3　乗り物の物理——空気抵抗と闘う乗り物

力学の続きで，万有引力・エネルギーの話と，流体に関わる話をします．

3.1　重力による運動 — リンゴの落下から惑星運動まで

天体の運動を考えていたニュートンが，リンゴが落ちるのを見て，重力の原因が「万有引力である」と気づいた話は実話らしい．

3.1.1　万有引力の法則

■ 力 3 **万有引力**

質量があるすべての物体は，互いに引き合う，と考えることにすれば，重力で動く物体の運動が説明できる．生じる引力を**万有引力**とよぶ．

力 3 **万有引力** (universal gravitation)
万有引力定数 G (gravitational constant)

法則 **万有引力の法則**

すべての物体は引力で引き合う．質量 M と m の物体が距離 r だけ離れているとき，万有引力の大きさ F は

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \tag{1}$$

である．G は定数で $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$ である．

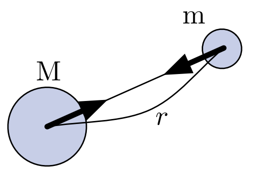


図 1: 万有引力は常に引力．

なぜ，距離 r の 2 乗に反比例する力が生じているのかは分からない．しかし「(1) の形の万有引力」の存在を認めると，ボールの運動も地球の運動も見事に説明することができる．

リンゴを落下させる重力も万有引力の法則から説明できる．リンゴは地球からの力によって地球に近づき，地球もリンゴの重力によってリンゴに近づく．ただし，地球は桁違いに重いので，実質的に動いているのはリンゴだけ，となる．

Advanced　**地球表面での重力加速度**

地球の半径を R，地球の質量を M とする．地球は大きさをもつが，球だと考えれば，全質量が中心にあると考えてもよい．リンゴの質量を m，生じる加速度を g とすると，リンゴの運動方程式 $F = mg$ の左辺に万有引力 (1) を代入して

$$G\frac{Mm}{R^2} = mg \qquad \text{すなわち} \qquad g = \frac{GM}{R^2} \tag{2}$$

となる．つまり，地球表面での加速度 g は一定で，g は地球の質量と半径によって決まることがわかる．

コラム

コラム 4 (なぜ月は地球に落下してこないのか)

万有引力を考えると，すべての物体は近づいていくように思える．地球と月も万有引力で引っ張り合っているのにも関わらず，なぜ月が地球に落下してこないのか．この問題はニュートンも悩ませた．

ニュートンの次の理由を考えた．速いスピードで物体を投げると遠くまで届く．投げる速さをどんどんと大きくしていけば，やがて，地球を一周するほどになるだろう．したがって，例え引力で引き合っていても，必ずしも落下して衝突するとは限らない．

この説明は正しく，実際に地球表面で秒速 7.9 km（時速 28400km）の速さでモノを投げると，地球表面を周回運動する．月は地球に落下し続けているのである．

図 2: 速さが大きければ落下しつつも地球を周回する．

3.1.2　放物運動

■放物運動（斜め方向への投射）

下向きに一定の重力加速度 g が作用するとき，投げ出された物体の運動は

水平方向　等速運動

鉛直方向　等加速度運動（加速度は下向きに g）

であり，これを合わせると，物体は放物線を描く．最も遠くまでボールを飛ぶのは打ち出す方向が，上方 45 度のときである．

放物運動（斜方投射）
(parabolic motion)

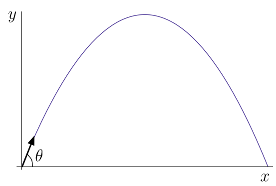


図 3: 斜方投射の基本の図．原点から，初速度 v_0 で投射角 θ で打ち出されたボールの運動を考える．

Advanced　**放物運動の最高点と着地点**

右図のように，水平方向に x 軸，鉛直上向きに y 軸をとり，原点からボールを打ち出すときを考える．初速度を v_0，投射角を θ とすると，ボールの t 秒後の位置 $(x(t), y(t))$，速度 $(v_x(t), v_y(t))$ は，$(a_x(t), a_y(t))$ を加速度とすると運動方程式

$$ma_x = 0 \tag{3}$$
$$ma_y = -mg \tag{4}$$

を解くことで加速度が得られる．加速度から速度が

$$v_x(t) = v_0 \cos\theta \tag{5}$$
$$v_y(t) = v_0 \sin\theta - gt \tag{6}$$

と求められ，位置も

$$x(t) = v_0 \cos\theta \; t \tag{7}$$
$$y(t) = v_0 \sin\theta \; t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{8}$$

となる．これより，次のことがわかる．

	到達時刻	位置 (x, y)
最高点	$t_{\mathrm{top}} = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g}$	$(x_{\mathrm{top}} = \dfrac{v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g}, \dfrac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g})$
着地点	$2t_{\mathrm{top}}$	$(2x_{\mathrm{top}}, 0)$

Topic　**いちばん遠くまで届く投げ上げの角度**

上記の計算式から，最も遠くまでボールを飛ぶのは θ =45 度のときとわかる．

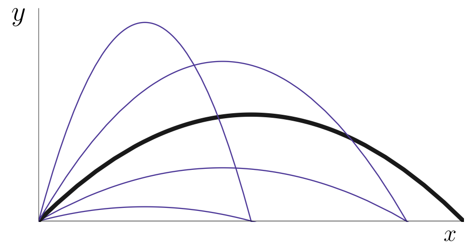


図 4: 原点からの初速度を同じにして，投射角を 15 度，30 度，45 度，60 度，75 度とした場合の放物線軌道．45 度のときがもっとも遠くまで届く．

ここで扱っている式では，放り投げる物体の大きさを考えていない．実際に大きさのある物体を投げても放物運動に見えないかもしれないが，実は，物体の重心の位置を見ていくと，きちんと放物運動になっている（図 5）．

