

卒業研究概要

提出年月日 2016 年 1 月 31 日

卒業研究課題

摩擦力がある場合の最速降下線

学生番号

B110-53

氏名 柴山 貴次

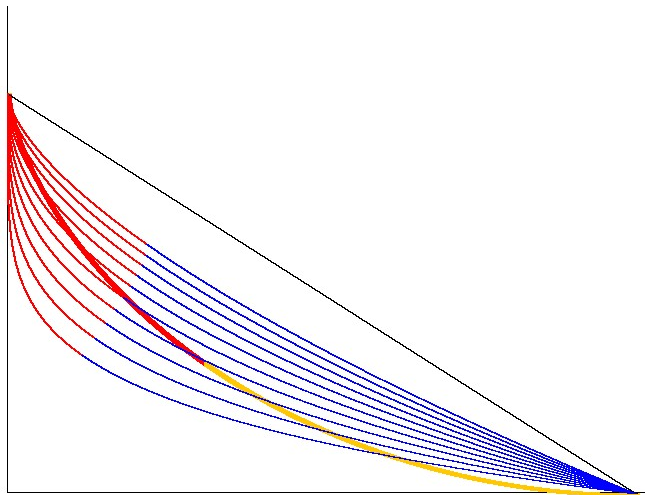
概要 (1000字程度)

指導教員 真貝 寿明

印

1696年、数学者ヨハン・ベルヌーイによって「最速降下線問題」という数学問題が提起された。最速降下線とは、「1点がもう1点の真上にないとす任意の2点間を剛体が重力によって転がる時、最も所要時間が短い曲線」のことである。そして最速降下線の最適解は変分法によってサイクロイド曲線であることがわかる。しかし、摩擦係数 μ や万有引力の力が働いたり初速度が与えられる等、条件によってはサイクロイド曲線とは異なる曲線が最速に降下するかもしれない。本研究では、曲線の形状を変えて物体が重力で転がり落ちる時間を調べるシミュレータを作成し、これらの比較を行った。

プログラムしたのは、 $(x, y) = (0, H)$ の点から $(L, 0)$ の点への曲線として、 $y = -\frac{H}{L^n}x^n + H$ (※n:パラメータ $[0 < n \leq 1]$)・サイクロイド曲線・直線の三種である。摩擦の有無それぞれでボールが転がり落ちる所要時間を表示するプログラムをJava言語で作成した(図1)。パラメータを入力して曲線の形状を変え、複数の結果が同時に出力されるように画面出力を工夫した。



	摩擦なし	$\mu=0.1$	$\mu=0.2$	$\mu=0.4$
直線	16.83	17.98	16.83	16.83
曲線n=0.2	14.54	15.02	15.38	16.33
n=0.25	14.48	15	15.31	16.17
n=0.3	14.41	14.97	15.23	16
n=0.35	14.36	14.97	15.18	15.84
n=0.4	14.33	15.01	15.15	15.71
n=0.45	14.33	15.1	15.15	15.6
n=0.5	14.35	15.25	15.19	15.51
n=0.5	14.4	15.46	15.26	15.45
n=0.6	14.48	15.57	15.36	15.4
n=0.65	14.59	15.72	15.5	15.37
n=0.7	14.74	15.91	15.69	15.37
n=0.75	14.94	16.15	15.92	15.38
n=0.8	15.18	16.45	16.2	15.41
サイクロイド	14.17	14.2	14.24	14.26

図1 プログラム画面の一部(黄色がサイクロイド曲線)

表1 落下時間の比較(H=400, L=628とした時)

坂道を転がるボールに掛かる摩擦には滑り摩擦と転がり摩擦があるが、後者は運動への影響がとても小さい為に無視した。滑り摩擦が掛かる条件として斜面の角度 θ と摩擦係数 μ を用いて、 $\tan\theta > 3.5\mu$ を満たす時に摩擦による外部力が働くとする。図1では $\mu=0.2$ の時の摩擦が掛かる範囲を赤い線で描写して表している。表1に結果を示す。試みた曲線の中では、摩擦の有無に関わらずサイクロイド曲線がいかなる場合でも最も早くボールが転がり落ちる結果となった。