電気磁気学Ｉ　第９回

電流と磁界

電子情報システム工学科
奥宏史

今日学ぶこと

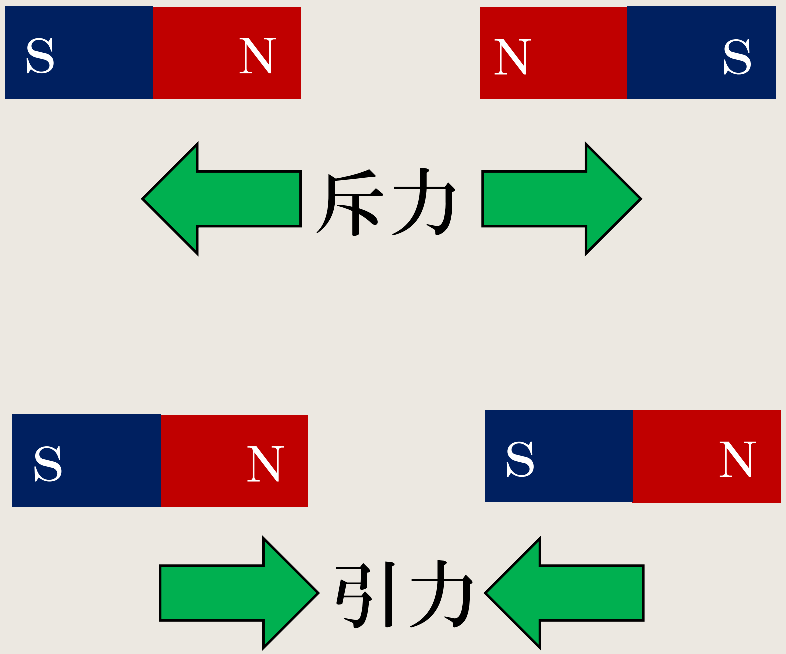
- 磁界
- アンペアの周回積分の法則

参考文献

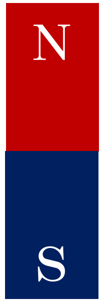
- R. Feynman，R. Leighton and M. Sands（宮島龍興 訳），ファインマン物理学Ⅲ－電磁気学－，岩波書店，1969
- 長岡洋介，電磁気学Ⅰ，物理入門コース，岩波書店，1982

磁石と磁界

極性（N極とS極）

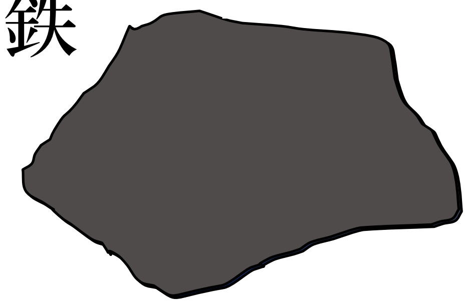


磁石の間の力は空間を隔てて及ぼし合う.



磁界（磁場）の発生

鉄



磁化

磁石が近づくと鉄が一時的に
磁石となって引き付け合う.

磁石と磁界（つづき）

「空間を隔てて及ぼし合う力」‥‥電気の力と磁石の力は似ている

電気の力	磁石の力
電界（電場）	磁界（磁場）
正極（＋）と負極（－）	正極（N）と負極（S）
電気力線の端：電荷	磁力線の端：磁荷
距離 r 隔てた二つの電荷間に働く力 $F \propto \dfrac{Q_1 Q_2}{r^2}$	距離 r 隔てた二つの磁荷間に働く力 $F \propto \dfrac{Q_{m1} Q_{m2}}{r^2}$

クーロンの法則

決定的な違い：

電荷は実在し，正の電荷だけを取り出せる．	磁荷は**仮想的**なものである．正負の磁荷それぞれが単独で存在しない．

磁石全体のもつ磁荷は0

磁石と磁界（つづき）

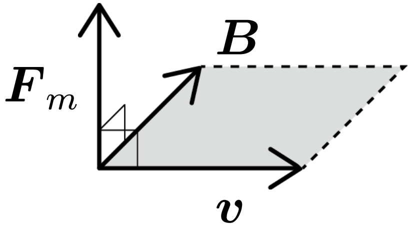
- 磁界の本質・・・・電流，すなわち運動する電荷の作用

- 静磁場(magnetostatic field)・・・・時間的に変動しない磁場（磁界）
  - 定常電流（多数の電荷の平均的な速度が一定を保ち続ける）の作る磁場