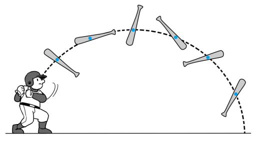


図 5: バットを投げる．重心は放物線を描く．

■放物運動（空気抵抗がある場合）

空気抵抗がある場合は，到達する高さも，飛距離も短くなる．

空気抵抗は，物体が空気中を進むときに空気分子に衝突することによって生じる力である．物体の速さ v が大きいほど多くの空気分子と衝突することになるから，空気抵抗の大きさ F は，速さ v に比例する（大きな物体だと速さの 2 乗に比例）と考えるとよい近似になっている．

ハンドボール投げで，最も遠くへボールを飛ばそうとするときには，空気抵抗がなければ 45 度の方向へ投げるべきだが，実際には 45 度よりも少し下方を狙って投げるのが良さそうだ．最近の野球場は，ドーム型として建設されることが多いが，ドームの形状を決めるときには，このようなボールの軌跡の方程式をきちんと解いている．

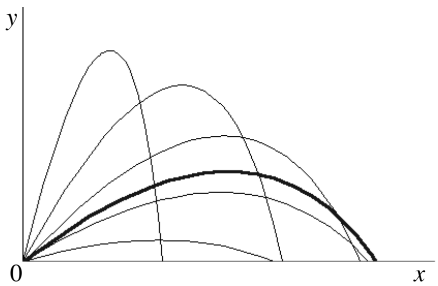


図 6: 空気抵抗があるときの斜方投射されたボールの軌跡．原点からの初速度を同じにして，投射角を 15 度，30 度，45 度，60 度，75 度とした場合の放物線軌道．図 4 と比較せよ．

Topic　**終端速度**

空気抵抗があるときの自由落下では，重力による下向きの力と，空気抵抗による上向きの力が，次第につりあって相殺するようになり，雨滴の速度は最終的には一定値に近づく．この速度を**終端速度**という．

終端速度
(terminal velocity)

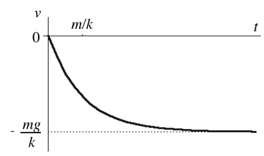


図 7: 雨滴の速度は抵抗力によって終端速度に落ち着く．

コラム 5（『我輩は猫である』に登場する物理）

夏目漱石 (1867–1916) のデビュー作『我輩は猫である』は，主人公の名前のない猫が，飼い主の英語教師・珍野苦沙弥先生のまわりの人物を描いた作品である．教え子で物理学を専門とする水島寒月君の影響もあり，小説中には物理の話もよく登場する．例えば，隣の広場で騒がしい学生に対して苦沙弥先生が怒鳴り込むと，学生からボールが自宅に打ち込まれる反撃に遭うという場面では，ニュートンの運動法則が猫によって解説されている．

> 今しも敵軍から打ち出した一弾は、照準誤たず、四つ目垣を通り越して桐の下葉を振い落して、第二の城壁即ち竹垣に命中した。随分大きな音である。**ニュートンの運動律第一**に曰くもし他の力を加うるにあらざれば、一度び動き出したる物体は均一の速度をもって直線に動くものとす。もしこの律のみによって物体の運動が支配せらるるならば主人の頭はこの時にイスキラスと運命を同じくしたであろう。幸にしてニュートンは第一則を定むると同時に第二則も製造してくれたので主人の頭は危うきうちに一命を取りとめた。**運動の第二則**に曰く運動の変化は、加えられたる力に比例す、しかしてその力の働く直線の方向において起るものとす。これは何の事だか少しくわかり兼ねるが、かのダムダム弾が竹垣を突き通して、障子を裂き破って主人の頭を破壊しなかったところをもって見ると、ニュートンの御蔭に相違ない。(我が輩は猫である（八）より)

また，ちょっとグロテスクだが，10 人の囚人を同時に絞首刑にするには，どのようにしたらよいのか，を議論する『首縊りの力学』の解説もある．

寒月君のモデルは，漱石の良き話相手だった物理学者の寺田寅彦 (1878–1935) と言われており，『首縊りの力学』も 1866 年にイギリスの物理学会誌 (Philosophical Magazine) に掲載された学術論文が元ネタだ，ということが分かっている．

図 8: 『我輩は猫である』をはじめ漱石の小説には物理の話がよく出てくる．

3.2 摩擦力

■ 力 4 摩擦力

　物体どうしが接すると，接触面の凸凹や接触した 2 物体の原子のもつ電気的引力によって**摩擦力**が生じる．摩擦力の大きさ F は，面が物体を押し返す力（垂直抗力）の大きさ N に比例する．比例係数を μ とすると，

$$F = \mu N \qquad \text{摩擦力 [N]} = \text{摩擦係数} \times \text{垂直抗力 [N]} \tag{9}$$

となる．力がはたらいていても物体が静止しているときは，力と**静止摩擦力**がつりあっている．手でモノがつかめるのは，指紋による静止摩擦力があるためである．手に石けんや油をつけてすべりやすくなるのは，静止摩擦係数 μ が小さくなるから，と説明できる．

　動いているときにはたらく摩擦力を**動摩擦力** という．静止摩擦力よりも動摩擦力の方が小さい．つまり，動き始めるときの方が摩擦は大きい．

力 4 **摩擦力**
(frictional force)

静止摩擦 (static friction)

