確率過程による経済変動記述の試み

大阪工業大学　情報科学部　情報ネットワーク学科　内海　航平

平成 29 年 2 月 9 日

目次

1　序論

1.1　背景

私たちは普段何気なく確率を使っている、コインの表裏を当てたりサイコロの出目を扱ったり様々である。また自然界や社会現象にも確率で扱える事象である。

自然現象で言えば地震の発生と頻度、社会現象では株価などがデータの蓄積により、その統計が確率分布や確率過程で表されることが知られている。

本研究では日経平均株価と任天堂株価に注目する。

株価は平日に取引が行われ、時間 t が進むにあたり株価の値が変動していく、その変動の値を確率変数とみなし株価を確率の分野として解析していく。

本研究で用いる日経平均株価と任天堂の株価については 1 日ごとのデータを扱っているため、離散確率過程に該当する。

1.2　目的

対象とする株価として２つを取りあげる、１つ目は 2007 年度から 2016 年度 1 月までの日経平均株価と２つ目は 2008 年度から 2017 年度 1 月までの任天堂株価である。

任天堂を取りあげた理由として、2016 年度にスマートフォン専用ゲームのポケモン GO がリリースされたことによって株価に大きく影響が出たため取り上げた。

目的として、対象の株価を確率過程の式に照らし合わせ時間ごとに進むデータか付加的ノイズを与えるデータかを解析していく。

1.3　本稿の構成

本稿は全 6 章で構成されており

第 2 章は確率過程について

第 3 章は日経平均株価の分析

第 4 章は任天堂株価の分析

第 5 章は冪乗則について

第 6 章はまとめ

2　確率過程・確率分布の基本事項

この章では本研究で使う用語の幾つかを説明する。

2.1　確率過程とは

確率過程は地震の発生頻度や気温のデータ、あるいは本研究で用いる株価など自然界や社会現象には時間とともに確率的に変化する現象のことをいう。これらをランダムに変化する確率変数の実現値として取り扱おうとするのが、確率過程である。

2.1.1　確率過程の定義

時間 t とともに確率的に変動することを確率過程といい時間 t が連続的か離散的かで呼び方が異なる。

・時間 t が連続的に変化する確率過程を連続確率過程という。

・時間 t が離散的に変化する確率過程を離散確率過程という。

確率変数を $a(t)$ または a_t と表す。

例えば気温の変化は連続確率過程であるが、1 時間毎に計測するデータを扱うのであれば離散確率過程である。

本研究での株価変動は 1 日ごとのデータを扱っているため、離散確率過程となる。

2.2　Gibrat 過程及び Kesten 過程について

本研究では、ある日の終値 x_t と翌日の終値 x_{t+1} が

$$x_{t+1} = a_t x_t + b_t \tag{1}$$

と表されると設定し解析を行った。a_t は確率変数、b_t はトレンドの変化等を表す付加的ノイズである。($b_t = 0$ なら Gibrat 過程、$b_t \neq 0$ なら Kesten 過程と呼ばれる)

トレンドとは本研究では、リーマンショックや東日本大震災等の株価に大きく影響を与えた出来事を表すこととなる。

2.2.1　Gibrat 過程

式 (1) で、$b_t = 0$ の時乗算過程に従って時間変化する量 x_t の分布は対数正規分布に従う。また a_t と x_t が互いに無相関である時に Gibrat 過程という。

初期時刻の量を x_0 とすると

$$x_t = x_0 a_0 a_1 \cdots a_{t-1} = x_0 \prod_{i=0}^{t-1} a_i \tag{2}$$

となるので、両辺の対数の自然対数をとれば

$$\log x_t = \log x_0 + \log a_0 + \log a_1 + \cdots + \log a_{t-1} \tag{3}$$

となる。$\log x_0$ と各 $\log a_i$ が互いに無相関であれば、中心極限定理 §2.3 より、t が大きい時には $\log x_t$ は正規分布に従うことが期待される。そのため、x_t の分布関数は対数正規分布 §2.4 に従うことになる。