電荷に働く力

- 電気力（クーロンの法則）
  - 電荷のある場所に関係する力
  - 電荷の運動に無関係
- 磁気力（磁力）
  - 電荷の速度に依存する
  - フレミングの左手の法則

    力の向きは空間のある定まった方向に直角



電界ベクトル$\boldsymbol{E}$内の電荷qに働く電気力

$$\boldsymbol{F}_e = q\boldsymbol{E}$$

磁界ベクトル$\boldsymbol{B}$内を速度$\boldsymbol{v}$で運動する電荷qに働く磁気力

$$\boldsymbol{F}_m = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

電荷qに働く全電磁力（ローレンツ力）

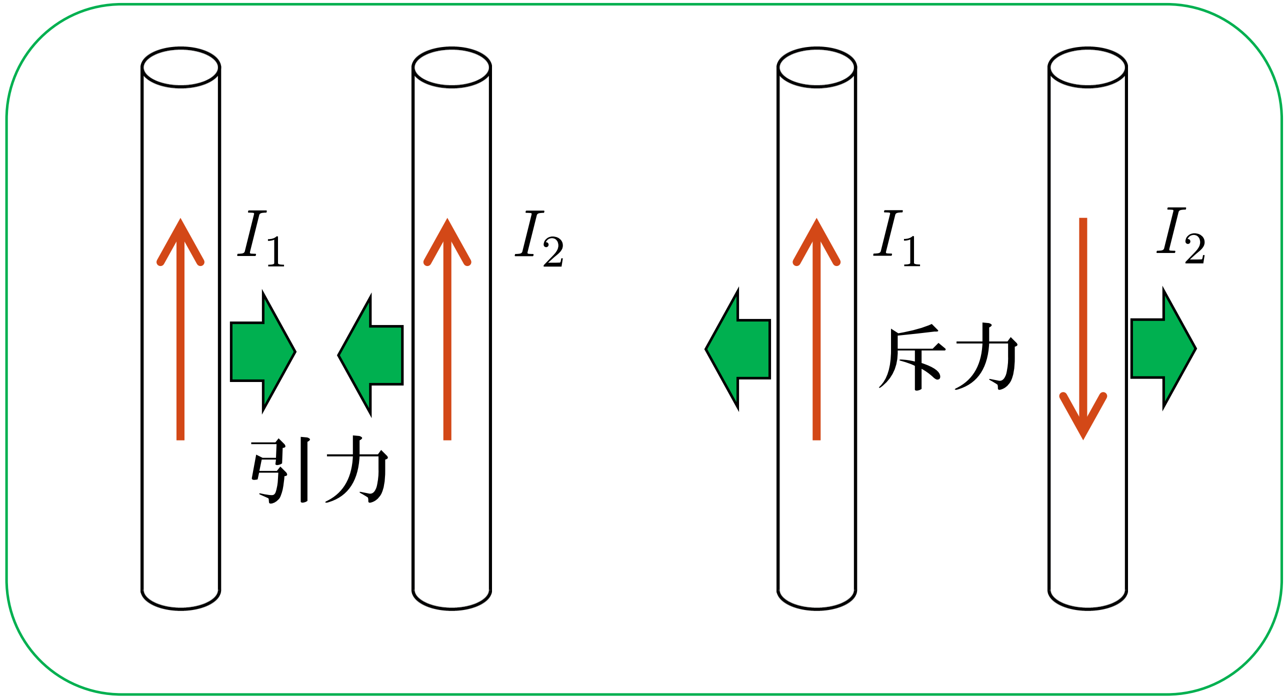
$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