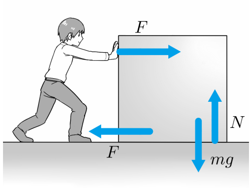


図 9: 物体を押しても動かないとき，静止摩擦力に勝っていない．

Topic　**摩擦はある方がいい？　無い方がいい？**

　モノを動かすときには，摩擦があるとそれだけ力を余計に加えなければならない．畳の上で家具を滑らせて動かすときには，段ボールなどを敷くと摩擦が減る（これは，ざらざらの面よりも滑らかな面にしたほうが，摩擦が少なくなるからだ）．車輪の発明は，モノと地面の接触面積を減らす工夫の 1 つともいえる（面積が少なければ，摩擦は少なくなる）．

　しかし，滑りすぎても困ることがある．自動車や自転車は，走ったら止まらなければならない．タイヤには溝があるが，これは雨天時に排水性を持たせるためだ．タイヤと地面の間に水の膜ができてしまうと，ハンドル操作もブレーキも利かなくなってしまう（ハイドロプレーン現象）．濡れた手ではモノがすべってもちにくい，ビンのふたがあけにくいときはゴム手袋を着けるとよい，冬に凍結した道路には砂をまく $\cdots$．日常見られるさまざまな現象には，摩擦力で説明できることが結構存在している．

Topic　**もし摩擦がなかったら**

　小柴昌俊氏は，某高校で講師をしていたとき，「この世に摩擦がなければどうなるのか」という問題を試験に出したことがあるそうだ．摩擦がないと鉛筆の先が滑って紙に文字は書けなくなる．そのため，この問題の正解は何も解答欄に記入しない白紙答案だったという．解答を記入すると不正解になる超難問だ．

小柴昌俊 (1926–)
1987 年に発生した超新星爆発からのニュートリノを検出した業績で，2002 年にノーベル物理学賞を受賞した．

3.3　保存則という考え方 — 世の中には保存する量がある

運動方程式は，時々刻々と物体がどう運動していくかを決める式である．だから運動方程式があれば，運動は決まる．それに対して，運動の「始めから最後まで，一定の値になる量がある」ことを使って運動を議論する別の方法がある．具体的には，**エネルギー**や**運動量・角運動量**という**保存量**があり，これらの**保存則**を使うことによって，どんな運動状態になるのかがおおまかに分かってしまう便利なツールである．

3.3.1　仕事とエネルギー

■物理的な「仕事」の定義

力を加えて，物体を移動させたとき，物理用語で「仕事をした」という．

仕事 (work)
仕事率 (power)

定義　**仕事・仕事率**

- 力 F [N] を加えて，その方向に物体が x [m] 移動したとき，

$$W = Fx \tag{10}$$
$$\text{仕事 [J]} = \text{移動方向の力 [N]} \times \text{移動距離 [m]}$$

を**仕事**と定義する．仕事の単位は [J]（ジュール）である．

- 単位時間あたり（1 秒あたり）の仕事を**仕事率**という．単位は [W]（ワット）である．

$$P = \frac{W}{t} \qquad \text{仕事率 [W]} = \frac{\text{仕事 [J]}}{\text{時間 [s]}} \tag{11}$$

単位

仕事は [J]（ジュール）．
仕事率は [W]（ワット）．

1 N の大きさの力で，物体を 1 m 動かしたときの仕事の大きさが 1 J である．物理的には，どんなに力を加えても（何時間も力を加え続けても），物体が動かなければ「仕事をしなかった（$W = 0$）」ということになる．

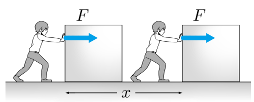


図 10: 力の向きに移動する場合の仕事は $W = Fx$．

力の方向と動いた方向がちがうときには，動いた方向の力の成分を考えて，$W = F_x x$ を仕事とする．左図にあるように，力の向きと移動する方向のなす角を θ とすれば，$F_x = F\cos\theta$ なので，$W = Fx\cos\theta$ となる．この式より，θ が 90 度のときは，仕事ゼロである．つまり，「運動方向と直交する方向に力を加えても仕事はゼロ（運動方向を変えるだけ）」ということになる．

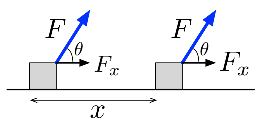


図 11: 力の向きと異なる方向へ移動するときの仕事は $W = F_x x$．

■仕事で楽することはできない

なだらかな斜面の坂道をつくって重い荷物をトラックの荷台に持ち上げたり，動滑車を使って，小さな力で荷物を持ち上げたりすることがある．斜面がなだらかになれば，その分荷物を押して進む距離は増えるし，動滑車を使えば小さな力で済む分長いロープを引っ張らなければならない．同じ結果を得るための仕事 W の大きさを計算すると，結局同じになる †．これを**仕事の原理**という．

仕事の原理 (principle of work)

† 実際には，摩擦などの影響で，斜面や滑車を使う方が多くの仕事を要することになる．

■エネルギー＝仕事をする能力

高い位置にある水は，流れて水車をまわすことができる．飛んでいるボールは，ぶつかって窓ガラスを飛び散らすことができる．このように，高い位置にあったり，運動していれば，「仕事をする能力」がある．このことを**エネルギーをもつ**という．

重力にさからって物体を持ち上げたとき，「重力 × 高さ」の仕事をする．そのため，高いところにある物体は，この大きさのエネルギーをもつ．

位置エネルギー
(potential energy)

公式　**重力による位置エネルギー**

質量 m [kg] の物体が，高さ h [m] にあるとき，

$$E_P = mgh \tag{12}$$

の量を**重力による位置エネルギー**という．g は重力加速度である．エネルギーの単位は，[J]（ジュール）である．

単位

エネルギーは [J] (ジュール)．仕事と同じ．

ただし，ここでの高さの基準は自由である．山の上にいる人にとって，その場所にある岩は位置エネルギーはゼロだが，岩が落ちていく下方の人にとっては，高さの差の分，位置エネルギーが存在する．

