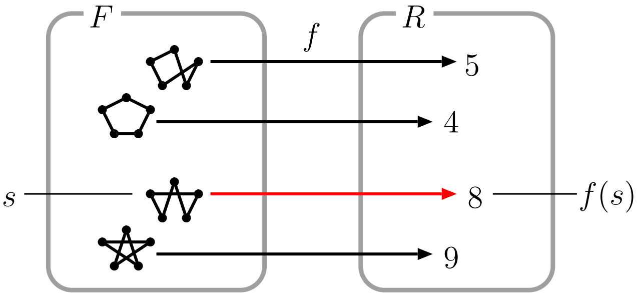
- <u>任意解生成</u>：$s \in F$ を一つ求める
- <u>評価</u>：s から $f(s)$ を求める



自明な操作

問題の定義から自明な操作は以下の通り

- 任意解生成：$s \in F$ を一つ求める
- 評価：s から $f(s)$ を求める



自明な操作

問題の定義から自明な操作は以下の通り

- 任意解生成：$s \in F$ を一つ求める
- 評価：s から $f(s)$ を求める

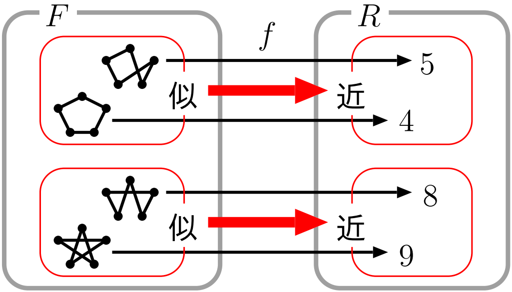
この 2 つだけでは何もできない

もう少し解探索のための手がかりが欲しい

暗黙の仮定

通常は暗黙のうちに以下の仮定が置かれる

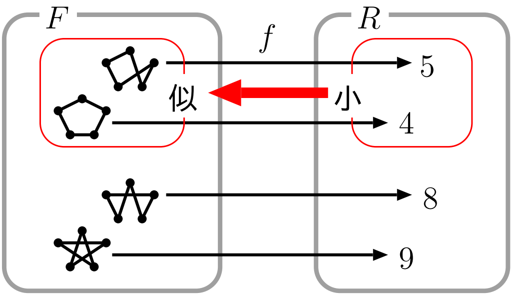
- 仮定 1：s_1 と s_2 が似ているとき $f(s_1)$ と $f(s_2)$ の差は小さい



POP

以下の仮定を見ることも多いが，

- 仮定 2 :「よい解どうしは似通った構造を持っている」[1]



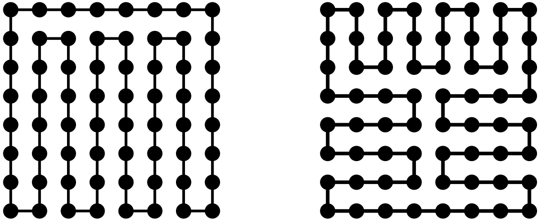
[1] 柳浦睦憲・茨木俊秀：組合せ最適化 ―メタ戦略を中心として―，朝倉書店（2001）

POP

以下の仮定を見ることも多いが,

- 仮定 2:「よい解どうしは似通った構造を持っている」[1]

明らかな反例を作ることができる



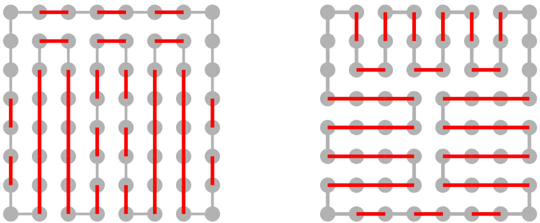
[1] 柳浦睦憲・茨木俊秀:組合せ最適化 —メタ戦略を中心として—, 朝倉書店(2001)

POP

以下の仮定を見ることも多いが,

- 仮定 2 :「よい解どうしは似通った構造を持っている」[1]

半数以上の枝が異なっている！



[1] 柳浦睦憲・茨木俊秀：組合せ最適化 —メタ戦略を中心として—，朝倉書店（2001）

仮定を使うための操作

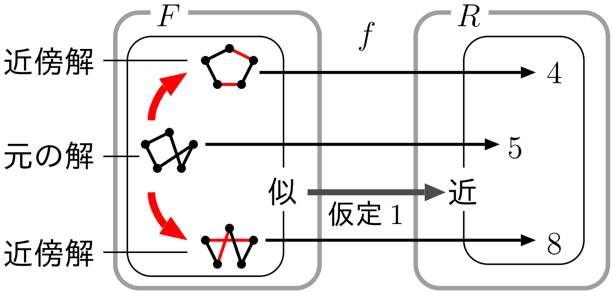
当然「似ている」解を作る操作を考えたい

- 近傍操作：解の一部を変更して
  似ている解 (近傍解と呼ぶ) を求める

仮定を使うための操作

当然「似ている」解を作る操作を考えたい

- 近傍操作：解の一部を変更して似ている解 (近傍解と呼ぶ) を求める



モデルを作り定理を導く

- ガウス関数
- 何のモデルを考えたいのか
- 近傍解に関する確率分布モデル
- 任意解に関する確率分布モデル
- 話を整理するため概念を導入
- 近傍解に関する定理
- 検証