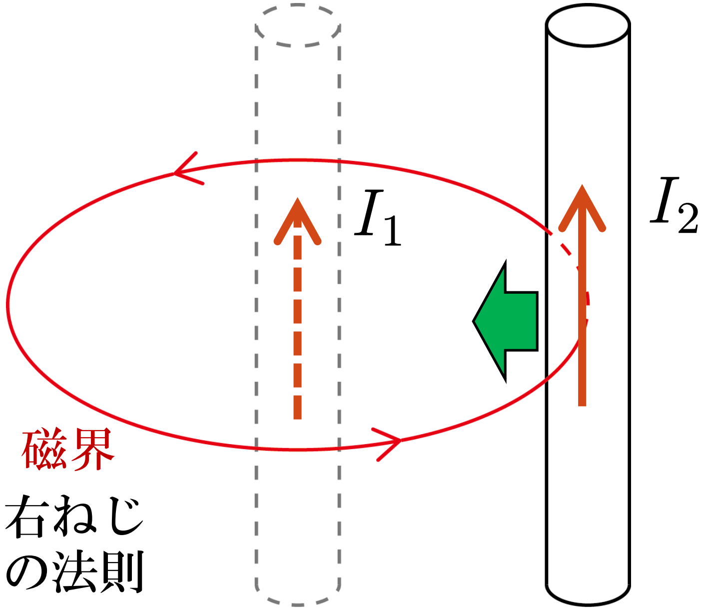
注意：通常，電気力は磁気力に比べて小さく無視されることがある．そのため，磁気力のみをもってローレンツ力と呼ぶこともある．

電流のつくる磁界

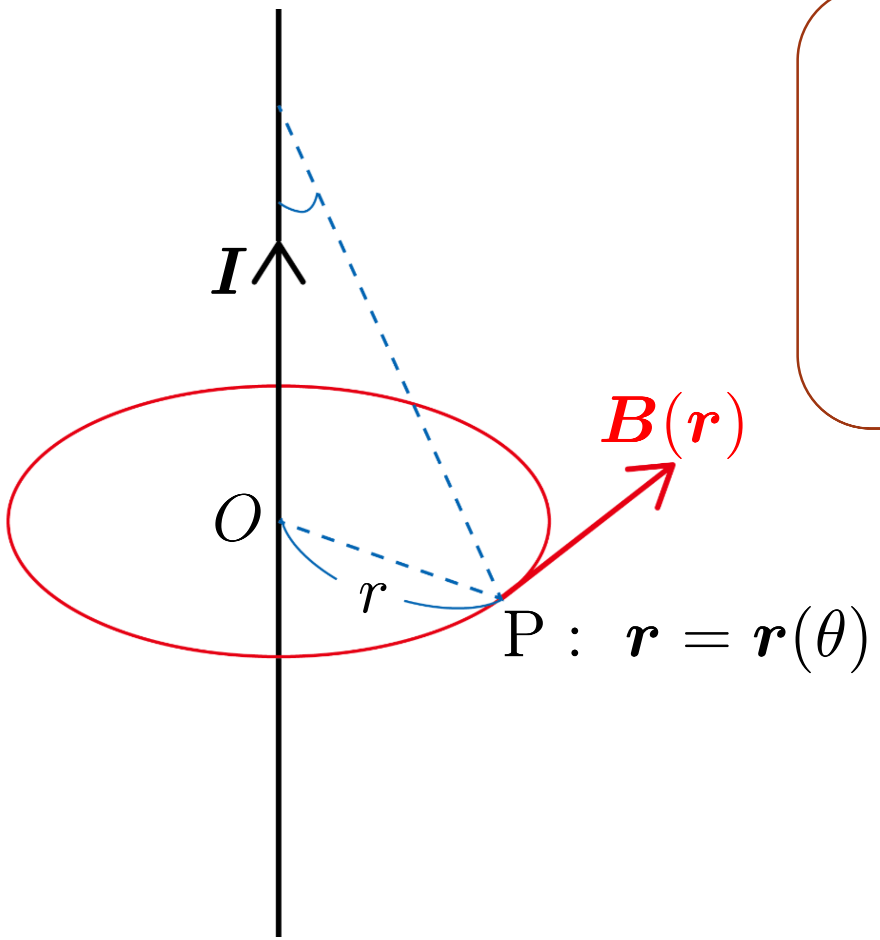
- 電流が流れている導体の周囲に磁界が発生する。

フレミングの
左手の法則





電流のつくる磁界（つづき）



直線電流の大きさ： $I = \|\boldsymbol{I}\|$

電流からの距離 r の点 P における磁束密度の大きさ

$$B(r) = \|\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})\| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