2.2.2 Kesten 過程

式 (1) で表される乗算過程にトレンドの変化等を表す付加的ノイズ b_t が加わる確率過程を Kesten 過程という。

$\bar{b_t}$ が 0 に近く無相関であれば冪乗則の性質を持つようになる。

また本研究では冪乗則が見られた範囲で日経平均株価 $\bar{b_t} = -0.173$ 円と任天堂の株価 $\bar{b_t} = -0.2005$ 円となった。

2.3 中心極限定理

中心極限定理とは、多くの確率分布 $X_1, X_2 \cdots, X_n$ の和 $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ が、正規分布に収束していくというもので、具体的に式で表すと以下のようになる。

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\frac{S_n - E[S_n]}{\sqrt{V[S_n]}} \leqq \beta\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\beta} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}} da \tag{4}$$

$E[S_n]$ は S_n の平均、$V[S_n]$ は S_n の分散である。

すなわち多数のデータの総和は正規分布として近似できることがわかる。

2.4 対数正規分布

対数正規分布とは、次の分布式で与えられる確率分布である、すなわち確率変数 X が、密度関数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp\left(-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) & (x > 0) \\ 0 & (x \leqq 0) \end{cases} \tag{5}$$

で与えられる分布である。

対数正規分布の特徴として、$f(x)$ の形は中心部では正規分布とほぼ同じ関数型であるが、外側では歳が大きくなり、分散が大きくなると左右非対称になる。

3　日経平均株価の確率過程による分析

3.1　日経平均株価

日経平均株価は、日本の株式市場の代表的な株価指数の１つである。単に日経平均や日経 225 とも呼ばれる。東京証券取引所第１部に上場する約 1700 銘柄の株式のうち 225 銘柄を対象としている。日本経済新聞社が知的財産権を保有、銘柄を裁定、15 秒毎に算出し公表する。225 銘柄の一覧を表 1 に示す。

入れ替えに関しては、市場の動向を効率良く表すように定期的に流動性の少ないもの等を見直すようにしている。

日経平均225銘柄一覧					
銘柄	社数	銘柄	社数	銘柄	社数
食品	11	水産	2	電力	3
繊維	4	鉱業	1	ガス	2
パルプ･紙	3	建設	9	サービス業	9
化学工業	17	商社	7	合計	225銘柄
医薬品	8	小売業	8		
石油	2	銀行	11		
ゴム	2	証券	3		
釜業	8	保険	6		
鉄鋼業	5	その他金融	1		
非金属･金属製品	12	不動産	5		
機械	16	鉄道･バス	8		
電気機器	29	陸運	2		
造船	2	海運	3		
自動車･自動車部品	10	空運	1		
精密機器	5	倉庫･運輸関連	1		
その他製造	3	情報･通信	6		

表 1: 日経平均株価の 225 社銘柄一覧

3.2 日経平均株価の分析方法

日経平均株価 10 年分 (2449 日分) の推移グラフを図 1 に示す。[1]

図 1: 日経平均株価 10 年分の推移グラフ　縦軸:終値、横軸:日付

日経平均株価のデータを、$x_1, x_2 \cdots, x_{2449}$ として $x_{t+1} = a_t x_t$ の離散的確率過程と捉え、a_t の頻度分布を示したのが図 2 である。