ガウス関数

$$A \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- $A = 1/\sqrt{2\pi\sigma^2}$ のとき正規分布
  - μ は平均, σ^2 は分散
- 計算しやすい
  - 掛けても畳み込んでもガウス関数

$\rightarrow$ モデルを作るのに
ガウス関数を使いたい

ガウス関数

$$A \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- $A = 1/\sqrt{2\pi\sigma^2}$ のとき正規分布
  - μ は平均, σ^2 は分散
- 計算しやすい
  - 掛けても畳み込んでもガウス関数

$\rightarrow$ モデルを作るのに
ガウス関数を使いたい

ガウス関数

$$A \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- $A = 1/\sqrt{2\pi\sigma^2}$ のとき正規分布
  - μ は平均, σ^2 は分散
- 計算しやすい
  - 掛けても畳み込んでもガウス関数

$\rightarrow$ モデルを作るのに
ガウス関数を使いたい

ガウス関数

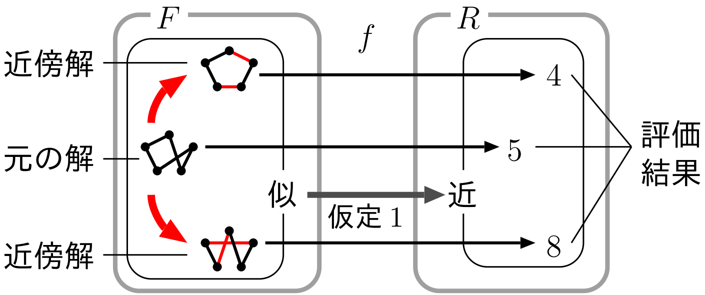
$$A \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- $A = 1/\sqrt{2\pi\sigma^2}$ のとき正規分布
  - μ は平均, σ^2 は分散
- 計算しやすい
  - 掛けても畳み込んでもガウス関数

