電気磁気学Ｉ　第１１回

電磁誘導と変位電流

電子情報システム工学科
奥宏史

今日学ぶこと

- ファラデーの電磁誘導の法則
  (Faraday's law of induction)
- 磁束密度
- 変位電流

定常場（界）と非定常場（界）
（Stationary field and non-stationary field）

- 定常場・・・・時間の経過に対して不変である場
  - 静電場（保存場，$\mathrm{rot}\boldsymbol{E}=0$ ）
  - 静磁場（定常電流の作る磁場）

- 非定常場・・・・時間とともに変化する場
  - 電場が変化すると磁場が発生する.
  - 磁場が変化すると電場が発生する.

互いに影響を及ぼし合う.

ファラデーの電磁誘導の法則

- 磁場が変化する場合について

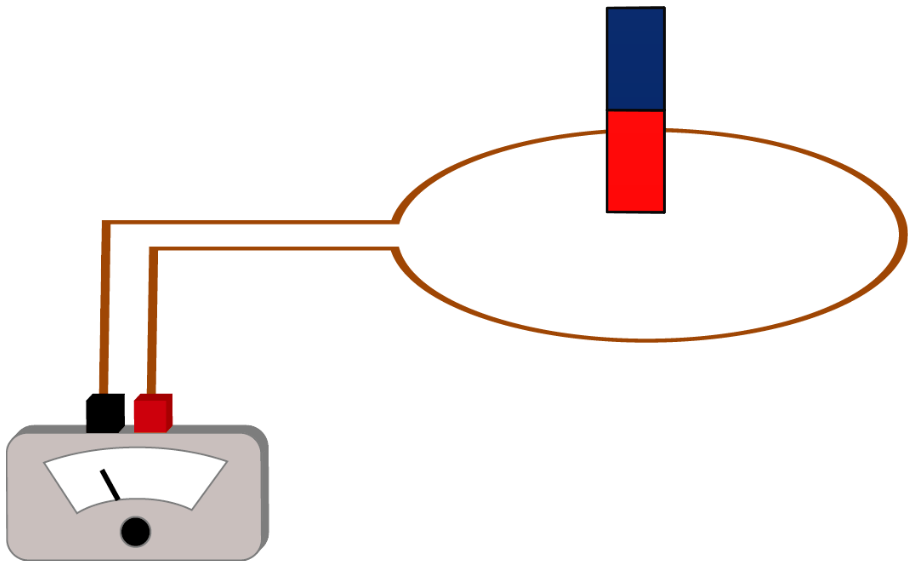
コイルに交わる磁力線が減少するとき，単位時間当たりの減少数と誘起電圧は比例する

$$-\frac{\mathrm{d}(\text{磁力線数})}{\mathrm{d}t} = KU$$

U :　コイルの電圧

K :　比例定数,　　$K = \frac{1}{\mu}$

μ :　透磁率



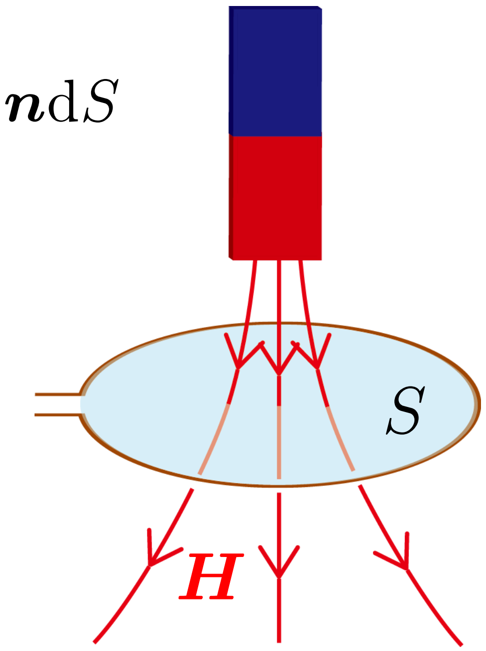
ファラデーの電磁誘導の法則（つづき）

磁束[Wb]: $\phi = \mu \int_S \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}S$