電流ベクトル

$$\boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}$$

点 P の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$ とおく.

$$\mathrm{P}:\ \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(\theta) = \begin{bmatrix} r\cos\theta \\ r\sin\theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

電流のつくる磁界（つづき）

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi r^2}\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} r\cos\theta \\ r\sin\theta \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \frac{\mu_0(\boldsymbol{I} \times \boldsymbol{r})}{2\pi\|\boldsymbol{r}\|^2}$$

$\boldsymbol{H}$ を次式のように定義する．

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = \frac{\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})}{\mu_0} = \frac{(\boldsymbol{I} \times \boldsymbol{r})}{2\pi\|\boldsymbol{r}\|^2} = \frac{I}{2\pi r}\begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

電流のつくる磁界（つづき）

$\boldsymbol{H}$ を半径 r の円周について周回積分する．つまり，

$$C : \ \boldsymbol{l}(t) = \begin{bmatrix} r\cos t \\ r\sin t \\ 0 \end{bmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi \quad \text{について，}$$

$$\int_C \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_0^{2\pi} \frac{I}{2\pi r} \begin{bmatrix} -\sin t \\ \cos t \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -r\sin t \\ r\cos t \\ 0 \end{bmatrix} \mathrm{d}t = \int_0^{2\pi} \frac{I}{2\pi} \mathrm{d}t = I$$

アンペアの周回積分の法則

$$\int_C \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = I$$

ただし，Cは閉曲線とする．

電流密度

- 電流 I : 任意の面 S を単位時間あたりに通る全電荷

- 電流密度 $\boldsymbol{i}$ （ベクトル）
  - 大きさ：単位面積あたりに流れている電流値
  - 方向： 電流の流れている方向

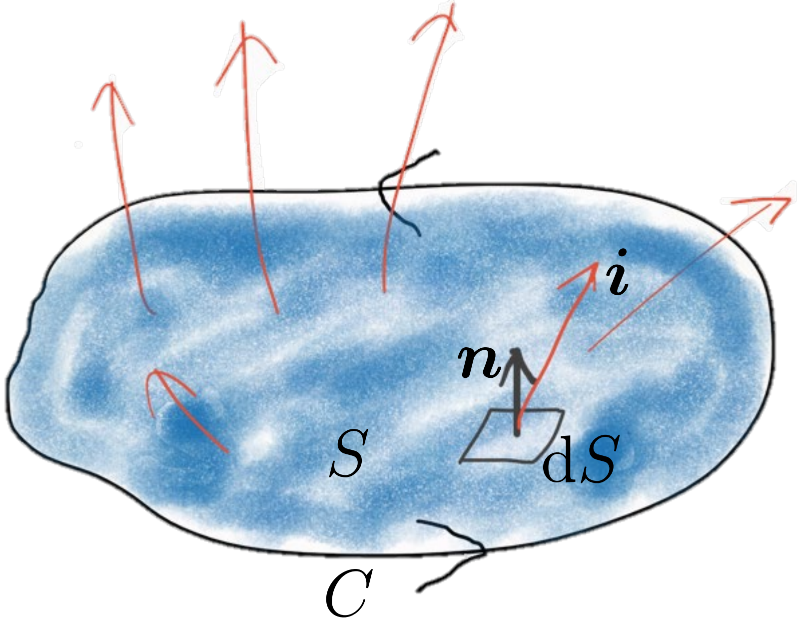
- 電流密度 $\boldsymbol{i}$ と電流 I の関係

$$I = \int_S \boldsymbol{i} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

面積分

- アンペアの周回積分の法則

$$\int_C \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S \boldsymbol{i} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$



ベクトル面積素：$\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \boldsymbol{n}\mathrm{d}S$

まとめ

- 磁界
  - 静磁場
  - 磁気力
- 電流のつくる磁界
  - アンペアの周回積分の法則
  - 電流密度

磁場中の電流に働く力

- 事実：電流が流れている導体の周囲に磁界が発生する．

フレミングの左手の法則