$\to$ モデルを作るのに
ガウス関数を使いたい

何のモデルを考えたいのか

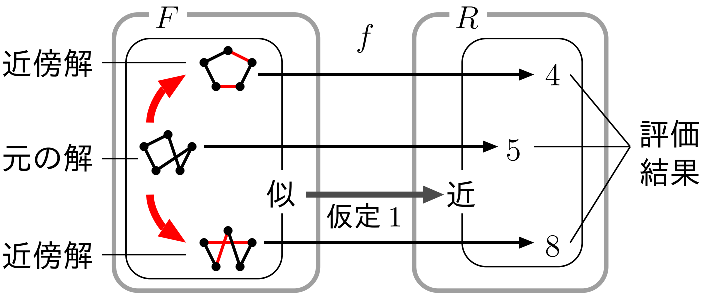
近傍解の評価結果の確率分布を知りたい



何のモデルを考えたいのか

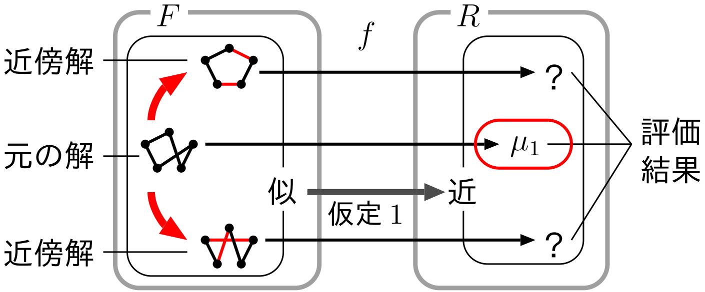
近傍解の評価結果の確率分布を知りたい

→ ガウス関数でモデルを作りたい！



近傍解に関する確率分布モデル

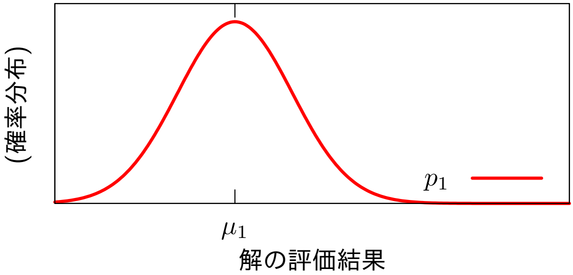
元の解の評価結果を μ_1 とする



近傍解に関する確率分布モデル

元の解の評価結果を μ_1 とする

- p_1：平均 μ_1, 分散 ${\sigma_1}^2$ のガウス関数

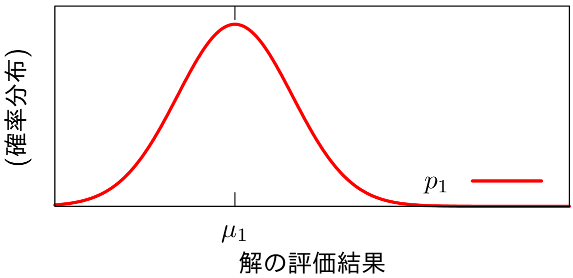


近傍解に関する確率分布モデル

元の解の評価結果を μ_1 とする

- p_1：平均 μ_1, 分散 ${\sigma_1}^2$ のガウス関数

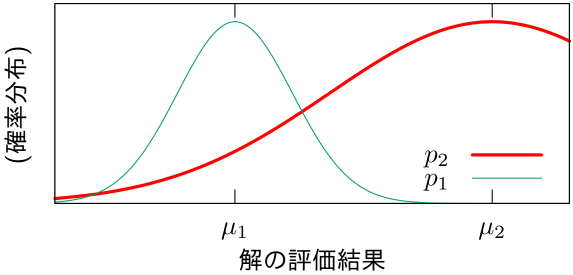
  しかし, 分布は偏っているはず



近傍解に関する確率分布モデル

元の解の評価結果を μ_1 とする

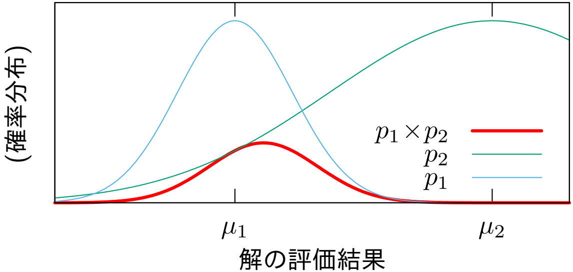
- p_1：平均 μ_1, 分散 ${\sigma_1}^2$ のガウス関数
- p_2：平均 μ_2, 分散 ${\sigma_2}^2$ のガウス関数



近傍解に関する確率分布モデル

元の解の評価結果を μ_1 とする

- p_1：平均 μ_1, 分散 ${\sigma_1}^2$ のガウス関数
- p_2：平均 μ_2, 分散 ${\sigma_2}^2$ のガウス関数
- $p_1 \times p_2$：これをモデルとしたい

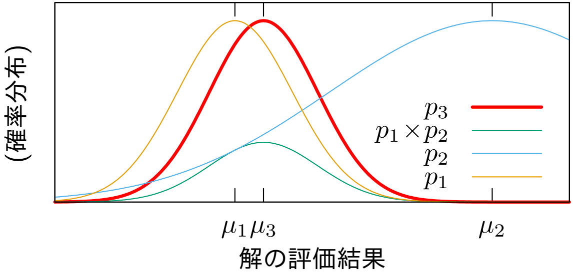


近傍解に関する確率分布モデル

元の解の評価結果を μ_1 とする

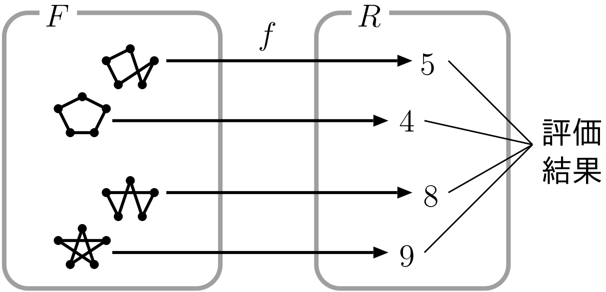
- p_1：平均 μ_1, 分散 ${\sigma_1}^2$ のガウス関数
- p_2：平均 μ_2, 分散 ${\sigma_2}^2$ のガウス関数
- $p_1 \times p_2$：これをモデルとしたい ↓

  p_3：平均 μ_3, 分散 ${\sigma_3}^2$ のガウス関数



任意解に関する確率分布モデル

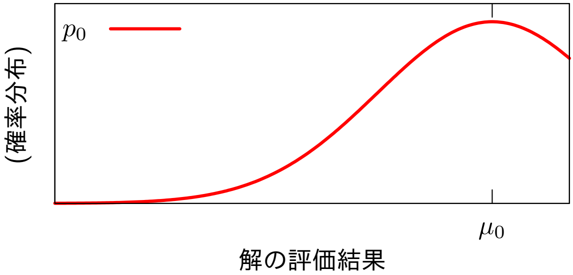
任意解の評価結果の確率分布も考える
(全ての解を評価した結果の分布)



任意解に関する確率分布モデル

任意解の評価結果の確率分布も考える

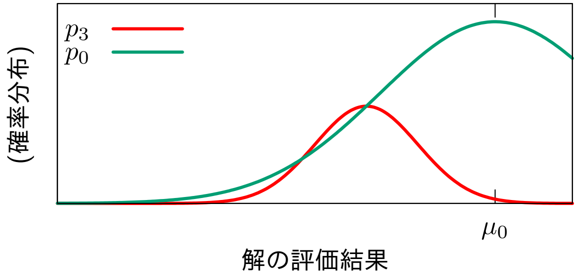
- p_0：平均 μ_0, 分散 ${\sigma_0}^2$ のガウス関数



任意解に関する確率分布モデル

任意解の評価結果の確率分布も考える

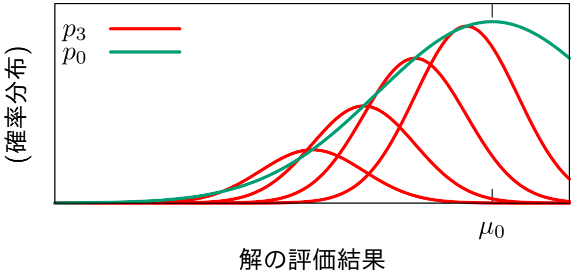
- p_0：平均 μ_0, 分散 ${\sigma_0}^2$ のガウス関数
- 各解の近傍解を考える