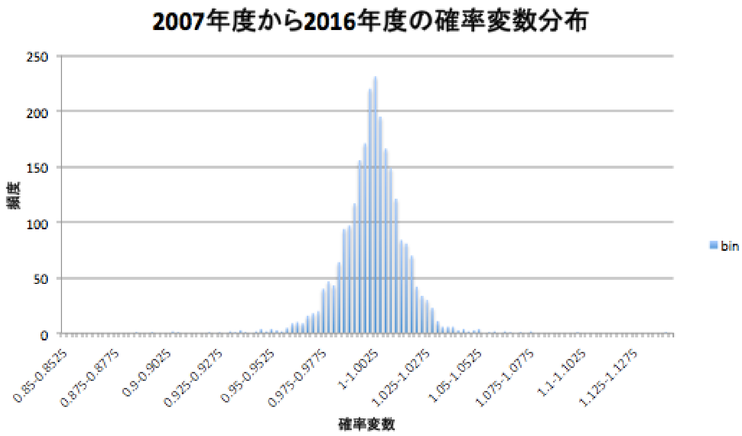


図 2: 2007 年度から 2016 年度の日経平均株価の a_t 分布 縦軸:頻度 横軸:確率変数 a_t $\Delta a = 0.0025$

a_t は平均値 $\mu_{日} = 1.000178655$ で標準偏差 $\sigma_{日} = 0.016472273$ となっている。

平均値 $\mu_{日} \geqq 1.00$ であることは、図 1 が全体的に右肩上がりのグラフになっていることに対応している。

図 1 を見ると、大きく変動している日がいくつか見られる、これを本研究では「トレンドの変化日」と呼ぶことにする。これらは図 2 の分布で中央値から大きく外れた点にある。

そこで末端から順に a_t を取り除き、取り除いた確率変数 a_t はその日には付加的ノイズが働

[1]データ取得先:yahoo ファイナンス

いたとして、その日の遷移は b_t 項で代用することにし、前日の終値とその日の終値の差額を付加的ノイズ項 b_t とし、a_t 分布の変化を見ていくことにした。

3.3 2007 年度から 2016 年度の日経平均株価の付加ノイズ項について

確率変数 a_t の標準偏差 3.0σ 以上の点は 39 点、2.5σ 以上の点は 58 点、2.0σ 以上の点は 105 点である。

図 2 の中心値付近は、ガウス分布に近づくと予測されるが、実データとガウス曲線との誤差を E として調べる。

結果として 1 番誤差 E が少なかったのは 1.99σ 以上を除いた時である。E の計算方法は図 3 の $\Delta a_t = 0.0025$ 刻みごとの取り除いたデータ (図 3 青線:bin3) とガウス分布 (図 2 赤線:bin2) を引いて 2 乗した値を全て足し誤差を算出した。

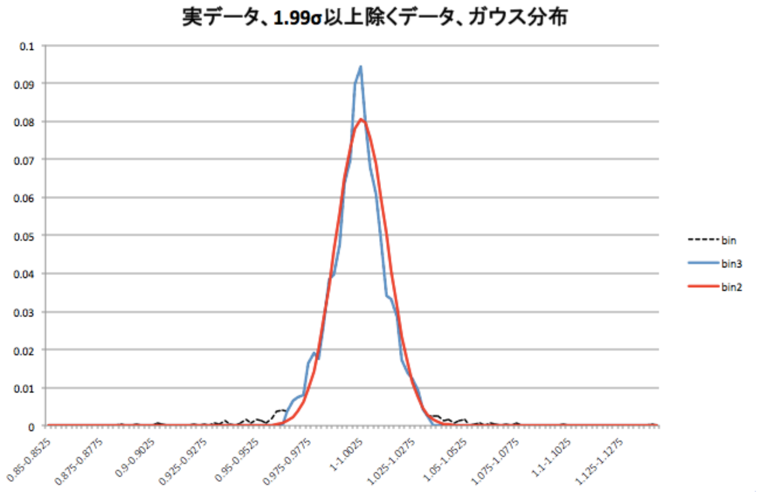


図 3: 実データ:bin1、1.99σ 以上除くデータ:bin3、ガウス分布:bin2 縦軸:$\log_{10}$ 頻度 横軸:確率変数 a_t $\Delta a = 0.0025$