運動エネルギー
(kinetic energy)

定義　**運動エネルギー**

質量 m [kg] の物体が，速度 v [m/s] で動いているとき，

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 \tag{13}$$

の量を**運動エネルギー**という．

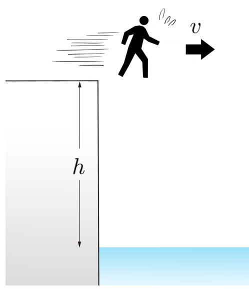


図 12: 高いところにあるもの，運動しているものは仕事する能力がある．＝エネルギーをもつ．

■全エネルギーは保存する

力学的エネルギー保存則
(energy conservation)

法則　**力学的エネルギー保存則** (energy conservation)

重力だけがはたらくとき，位置エネルギーと運動エネルギーの和は一定値で保存する．すなわち，

$$(\text{位置エネルギー}) + (\text{運動エネルギー}) = (\text{一定}) \tag{14}$$

となる．これを**力学的エネルギー保存則**という．

エネルギーの考え方は，後述するように，熱エネルギーや原子核の静止エネルギー，電気エネルギーなど，あらゆる物理的な対象に対して定義されていき，いずれも「総和が一定」という保存則の範囲内で，互いに交換可能な量となる．

力学的エネルギー保存則を具体的な式で書いてみよう．ある点を基準として，A 点（高さ h_1）と B 点（高さ h_2）があり，質量 m の物体が，重力をうけて移動したとき，A 点での速さを v_1，B 点での速さを v_2 とすれば，次式のようになる．

$$\underbrace{mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2}_{\text{A 点での全エネルギー}} = \underbrace{mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2}_{\text{B 点での全エネルギー}} \tag{15}$$

上記の説明では「重力だけがはたらくとき」という条件を付けた．摩擦力がはたらいたり，熱が発生したりすれば，その分だけ仕事をすることになるので，力学的エネルギーの和は「保存しない」．しかし，「他に仕事をして失った」ことまで含めれば，エネルギーの総和（収支計算）は「保存する」．

■ジェットコースターの速さは高さで決まる

ジェットコースターには動力がない．いちばん始めに滑車でコースの最上段まで持ち上げられ，あとは重力にしたがってレールの上を滑るだけである．これは，力学的エネルギー保存則 (15) のわかりやすい例である．

最初に与えられた位置エネルギーは，レールを走ることによって摩擦が生じたり，空気抵抗を受けたり，熱や音・変形などによって徐々に失われてゆくので，ジェットコースターは再び最初の高さまで自力で昇ることはない．

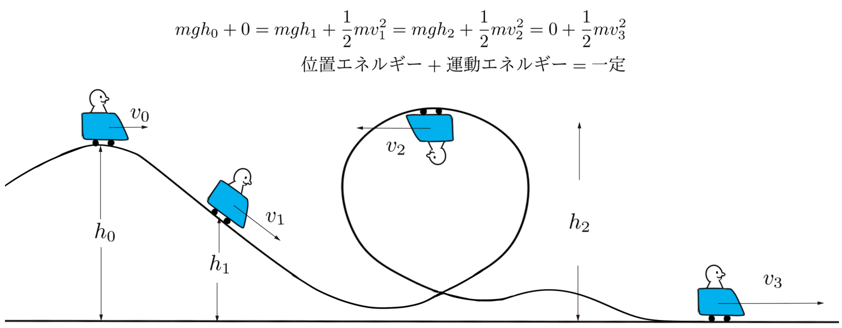


図 13: ジェットコースターの速さは，最初の高さだけで決まる．

表 1: 日本のジェットコースター，各スペックの最高値をもつもののリスト．

アトラクション名	最高速度	全長	所要時間	最大斜度	最高部	加重力
ドドンパ（富士急ハイランド）	172 km/h	1189 m	60 秒	90 度	52 m	4.25 G
スチールドラゴン2000（ナガシマスパーランド）	153 km/h	2479 m	210 秒	68 度	97 m	3.50 G
恐竜コースターGAO（グリーンランド遊園地）	98 km/h	1735 m	260 秒	?	40 m	?
高飛車（富士急ハイランド）	100 km/h	1004 m	?	121 度	?	?
ヴィーナス（スペースワールド）	90 km/h	1040 m	180 秒	60 度	40 m	5.26 G
ハリウッド・ドリーム・ザ・ライド（USJ）	89 km/h	1267 m	180 秒	59 度	44 m	3.57 G

3.3.2　運動量

■運動量

運動の勢い（激しさ）を表す量として考えだされたのが，**運動量**である．

運動量 (momentum)
　= 質量 × 速度
運動量は，速度と同じ向きをもつベクトル量である．

定義　**運動量**

質量 m [kg] の物体が，速度 $\boldsymbol{v}$ [m/s] で動いているとき，**運動量**を次のように定義する．

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v} \tag{16}$$
$$\text{運動量 [kg m/s]} = \text{質量 [kg]} \times \text{速度 [m/s]}$$

■運動量保存則

運動量保存則 (momentum conservation)
衝突・合体・分裂・貫通のように，2 物体が互いに力を及ぼし合うときに成立する．

法則　**運動量保存則**

2 つの物体が互いに力を及ぼしあうとき（すなわち，衝突・合体・分裂・貫通するようなとき），その前後で，2 物体の運動量の和は保存する．

$$m_A\boldsymbol{v}_A + m_B\boldsymbol{v}_B = m_A\boldsymbol{v}'_A + m_B\boldsymbol{v}'_B \tag{17}$$