任意解に関する確率分布モデル

任意解の評価結果の確率分布も考える

- p_0：平均 μ_0, 分散 ${\sigma_0}^2$ のガウス関数
- 全ての解の近傍解を考える

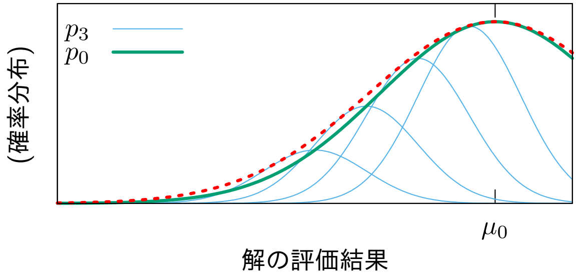


任意解に関する確率分布モデル

任意解の評価結果の確率分布も考える

- p_0：平均 μ_0, 分散 ${\sigma_0}^2$ のガウス関数
- 全ての解の近傍解を考える

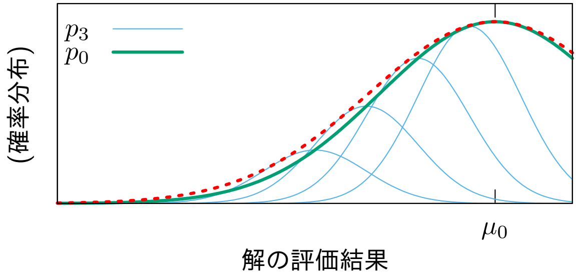
合わせると



任意解に関する確率分布モデル

任意解の評価結果の確率分布も考える

- p_0：平均 μ_0, 分散 ${\sigma_0}^2$ のガウス関数
- 全ての解の近傍解を考える
  合わせると $\rightarrow p_0$ になるはず



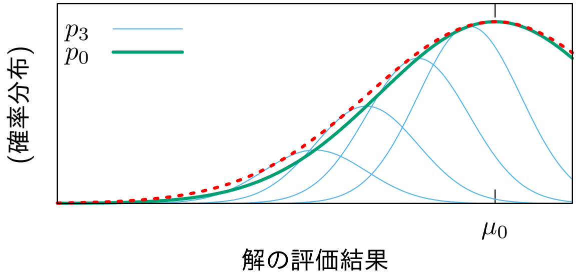
任意解に関する確率分布モデル

任意解の評価結果の確率分布も考える

- p_0：平均 μ_0, 分散 ${\sigma_0}^2$ のガウス関数
- 全ての解の近傍解を考える

  合わせると $\to p_0$ になるはず

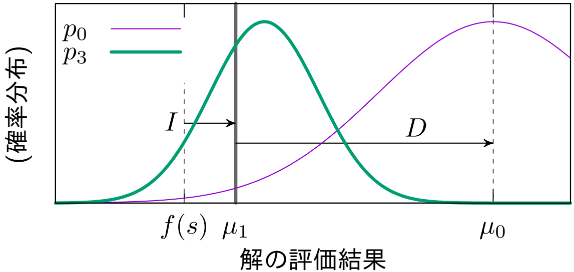
  $\to \mu_1 - \mu_3 \simeq -(\mu_0 - \mu_1)\,{\sigma_3}^2/(2{\sigma_0}^2)$



話を整理するため概念を導入

元の解の評価結果を μ_1 としている
近傍解の評価結果を $f(s)$ とする

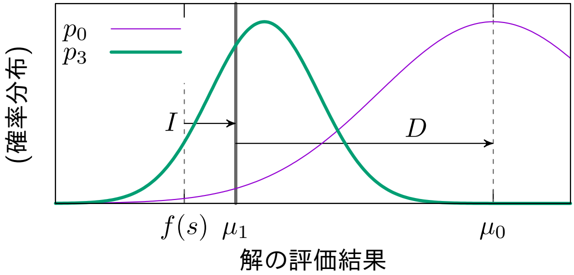
- <u>偏差</u>：$D = \mu_0 - \mu_1$　　(元の解の良さ)
- <u>近傍解改善量</u>：$I = \mu_1 - f(s)$
  (近傍操作による改善量)



話を整理するため概念を導入

元の解の評価結果を μ_1 としている
近傍解の評価結果を $f(s)$ とする

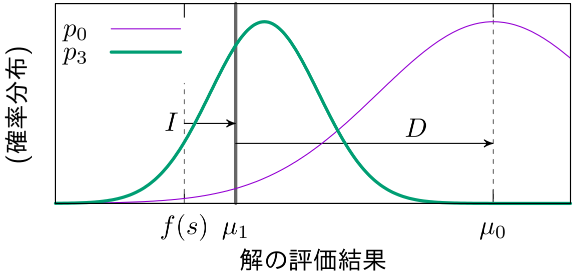
- **偏差**：$D = \mu_0 - \mu_1$　(元の解の良さ)
- **近傍解改善量**：$I = \mu_1 - f(s)$
  (近傍操作による改善量)



話を整理するため概念を導入

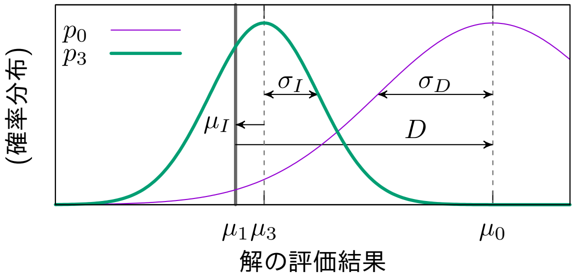
元の解の評価結果を μ_1 としている
近傍解の評価結果を $f(s)$ とする

