**微分方程式（1 年）期末試験 2011 年 2 月 1 日**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **微分方程式** | **真貝寿明**<br>**大島一能** | **IS 科 IN 科 1 年** | **参照可能物　なし** |

**【重要】　別紙の答案用紙に記入すること．問題用紙は回収しない．**
**解答順は自由とするが，答案用紙には，どの問題か分かるように記載すること．**
**答案には，答えだけではなく導出の過程も記すこと．導出の過程にも配点がある．**

問題 **1**　（自然現象のモデル化，20 点）
次の微分方程式を立てよ．各自で導入した記号には説明をつけること．

(1) $xy$ 平面上の各点で，法線の傾きが $\sin x$ である曲線が満たす微分方程式．
(2) 時間に対して一定の割合で増加していくバクテリアの数を求める微分方程式．
(3) 時間に対して一定の加速度が与えられる運動を表す微分方程式．
(4) その時の人口に比例して増加してゆく人口を求める微分方程式．

問題 **2**　（基本的な微分方程式，30 点）
$y(x)$ に対する次の微分方程式の一般解（初期条件が与えられているものは特殊解）を求めよ．

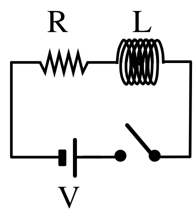
(1) $y' - 2y = 0,\ \ y(0) = 2$
(2) $y' - 2y = 5\cos x,\ \ y(0) = 2$
(3) $y' - 2y = 4e^{-2x}$
(4) $y' - 2y = 3e^{2x}$
(5) $y'' - 2y' - 3y = 0$
(6) $y'' - 2y' - 3y = 0,\ \ y(0) = 4,\ \ y'(0) = 0$

以下の 3 問のうち，2 問を選択して解答せよ．

問題 **3**　（1 階微分方程式の応用，25 点）
抵抗値 $R$ の抵抗とインダクタンス $L$ のコイルで構成される RL 直列回路に，起電力 $V$（一定）の直流電源を接続し，時刻 $t = 0$ でスイッチを入れる．電流 $I(t)$ に関する微分方程式は，

$$V - L\frac{dI}{dt} = RI$$

となる． $I(t)$ を求め，グラフの概形を描け．




問題 **4**　（2 階微分方程式の応用，25 点）
振動するブランコの運動方程式は，振れ角 $x$ を時間 $t$ の関数 $x(t)$ として，

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - c\frac{dx}{dt} + F(t)$$

となる．ここで，$m, k, c\ F(t)$ は，それぞれ質量，振動の比例定数，空気抵抗の比例定数，加える外力である．なお，(2) と (3) は厳密に $x(t)$ を求める必要はない．

(1) $m = 1, k = 5, c = 4, F(t) = 0$ のとき，$x(t)$ を求め，初期値を適当に仮定して，グラフの概形を描け．
(2) $m = 1, k = 5, c = 4, F(t) = \sin 2t$ のとき，どのような運動になるかを数行で述べよ．
(3) $m = 1, k = 4, c = 0, F(t) = \sin 2t$ のとき，どのような運動になるかを数行で述べよ．

問題 **5**　（微分方程式の概念，25 点）

(1) 微分方程式の解として「一般解」「特殊解」「特異解」の違いを説明せよ．
(2) 2 階微分方程式を求める際の「基本解の 1 次独立性」について説明せよ．