すなわち，運動量の和は保存する量である．はじめに運動量の和がゼロであれば，ゼロで保存する．

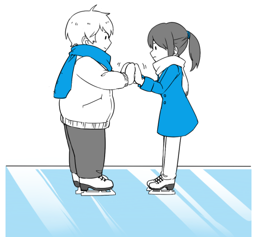


図 14: 体重の違う氷の上の 2 人が互いに力を入れて押すと？

Advanced　**運動量保存則の導出**

2 つの物体 A と B が互いに力を及ぼし合うとき，作用・反作用の法則により，A から B にはたらく力 $\boldsymbol{F}_{A\to B}$ と，B から A にはたらく力 $\boldsymbol{F}_{B\to A}$ は，互いに逆向きで大きさが等しい．すなわち

$$\boldsymbol{F}_{A\to B} = -\boldsymbol{F}_{B\to A}.$$

いま，質量が m_A, m_B の 2 つの物体 A,B があり，それぞれが力を及ぼし合って速度が変化した（A は $\boldsymbol{v}_A$ から $\boldsymbol{v}'_A$ へ，B は $\boldsymbol{v}_B$ から $\boldsymbol{v}'_B$ へ変化した）とする．A の運動量変化 $m_A(\boldsymbol{v}'_A - \boldsymbol{v}_A)$ と，B の運動量変化 $m_B(\boldsymbol{v}'_B - \boldsymbol{v}_B)$ は，上式にあてはめると

$$m_B(\boldsymbol{v}'_B - \boldsymbol{v}_B) = -m_A(\boldsymbol{v}'_A - \boldsymbol{v}_A) \tag{18}$$
$$\boldsymbol{F}_{A\to B}\ \text{による B の運動量変化} = -\boldsymbol{F}_{B\to A}\ \text{による A の運動量変化}$$

となり，これを整理すると (17) になる．

Topic　**ニュートンのゆりかご**

「ニュートンのゆりかご」と呼ばれる実験装置がある．2 個のボールをぶつけると反対側から 2 個のボールが飛び出し，3 個のボールをぶつけると反対側から 3 個のボールが飛び出す．運動量保存則である．

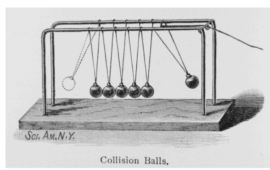


図 15: ニュートンのゆりかご．

3.4 流体中の運動

ここまでの話は，１つの物体の運動に注目した議論だった．次に多くの分子が集団で動く状態を考えよう．水も空気もたくさんの分子から構成されている．分子どうしは常に運動し，衝突を繰り返している．多数の分子の衝突を私たちは「圧力」として感じることになる．多数の粒子からなるものを「流体」という．水も空気も流体である．

3.4.1 圧力

私たちは空気の重さを感じないが，それは人類がそのように進化してきたからだろう．大気圧の存在を初めて明らかにしたのは，イタリアのトリチェリだった．ガリレイの弟子である．

井戸が約 10 メートルよりも深いと，水を直接吸い上げることができない．トリチェリはこの理由を明らかにするために，水銀を満たしたガラス管を水銀の上に逆さに立てる実験を行った．そうすると，ガラス管を傾けても水銀柱は高さ 76cm の高さを保ち，それより上部は真空になることがわかった．この結果からトリチェリは，空気による圧力（大気圧）によって水銀が押されている，と結論した．水銀柱の高さは日々微妙に異なり，トリチェリは水銀気圧計を発明する．

トリチェリと同じ頃，ドイツのマクデブルク市長でもあったゲーリケは，真空の性質について研究していた．直径 51cm の銅製の半球状容器を組み合わせ，中の空気を抜くと，とても強い力で球が吸い付くことを発見し，その半球の双方をそれぞれ８頭の馬で引かせても離れない，という公開実験を行った．彼はまた，半球の中に空気があると簡単に引き離せることも示し，真空が物体を引きつけるのではなく，まわりの気体が圧力をかけていることを証明した．

Evangelista Torricelli (1608–47)

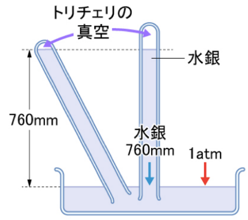


図 16: トリチェリが大気圧を発見した実験．

Otto von Guericke (1602–86)

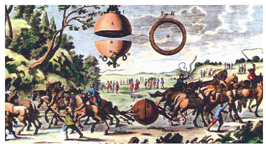


図 17: マグデブルグの半球実験．

■圧力

水や大気などの流体は，物体をまんべんなく押す力をもつ．水圧や大気圧が物体に与える力は，接している面積が大きいほど大きくなる．単位面積あたり（1 m^2 あたり）にはたらく力を**圧力**といい，次のように定義する．

圧力 (pressure)

定義　**圧力**

単位面積あたりにはたらく力を**圧力** p という．

$$\text{圧力}\quad p = \frac{F}{S} = \frac{\text{加わる力 [N]}}{\text{面積 [m}^2\text{]}} \quad \text{単位は} \quad [\mathrm{N/m^2}]=[\mathrm{Pa}] \tag{19}$$

単位

圧力は [Pa](パスカル)．大気圧の場合は [atm](気圧) も使う．古い単位の [mmHg](水銀柱ミリメートル) もある．

圧力は，力そのものではなく，単位面積あたりの力である．

$$(\text{加わる力 } F) = (\text{圧力 } p) \times (\text{面積 } S) \tag{20}$$

である．圧力の単位は力の [N] ではない．

■**大気圧，水圧**

私たちの上空には厚い空気の層があり，それらが重力で地表面を押す．これが大気圧であり，1 cm^2 あたりでは，10.1325 N の力になる．爪の大きさに約 1 kg のおもりが載っている計算になる．世界最高地点，チョモランマ山頂では，大気圧は地表の約 3 分の 1 になる．飛行機の中，山の上などで，顔がむくみやすいのは，大気圧が弱いのが原因である．