- <u>偏差</u>：$D = \mu_0 - \mu_1$　　(元の解の良さ)
- <u>近傍解改善量</u>：$I = \mu_1 - f(s)$
  (近傍操作による改善量)



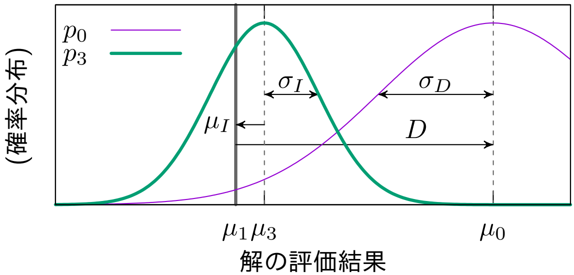
近傍解に関する定理

- 定理 1：(分布モデルの成立が前提)
  偏差の分散が ${\sigma_D}^2$, 元の解の偏差が D
  近傍解改善量の平均が μ_I, 分散が ${\sigma_I}^2$
  $\rightarrow \mu_I \simeq -\dfrac{{\sigma_I}^2}{2{\sigma_D}^2} D$ $\quad \left(\begin{array}{l} D = \mu_0 - \mu_1 \\ \mu_I = \mu_1 - \mu_3 \end{array} \right)$



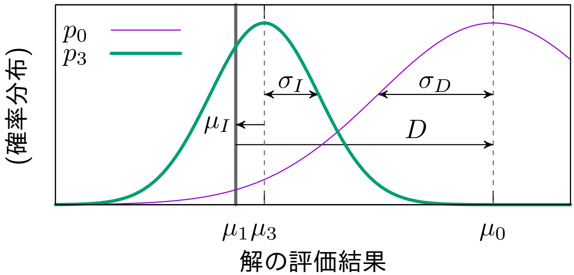
近傍解に関する定理

- 定理１：(分布モデルの成立が前提)
  偏差の分散が ${\sigma_D}^2$, 元の解の偏差が D
  近傍解改善量の平均が μ_I, 分散が ${\sigma_I}^2$
  $\rightarrow \mu_I \simeq -\dfrac{{\sigma_I}^2}{2{\sigma_D}^2} D$ $\quad \left(\begin{array}{l} D = \mu_0 - \mu_1 \\ \mu_I = \mu_1 - \mu_3 \end{array} \right)$



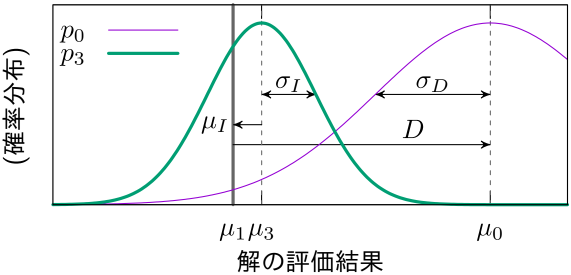
近傍解に関する定理

- 定理 1：(分布モデルの成立が前提)
  偏差の分散が $\sigma_D{}^2$, 元の解の偏差が D
  近傍解改善量の平均が μ_I, 分散が $\sigma_I{}^2$
  $\rightarrow \mu_I \simeq -\frac{\sigma_I{}^2}{2\sigma_D{}^2} D$ $\left(\begin{array}{l} D = \mu_0 - \mu_1 \\ \mu_I = \mu_1 - \mu_3 \end{array} \right)$



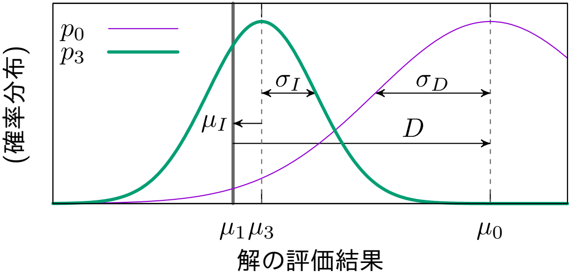
近傍解に関する定理

- 定理 1 : (分布モデルの成立が前提)
  偏差の分散が $\sigma_D{}^2$, 元の解の偏差が D
  近傍解改善量の平均が μ_I, 分散が $\sigma_I{}^2$
  $\rightarrow \mu_I \simeq -\dfrac{\sigma_I{}^2}{2\sigma_D{}^2} D$ $\quad \left(\begin{array}{l} D = \mu_0 - \mu_1 \\ \mu_I = \mu_1 - \mu_3 \end{array} \right)$



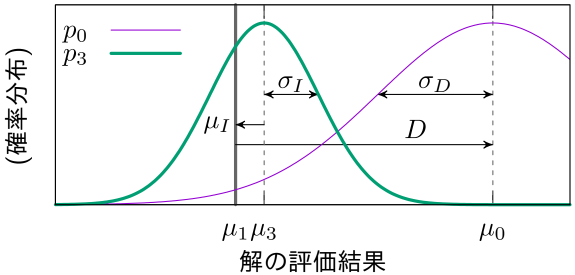
近傍解に関する定理

- 定理 1：(分布モデルの成立が前提)
  偏差の分散が ${\sigma_D}^2$, 元の解の偏差が D
  近傍解改善量の平均が μ_I, 分散が ${\sigma_I}^2$
  $\rightarrow \mu_I \simeq -\frac{{\sigma_I}^2}{2{\sigma_D}^2} D$ $\left(\begin{array}{l} D = \mu_0 - \mu_1 \\ \mu_I = \mu_1 - \mu_3 \end{array}\right)$