また 1.99σ 付近の誤差 E は図 4 になった。

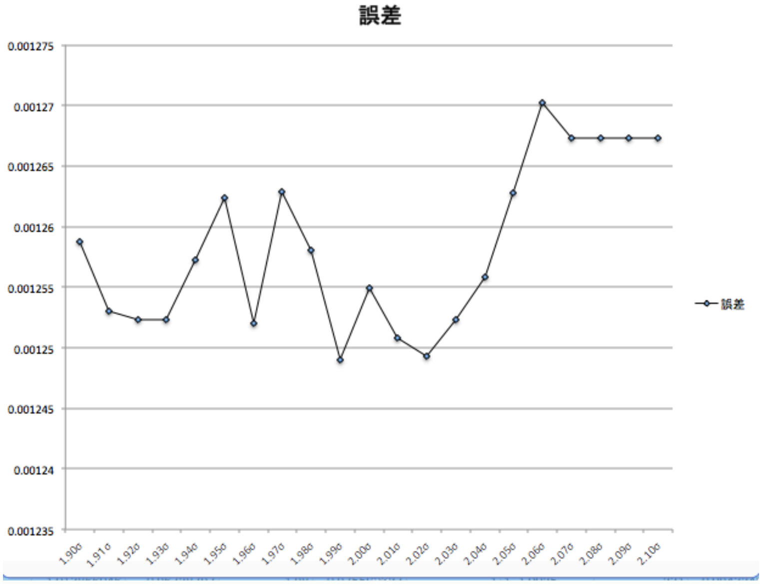


図 4: 1.99σ 付近の誤差 縦軸:誤差 E 横軸:各 σ 値

図 4 のグラフを数値化した表が表 2 となる。

σ（横軸）	誤差（縦軸）
1.90σ	0.001258728
1.91σ	0.001253057
1.92σ	0.001252313
1.93σ	0.001252313
1.94σ	0.001257248
1.95σ	0.001262362
1.96σ	0.001251992
1.97σ	0.001262901
1.98σ	0.001258072
1.99σ	0.001249039
2.00σ	0.001254937
2.01σ	0.001250773
2.02σ	0.001249326
2.03σ	0.001252328
2.04σ	0.001255808
2.05σ	0.001262734
2.06σ	0.001270213
2.07σ	0.001267353
2.08σ	0.001267353
2.09σ	0.001267353
2.10σ	0.001267353

表 2: 図 4 の数値化した表

この結果より 1.99σ 以上に該当する確率変数 a_t が起こった日は付加的ノイズ項が働いたとする。

また 1.99σ を除いた時の a_t の平均値は 1.000547278 と大きくなったのだが、標準偏差 σ は 0.012373322 と取り除く前より確率変数のばらつきが減ったことでガウス分布への近似が実現した。

3.4 2007年度から2016年度の日経平均株価の付加ノイズ項に当たるトレンド

§3.3 より確率変数 a_t が 1.99σ 以上の時付加ノイズ項に当たるトレンドとしてわかりその値に該当する出来事として表 3 のような結果が得られた。

日時	トレンド	at	σ	bt 円
2008/10/14	リーマンショック	1.141503039	8.6σ	1171.14
2008/10/16	リーマンショック	0.885936274	(−)6.96σ	−1089.02
2011/3/15	東日本大震災	0.894460677	(−)6.41σ	−1015.34
2008/10/30	リーマンショック	1.099594491	6.04σ	817.86
2008/10/10	リーマンショック	0.903788047	(−)5.84σ	−881.06
2008/10/24	リーマンショック	0.904041849	(−)5.8σ	−811.9
2008/10/8	リーマンショック	0.906204275	(−)5.69σ	−952.58
2016/6/24	英国EU離脱	0.920784439	(−)4.8σ	−1286.33
2016/11/10	トランプ大統領当選	1.067247781	4.08σ	1092.88
2008/11/4	オバマ大統領当選	1.062681736	3.8σ	537.62
2016/11/9	トランプ大統領当選	0.946431795	(−)3.25σ	−919.84