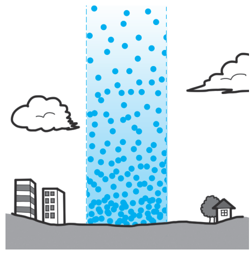


図 18: 大気圧は空気層の圧力．

海中では大気圧と共に水圧が加わる．水深 10m の地点では，地表での大気圧（1.0×10^5 Pa ）に水圧 1.0×10^5 Pa が加わるので，2.0×10^5 Pa の圧力になる．世界最深のマリアナ海溝の海底（水深約 11000 m）では，1.1×10^8 Pa の圧力になる．

Advanced　圧力の単位

国際単位系では，圧力の単位には [Pa] を使う．しかし，海抜 0 m での大気圧を基準とした単位 [atm]（気圧）も便利である．

- 1 気圧 (1 [atm]) は，約 10 万 [Pa] である．

$$1[\mathrm{atm}] = 101325[\mathrm{Pa}] = 1013.25[\mathrm{hPa}] \text{ (ヘクトパスカル)}$$

- 1 atm では，水銀柱の高さが 760mm になることから，1 atm =760 mmHg (水銀柱ミリメートル) とも表す．

Topic　血圧計

血圧（blood pressure）

血圧は，血管内の血液（一般には動脈）の圧力のことで，心臓の動きにあわせて血圧の最高値と最低値を計ることになる．心臓が収縮しているときは，血液を押し出しているので，最高血圧（収縮期血圧）になり，逆に心臓の拡張期は最低血圧（拡張期血圧）になる．血圧が高すぎると，動脈が痛みやすく，心臓にも負担が高い．

血圧計は，一度動脈をぐっと空気圧で押さえ，次第に緩めてゆく．そして圧迫を緩めながら，脈音が聞こえだすところが最高血圧，さらに緩めてゆき，脈音がしなくなるところが最低血圧と判定する．

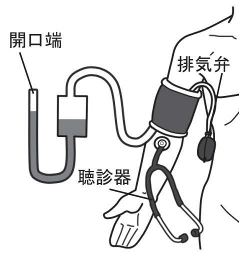


図 19: 血圧計．

3.4.2　表面張力

表面張力
(surface tension)

表面をできるだけ小さくしようとする傾向を持つ液体の性質を**表面張力**という．水滴やシャボン玉が丸くなるのは，この性質による．

液体の内部の分子は，互いに分子間力で引き合っているので，周りから四方八方同じ力で引っ張られている状態である．これに対して，液体の表面の近くにいる分子は，液体に触れていない面ではこの分子間力がない．そのため，液体内側へ引き込む力が勝って，内側へもぐり込もうとする．そして，表面の分子の数が減り，最小限の表面になるところでつりあう．体積が決まっているとき，表面積が最小となる形状は球である．

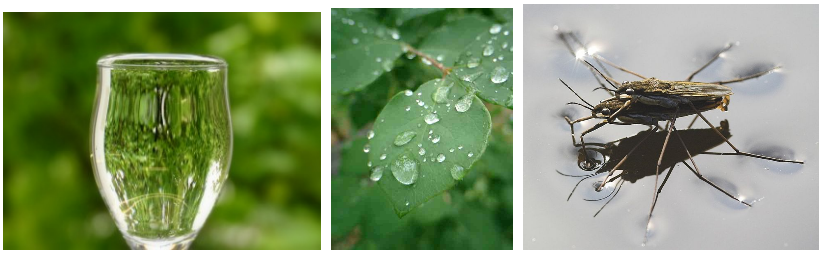


図 21: 表面張力の例．コップは表面の高さをわずかに超えて水を貯えることができる．軽いアメンボが水面を歩けるのも，表面張力の効果である．

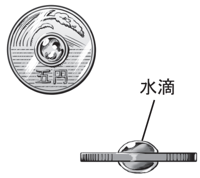


図 20: 5 円玉の穴に水を貯めるとレンズになるのも表面張力．

3.4.3　浮力

浮力
(buoyancy)

流体中（水中，空気中）では，物体の体積に比例した浮力が生じる．この原理を発見したのはアルキメデスである．

法則　**アルキメデスの原理** (Archimedes' principle)

流体中の物体が受ける浮力は，その物体が押しのけた流体の重さ（重力）と同じ大きさである．

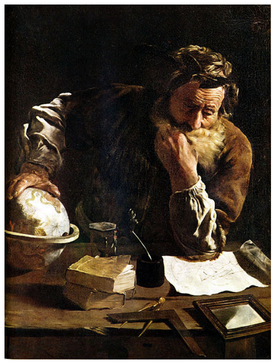


図 22: アルキメデス Archimedes (287BC-212BC)

式で表現すると，次のようになる．浮力の大きさ F は，物体が押しのけた流体の重さに等しい．すなわち，流体の密度を ρ [kg/m^3] とすれば，物体の体積を V [m^3]，重力加速度を g [m/s^2] として

$$F = \rho V g \tag{21}$$

となる．押しのける体積が大きければ，鉄の船も実現することになる．

Topic　**氷山の一角**

氷の密度は水の密度 ρ=1[g/cm^3] の約 92% である．断面積 S，高さ h の氷柱があるとき，水中にある部分の高さを d とすると，つりあいの式は，

$$\underbrace{0.92\rho Shg}_{\text{下向きの力}} = \underbrace{\rho Sdg}_{\text{浮力}}$$

となるので，$d = 0.92h$ となる．つまり，氷はわずか 8% だけ水面から顔を出す．「氷山の一角」という言葉がよく使われるが，氷山が見えてもその大部分は見えていない，ということだ．