近傍解に関する定理

- 定理 1：(分布モデルの成立が前提)
  偏差の分散が ${\sigma_D}^2$, 元の解の偏差が D
  近傍解改善量の平均が μ_I, 分散が ${\sigma_I}^2$
  $\rightarrow \mu_I \simeq -\frac{{\sigma_I}^2}{2{\sigma_D}^2} D$ $\quad \left(\begin{array}{l} D = \mu_0 - \mu_1 \\ \mu_I = \mu_1 - \mu_3 \end{array} \right)$



定理の意味

$$\mu_I \simeq -\frac{{\sigma_I}^2}{2{\sigma_D}^2} D$$

以下に理論的/定量的な説明を与える

- (経験的知識？)

  解探索が進むと　(D が大きくなると)

  解を大きく変化させても

  ($ {\sigma_I}^2$ が大きい近傍操作を適用しても)

  良い解が見つかる可能性は低い

  (μ_I が小さい)

定理の意味

$$\mu_I \simeq -\frac{{\sigma_I}^2}{2{\sigma_D}^2} D$$

以下に理論的/定量的な説明を与える

- (経験的知識？)

  解探索が進むと　(D が大きくなると)

  解を大きく変化させても

  ($\sigma_I{}^2$ が大きい近傍操作を適用しても)

  良い解が見つかる可能性は低い

  (μ_I が小さい)

定理の意味

$$\mu_I \simeq -\frac{{\sigma_I}^2}{2{\sigma_D}^2} D$$

以下に理論的/定量的な説明を与える

- (経験的知識？)

  解探索が進むと　(D が大きくなると)

  解を大きく変化させても

  ($\sigma_I{}^2$ が大きい近傍操作を適用しても)

  良い解が見つかる可能性は低い

  (μ_I が小さい)

定理の意味

$$\mu_I \simeq -\frac{{\sigma_I}^2}{2{\sigma_D}^2}D$$

以下に理論的/定量的な説明を与える

- (経験的知識？)

  解探索が進むと　(𝐷 が大きくなると)

  解を大きく変化させても

  ($\sigma_I{}^2$ が大きい近傍操作を適用しても)

  良い解が見つかる可能性は低い

  (μ_I が小さい)

定理の意味

$$\mu_I \simeq -\frac{{\sigma_I}^2}{2{\sigma_D}^2}D$$

以下に理論的/定量的な説明を与える

- (経験的知識？)

  解探索が進むと　(D が大きくなると)

  解を大きく変化させても

  ($\sigma_I{}^2$ が大きい近傍操作を適用しても)

  良い解が見つかる可能性は低い

  (μ_I が小さい)

検証

- 実験
  - 10,000 都市の巡回セールスマン問題
  - 任意解生成 10,000 回 $\rightarrow \mu_0, {\sigma_D}^2$
  - 3 つの解 $\rightarrow \mu_1, D = \mu_0 - \mu 1$

    それらに 2 つの近傍操作 10,000 回ずつ

    $$\rightarrow \mu_3, {\sigma_I}^2, \mu_I = \mu_1 - \mu_3, \alpha = -\frac{{\sigma_D}^2 \mu_I}{{\sigma_I}^2 D}$$
- 結果
  - 実際の分布はモデルとは異なる
  - D や μ_I が 2 桁異なっても

    α は $0.40 \sim 1.16$ (定理成立なら 0.5)

$\rightarrow$ 考え方は間違っていないだろう

検証

- 実験
  - 10,000 都市の巡回セールスマン問題
  - 任意解生成 10,000 回 $\rightarrow \mu_0, {\sigma_D}^2$
  - 3 つの解 $\rightarrow \mu_1, D = \mu_0 - \mu 1$
    それらに 2 つの近傍操作 10,000 回ずつ
    $$\rightarrow \mu_3, {\sigma_I}^2, \mu_I = \mu_1 - \mu_3, \alpha = -\frac{{\sigma_D}^2 \mu_I}{{\sigma_I}^2 D}$$
- 結果
  - 実際の分布はモデルとは異なる
  - D や μ_I が 2 桁異なっても
    α は 0.40〜1.16 (定理成立なら 0.5)

$\rightarrow$ 考え方は間違っていないだろう

検証

- 実験
  - 10,000 都市の巡回セールスマン問題
  - 任意解生成 10,000 回 $\rightarrow \mu_0, {\sigma_D}^2$
  - 3 つの解 $\rightarrow \mu_1, D = \mu_0 - \mu 1$
    それらに 2 つの近傍操作 10,000 回ずつ
    $$\rightarrow \mu_3, {\sigma_I}^2, \mu_I = \mu_1 - \mu_3, \alpha = -\frac{{\sigma_D}^2 \mu_I}{{\sigma_I}^2 D}$$
- 結果
  - 実際の分布はモデルとは異なる
  - D や μ_I が 2 桁異なっても
    α は 0.40〜1.16 (定理成立なら 0.5)