を定義すると，ファラデーの電磁誘導の法則は，

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -U$$

磁力線数 $= \int_S \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}S$



磁束密度と磁界

$$\phi = \mu \int_S \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}S$$
$$= \int_S \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}S$$

(面積分)

ファラデーの電磁誘導の法則

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -U$$

[Wb/s]　[V]

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}$$

磁束密度　磁界

[Wb/m²]　[A/m]

[V·s/m²]　電流

電圧

アンペアの周回積分の法則

$$\oint \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} = I$$

(線積分)

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{H} = \boldsymbol{i}$$

※透磁率 μ は媒質に密接に関連する値

電磁誘導の法則の微分形

$$\begin{cases} U = \displaystyle\int_C \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \\ \phi = \mu \displaystyle\int_S \boldsymbol{H}\cdot \boldsymbol{n}\mathrm{d}S \end{cases}$$ を $\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = -U$ に代入して，ストークスの定理を適用

ストークスの定理

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\left(\int_S \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S\right)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\left(\mu\int_S \boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S\right)}{\mathrm{d}t} = -\int_C \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\int_S (\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E})\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S}$$

$\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H}$

磁束密度[Wb/m^2]

S : 閉領域，C : 閉領域 S の境界

電磁誘導の法則の微分形（つづき）

$$\frac{\mathrm{d}\left(\int_S \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S\right)}{\mathrm{d}t} = -\int_S (\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E})\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S \iff \boxed{\int_S \frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S = -\int_S (\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E})\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S}$$

この等式は面積分の面のとり方に無関係に成立することに注意.

ファラデーの電磁誘導の法則の微分形

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = -\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$$

磁流と磁圧

- 磁場 $\boldsymbol{H}$ $\qquad \mathrm{rot}\boldsymbol{H} = \boldsymbol{i}$
- 電場 $\boldsymbol{E}$ $\qquad \mathrm{rot}\boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial B}{\partial t}$ （磁流）

それぞれの積分形は，

（起磁力） $$\int_C \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = I$$

（起電力） $$\int_C \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

変位電流

- 電場が変化する場合について

cf. 電磁誘導の法則

$$\frac{\mathrm{d}\left(\mu\int_S \boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S\right)}{\mathrm{d}t} = -\int_C \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

$$\frac{\mathrm{d}\left(\varepsilon\int_S \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S\right)}{\mathrm{d}t} = \int_C \boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S (\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H})\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S$$

符号に注意

ストークスの定理より

$\varepsilon\boldsymbol{E} = \boldsymbol{D}$

$\|$

$$\frac{\mathrm{d}\left(\int_S \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S\right)}{\mathrm{d}t} = \int_S \frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S$$

$\left[\ \boldsymbol{D}$: 電束密度ベクトル [C/m^2] $\ \right]$

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = \frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$$

変位電流

電束密度と電界

点電荷による電界

$$|\boldsymbol{D}| = \varepsilon|\boldsymbol{E}|$$
$$= \frac{Q}{4\pi r^2}$$

$$\mathrm{div}\boldsymbol{D} = \varepsilon\mathrm{div}\boldsymbol{E} = \rho$$

電荷密度

[C/m^3]

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E}$$

電束密度	電界
[C/m^2]	[V/m]
[A·s/m^2]	電圧
電流	

$$V = -\int \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\ell$$

(線積分)

$$\boldsymbol{E} = -\mathrm{grad}V$$

※誘電率 ε は媒質に密接に関連する値

磁場

- アンペアの周回積分の法則の微分形（導体に流れる電流がつくる磁場）

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = \boldsymbol{i}$$

- 変位電流と磁場の関係

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

- 一般に，

（磁場）＝（導体に流れる電流の寄与分）＋（変位電流の寄与分）

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = \boldsymbol{i} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

Maxwellの方程式の一つ

まとめ

- ファラデーの電磁誘導の法則
  (Faraday's law of induction)
- 磁束密度
- 変位電流