図 23: 氷山の一角

卵を浮かせる　実験

新鮮な卵は水に沈む．沈んだ状態で水に塩を加えていくと，卵は浮き始める．理由はアルキメデスの原理から明らかだろう．ところで，浮かばせることで全重量はどうなるのだろうか．コップに水を入れて重量を量る．卵も重量を量る．さて，卵をコップ内に浮かばせると，全重量は？

Topic **死海の塩分濃度**

イスラエルとヨルダンに接する死海 (The Dead Sea) は，湖面の海抜がマイナス 418m であり，陸地で最も低い場所にある．周囲から流れ込む水は，他に流出せず，湖水は蒸発するのみであり，塩分濃度は約 30% になっている（海水の塩分濃度は約 3%）．湖水は高い比重のため，浮力が大きく，人間が沈むことはない．ただし，湖水の塩辛さは半端なく，唇に水がかかっただけで，ヒリヒリとする．

図 24: 死海では誰でも浮かんで本を読むことができる．

コラム

コラム 6 (エウレーカ)

「エウレカ (Eureka，I found it.)」とアルキメデスが叫んで，裸のまま町を走り回った有名な話がある．

アルキメデスは，シチリアの王ヒエロン二世 (308BC–215BC) から，戦勝記念に奉納された黄金の王冠の判定を依頼された．純金で作ってあるはずだが，金細工師が銀を混ぜたという疑いである．最初に与えた金塊と王冠の重さは等しくなっていたが，これを傷つけることなく判定する方法が求められた．

悩んでいたアルキメデスは，風呂に入ると自分の体の分だけ湯があふれることに気づく．いっぱいに湯を入れた桶に体が入ればその分だけあふれだす．つまり体積が測れることになる．重さと体積がわかれば密度が計算できて（密度 = 質量/体積)，純金でできているか，そうでないかがわかることになる．そこで「エウレカ！」となった．

図 25: エウレカと叫ぶアルキメデス（想像図）

「液体中では，物体は自分が排斥する液体の重さだけ軽くなる」という浮力の法則を発見していたアルキメデスは，王冠と同じ重さの金塊を天秤でつりあわせ，そのまま天秤を水の中に入れた．同じ重さでも密度の小さい銀を混ぜていた王冠の体積は大きいため，浮力が異なり，天秤のバランスがくずれたことで偽物とわかったという．

日本語では，エウレカともユリイカとも表記される言葉だ．「わかった」という言葉の変わりに「エウレーカ」と叫ぶ人もいる．英語では heuristic（経験に基づく解決法）の語源にもなっている．

3.4.4　粘性

水も空気も「流体」である．力がつりあっていれば「静止している」流体であり，動いていれば「流れる」流体である．速く泳ごう，速く走ろうとする人類の試みは，流体中の抵抗を減らす試みでもある．

水，油，ガスなどの流体が流動するとき，必ずその流れに抵抗しようとする内部摩擦力が働く．流体の持つこのような性質を**粘性**とよぶ．いわゆる，ねばっこさである．粘性の大きさ（粘性係数）は，流体自身の「移動しにくさ」として定義される．

川の流れと同様に，細い管などに液体を通すと，管に接する部分と管の中央とでは移動速度が違う．粘性係数は，この速度差と流体中の圧力との比例係数として決まる．速度差が大きいほど粘性が大きい．

粘性 (viscosity)

主な流体の粘性係数 η

ヘリウム	0（超流動）
水	0.00089
潤滑油	0.5–1.0
マヨネーズ	8
ガラス	10^4
ピッチ	2.3×10^8
マントル	$10^{21} \sim 10^{22}$

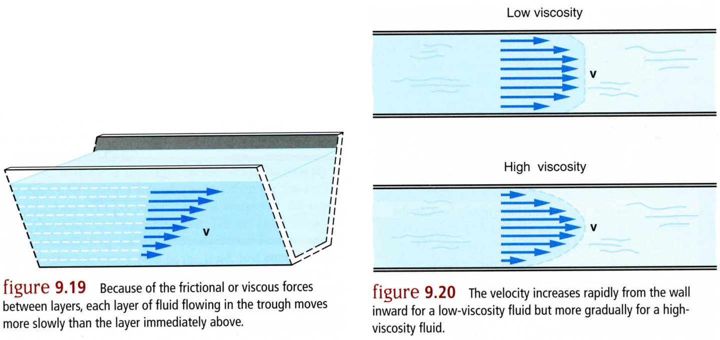


図 26: 川の流れと粘性の影響．

コラム

コラム 7 (ピッチドロップ実験)

ギネスブックに「最も長期に渡るラボ実験」として認定されているのが，アスファルトの粘性を計測しているオーストラリア・クィーンズランド大学のピッチドロップ実験である．実験の目的は，固体のように見えるアスファルトが実は超粘性液体（ピッチ，pitch）であることを学生に示すことで，1927 年に開始された．ピッチを漏斗に注ぎ，落ち着くまで 3 年間待った後，漏斗の下を切り取り，ゆっくりと液が落ちるのを観察している．最初の 1 滴は 10 年後で，2000 年 11 月 28 日には 8 滴目が落下した．9 滴目は 2014 年と予想されていたが，2014 年 4 月 24 日に，ビーカー交換の最中に誤って落ちてしまったという．10 滴目は 14 年後と予想されている．