$\rightarrow$ 考え方は間違っていないだろう

検証

- 実験
  - 10,000 都市の巡回セールスマン問題
  - 任意解生成 10,000 回 $\rightarrow \mu_0, {\sigma_D}^2$
  - 3 つの解 $\rightarrow \mu_1, D = \mu_0 - \mu 1$
    それらに 2 つの近傍操作 10,000 回ずつ
    $$\rightarrow \mu_3, {\sigma_I}^2, \mu_I = \mu_1 - \mu_3, \alpha = -\frac{{\sigma_D}^2 \, \mu_I}{{\sigma_I}^2 \, D}$$
- 結果
  - 実際の分布はモデルとは異なる
  - D や μ_I が 2 桁異なっても
    α は 0.40〜1.16 (定理成立なら 0.5)

$\rightarrow$ 考え方は間違っていないだろう

検証

- 実験
  - 10,000 都市の巡回セールスマン問題
  - 任意解生成 10,000 回 $\rightarrow \mu_0, {\sigma_D}^2$
  - 3 つの解 $\rightarrow \mu_1, D = \mu_0 - \mu 1$

    それらに 2 つの近傍操作 10,000 回ずつ

    $$\rightarrow \mu_3, {\sigma_I}^2, \mu_I = \mu_1 - \mu_3, \alpha = -\frac{{\sigma_D}^2 \mu_I}{{\sigma_I}^2 D}$$
- 結果
  - 実際の分布はモデルとは異なる
  - D や μ_I が 2 桁異なっても

    α は $0.40 \sim 1.16$ (定理成立なら 0.5)

$\rightarrow$ 考え方は間違っていないだろう

検証

- 実験
  - 10,000 都市の巡回セールスマン問題
  - 任意解生成 10,000 回 $\rightarrow \mu_0, {\sigma_D}^2$
  - 3 つの解 $\rightarrow \mu_1, D = \mu_0 - \mu 1$

    それらに 2 つの近傍操作 10,000 回ずつ

    $$\rightarrow \mu_3, {\sigma_I}^2, \mu_I = \mu_1 - \mu_3, \alpha = -\frac{{\sigma_D}^2 \mu_I}{{\sigma_I}^2 D}$$
- 結果
  - 実際の分布はモデルとは異なる
  - D や μ_I が 2 桁異なっても

    α は 0.40〜1.16 (定理成立なら 0.5)

$\rightarrow$ 考え方は間違っていないだろう

検証

- 実験
  - 10,000 都市の巡回セールスマン問題
  - 任意解生成 10,000 回 $\rightarrow \mu_0, {\sigma_D}^2$
  - 3 つの解 $\rightarrow \mu_1, D = \mu_0 - \mu 1$
    それらに 2 つの近傍操作 10,000 回ずつ
    $$\rightarrow \mu_3, {\sigma_I}^2, \mu_I = \mu_1 - \mu_3, \alpha = -\frac{{\sigma_D}^2 \, \mu_I}{{\sigma_I}^2 \, D}$$
- 結果
  - 実際の分布はモデルとは異なる
  - D や μ_I が 2 桁異なっても
    α は 0.40〜1.16 (定理成立なら 0.5)

$\rightarrow$ 考え方は間違っていないだろう

検証

- 実験
  - 10,000 都市の巡回セールスマン問題
  - 任意解生成 10,000 回 $\rightarrow \mu_0, {\sigma_D}^2$
  - 3 つの解 $\rightarrow \mu_1, D = \mu_0 - \mu 1$
    それらに 2 つの近傍操作 10,000 回ずつ
    $$\rightarrow \mu_3, {\sigma_I}^2, \mu_I = \mu_1 - \mu_3, \alpha = -\frac{{\sigma_D}^2 \mu_I}{{\sigma_I}^2 D}$$
- 結果
  - 実際の分布はモデルとは異なる
  - D や μ_I が 2 桁異なっても
    α は $0.40 \sim 1.16$ (定理成立なら 0.5)

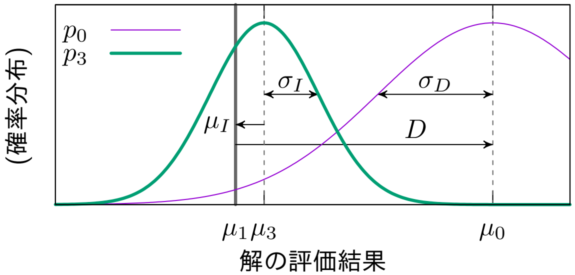
$\rightarrow$ 考え方は間違っていないだろう

仮説を立て理由を考える

- 近傍解に関する仮説
- もし仮説が成立するのであれば
- 仮説からわかること
- なぜ単点探索ではうまくいかないのか？
- 多点探索がうまくいくメカニズムは？
- 多点である必要はあるのか？

近傍解に関する仮説

- 仮説１：大規模な問題に対し
  近傍解改善量の平均 $\mu_I\ (< 0)$ は
  　元の解の偏差 $D\ (> 0)$ と
  　近傍解改善量の分散 ${\sigma_I}^2\ (> 0)$ に
  概ね比例する