表 3: 付加ノイズ項に当たるトレンドの一覧

トレンドとしてよく現れたのはリーマンショックで、リーマンショックが 2008 年 9 月 15 日に起こり約 1ヶ月の期間で日経平均株価に大きな影響を与えたことが表 3 からわかる。

4　任天堂株価の分析方法について

4.1　任天堂とは

任天堂株式会社は、主に玩具やコンピュータゲームの開発・製造・販売を行う日本の企業である。
日経平均株価 225 銘柄の対象外だが、東証１部に上場しており銘柄証券コードは [7974] である。
また何故任天堂を選んだかというと、2016 年度にスマートフォンでリリースされたポケモン GO で任天堂株価に大きな影響を与え今回株価においてトレンドを考える考察をしていたため任天堂を取り上げた。

4.2　任天堂株価の分析方法

任天堂株価の 2008 年度から 2017 年度 1 月までの 2222 日分の推移グラフを示す。[2]

図 5: 任天堂株価の推移グラフ　縦軸:終値、横軸:日付

[2]データ取得先:yahoo ファイナンス

任天堂株価のデータを、$x_1, x_2, \cdots, x_{2222}$ として $x_{t+1} = a_t x_t$ の離散的確率過程と捉え、a_t の頻度分布示したものが図 6 である。