図 27: クィーンズランド大学のピッチドロップ実験

■流体中の抵抗をどうやって減らすか？

高速で移動する列車や自動車などは，空気抵抗をなるべく減らす必要がある．空気や水などの流体の流れを**流線**と呼ぶが，流線形に作られた物体は，物体の表面近くで**乱流**の発生が抑えられて，エネルギー損失が少なくなる．

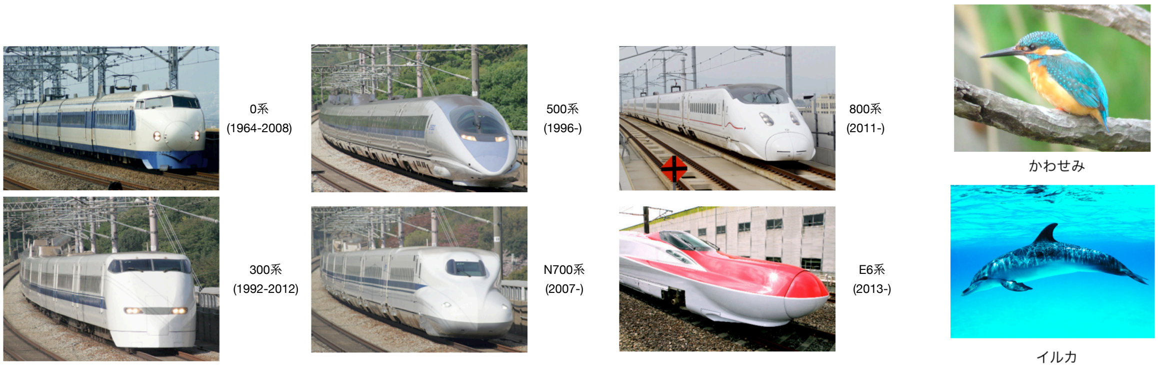


図 28: 〔左〕新幹線の形状進化．開業 50 周年を迎えた新幹線の先頭車両も営業速度を上げるにつれて，どんどん細長く，カモノハシのような顔つきになってきている．〔右〕水中の魚を素早く捕獲するかわせみのくちばしや，イルカの形状は，それぞれの速度に最適な形状となるように進化しているようだ．

コラム

コラム 8 (泳法よりも水着が決め手の時代)

望月修著『オリンピックに勝つ物理学』(講談社，2012) によれば，水泳競技では「泳法の改善で勝てる時代は，1976 年で終わった」という．最近では新型水着の登場とその禁止のいたちごっこが続いている．2000 年のシドニーオリンピックでは，体全体を覆う水着が登場し，人肌よりも抵抗力を減らすことが話題になった．2008 年の北京オリンピックでは，縫い目がなく撥水加工された生地の水着で体を締め付けて凹凸を減らす工夫をされたもの (SPEEDO 社レーザーレーサー) で新記録が続出した．また，ポリウレタンやラバーなどのフィルム状の素材を貼り合わせた水着も登場した．

国際水泳連盟 (FINA) は，これらの水着の着用を 2010 年から禁止し，次のように水着を制限している．

- 水着の布地は「繊維を織る・編む・紡ぐという工程でのみ加工した素材」に限定する．
- 水着が体を覆う範囲は，プール競技では男性用はヘソから膝まで，女性用は肩から膝までとする．オープンウォーター競技では男性用・女性用とも肩から踝までに制限する．

3.4.5　揚力：飛行機はなぜ飛ぶか

■ベルヌーイの定理

まず，流体に対するエネルギー保存則から紹介しよう．次の定理は，粘性（まさつ）のない流体に対して成り立つ．

図 29: ベルヌーイ
Daniel Bernoulli
(1700–82)

> 法則　**ベルヌーイの定理** (Bernoulli's principle)
>
> 定常な流れの流体では，単位体積あたりの運動エネルギーと圧力の和はその流線上で一定である．

数式で示すと，次式になる．

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const.} \tag{22}$$

この式は，流体の流れ v が速いと流体からの圧力 P が小さくなり，流体の流れが遅いと圧力が大きくなることを示している．

■揚力

揚力
(lifting force)

飛行機や凧揚げの**揚力**は，この定理で説明することができる．飛行機は，翼の形状を工夫し，上下に流れる空気の流れ（風速）の違いを出すことで，翼の上下から受ける圧力に差を生じさせる．翼の上を流れていく風速が翼の下を流れていく風速よりも大きければ，上向きの圧力が小さくなるために上向きの力を得ることになる．

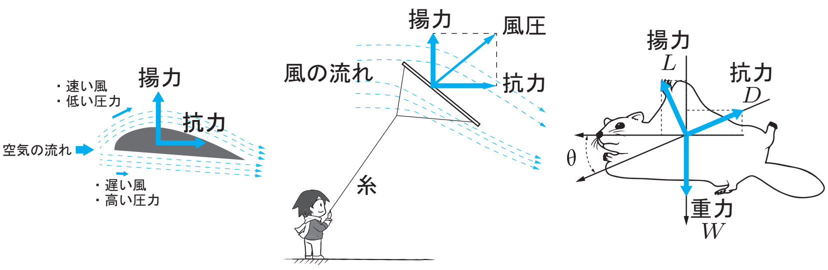
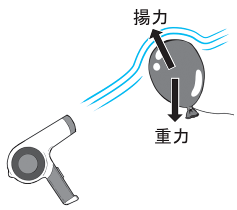


図 30: 〔左〕飛行機の揚力．〔中〕凧の揚力．〔左〕ムササビの揚力．

> **風船を空中で留める**　実験
>
> 風力によって揚力が生まれる様子を体験しよう．風船に息を入れると，ゆっくりと落下する風船になる．ヘアドライヤーで風船の上部をねらって風を送ると揚力が生じ，重力とつりあって風船を空中で留めておくことができる．
>
> 
>
>
> **図 31**