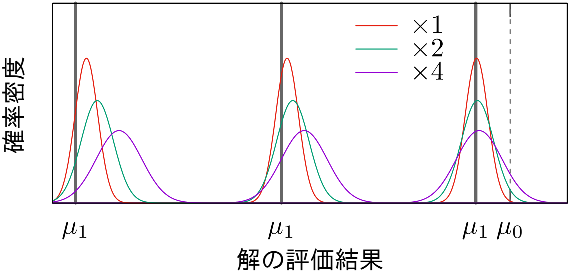


近傍解の分布モデルを描画してみる

$D\ (= \mu_0 - \mu_1)$ と ${\sigma_I}^2$ を 3 通りずつ

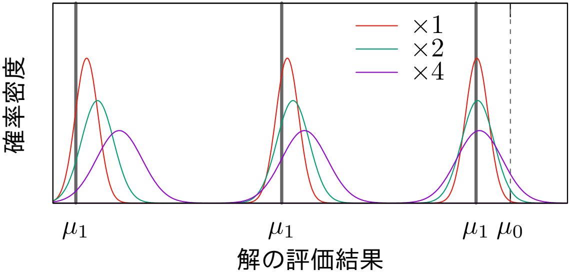
$\times 2$、$\times 4$ は ${\sigma_I}^2$ が 2 倍、4 倍

- D 小 $\rightarrow$ $\times 4$ の方が改善量大
- D 大 $\rightarrow$ $\times 1$ の方が改善する確率大



もし仮説が成立するのであれば

D に対して最適な ${\sigma_I}^2$ があるだろう

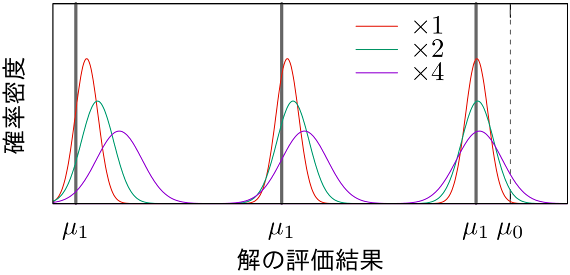


もし仮説が成立するのであれば

D に対して最適な ${\sigma_I}^2$ があるだろう

- D：解探索が進むと大きくなる

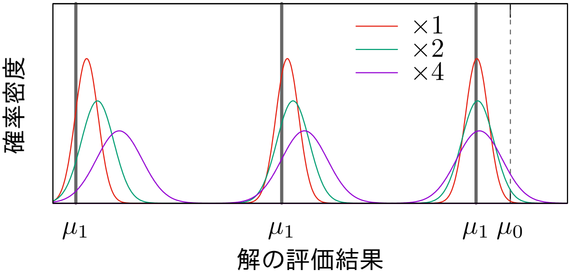
  制御不可能



もし仮説が成立するのであれば

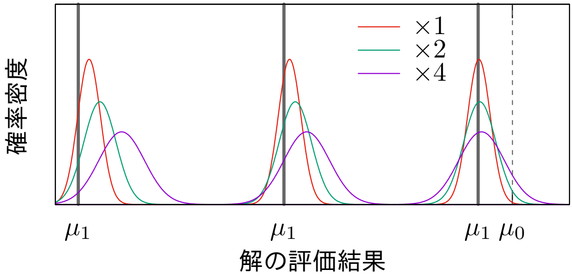
D に対して最適な ${\sigma_I}^2$ があるだろう

- D：解探索が進むと大きくなる
  制御不可能
- ${\sigma_I}^2$：近傍操作の方法次第
  ある程度制御可能！



仮説からわかること

- 大規模な問題では ${\sigma_I}^2$ を制御すべき！
  - 探索の進行 (D の増大) に合わせて ${\sigma_I}^2$ を 大 $\rightarrow$ 小 とするしかない
- 解探索の効率には上限がある
  - D に対して最適な ${\sigma_I}^2$ を選び続ける



なぜ単点探索ではうまくいかないのか？

(仮説の立場から言うと)

- 通常の単点探索法 (局所探索法等)
  近傍操作が 1 種類

  $\rightarrow$ ${\sigma_I}^2$ を制御できない

  - ${\sigma_I}^2$ が小さい：
    大規模な問題では解探索が遅すぎる
  - ${\sigma_I}^2$ が大きい：
    D が大きくなると解探索が止まる

多点探索がうまくいくメカニズムは？

(仮説の立場から言うと)

- 遺伝的アルゴリズムの交叉は
  ${\sigma_I}^2$ が変化する近傍操作に相当？
  $\rightarrow$ ${\sigma_I}^2$ が適応的に制御される
  - 2 つの親個体が大きく異なっている場合
    $\rightarrow$ 子個体も大きく異なる
    ${\sigma_I}^2$ が大きい近傍操作に相当？
  - 2 つの親個体が小さく異なっている場合
    $\rightarrow$ 子個体も小さく異なる
    ${\sigma_I}^2$ が小さい近傍操作に相当？

多点である必要はあるのか？

(仮説の立場から言うと)

- ${\sigma_I}^2$ を調整すれば良いのでは？
  - 例えば ${\sigma_I}^2$ を制御する局所探索法はいかがでしょう？
  - 例えば ${\sigma_I}^2$ と温度 T を制御する Simulated Annealing はいかがでしょう？

まとめ

- 組合せ最適化問題における暗黙の仮定を明確化
- 近傍操作に関するモデルを構築、定理を導出・検証、仮説を提案
- 最適化手法について考察
  - ${\sigma_I}^2$ を制御すれば良いのでは？