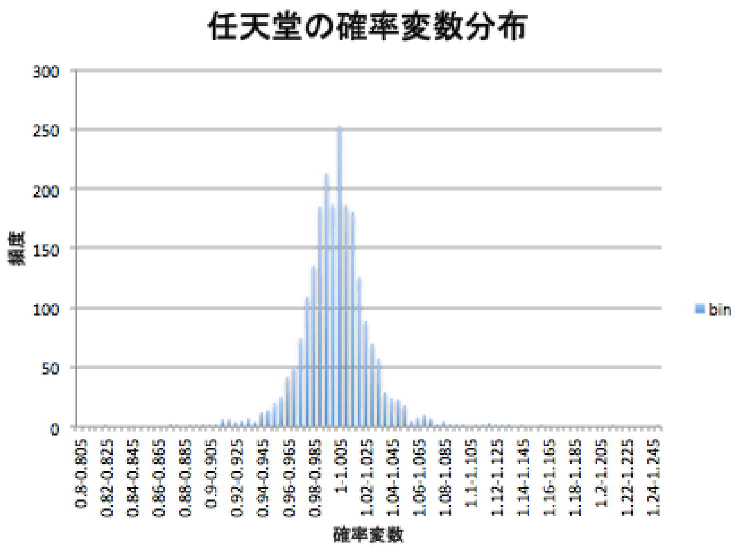


図 6: 任天堂株価の a_t 分布 縦軸:頻度 横軸:確率変数 a_t $\Delta a = 0.005$

a_t は平均値 $\mu_{任} = 0.999915725$ で標準偏差 $\sigma_{任} = 0.028065296$ となっている。

平均値 $\mu_{任} \leqq 1.00$ であるから図 5 からもわかるように全体的に右肩下がりのグラフになっていることに対応している。

図 5 を見ると、大きく変動している日がいくつか見られる。そこで §3.2 と同じ手法を使って解析していく。

4.3 2008 年度から 2017 年度 1 月までの任天堂株価における付加ノイズ項について

確率変数 a_t の標準偏差 3.0σ 以上の点は、2.5σ 以上の点は、2.0σ 以上の点はである。

図 6 の中心付近は、ガウス分布に近づくと予測されるが、実データとガウス曲線との誤差を E として調べる。

結果として 1 番誤差 E が少なかったのは 2.12σ 以上を除いた時である。E の計算方法は §3.2 と同じである。

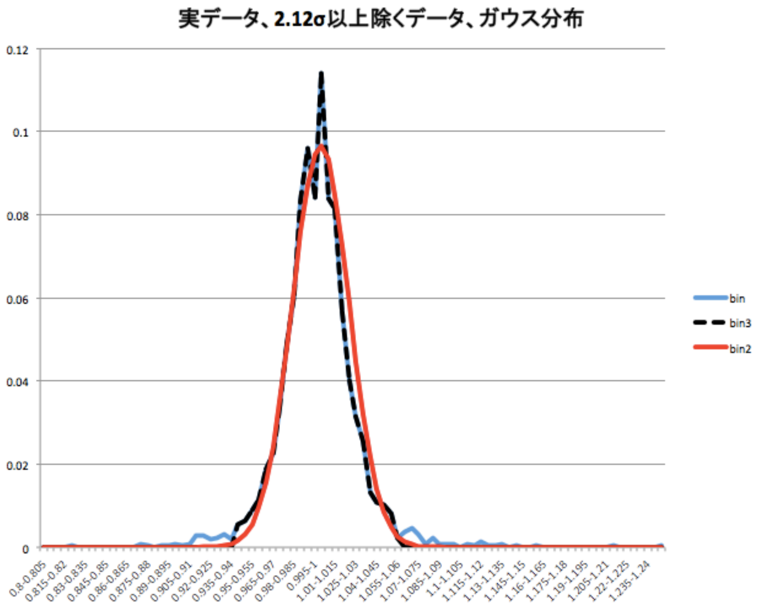


図 7: 任天堂の実データ青線:bin、2.12 σ除くデータ黒点線:bin3、ガウス分布赤線:bin2 縦軸:log_{10} 頻度 横軸:確率変数 a_t $\Delta a = 0.005$

また 2.12σ 付近の誤差 E は図 8 となった 図 8 のグラフを数値化した表が表 4 となる。

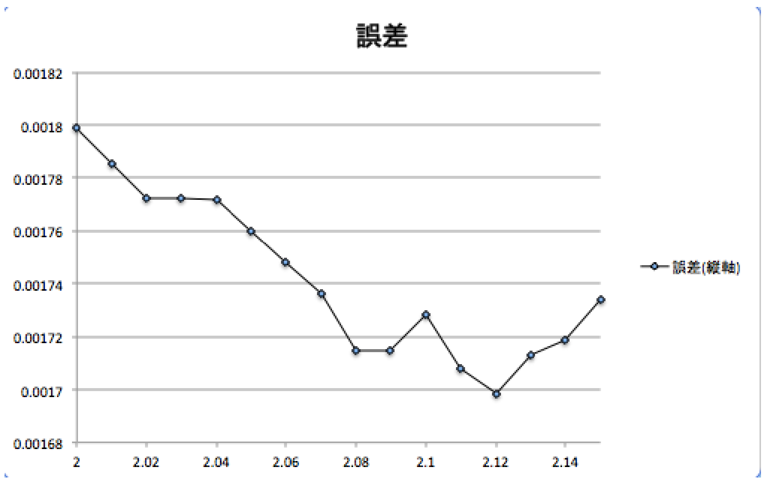


図 8: 2.12σ 付近の誤差

σ(横軸)	誤差(縦軸)
2	0.001798921
2.01	0.001785539
2.02	0.001772493
2.03	0.001772493
2.04	0.001771965
2.05	0.001759743
2.06	0.001747899
2.07	0.001736414
2.08	0.001714665
2.09	0.001714665
2.1	0.001728115
2.11	0.001708069
2.12	0.001698672
2.13	0.001712976
2.14	0.001718956
2.15	0.001734135

表 4: 図 8 を数値化した表

4.4 2008 年度から 2017 年度 1 月までの任天堂株価におけるトレンド

2008 年度から 2017 年度 1 月までの任天堂の株価におけるトレンドとして顕著に現れたのは大きく 3 つであった。

・2015 年 3 月 17 日に任天堂は株式会社ディー・エヌ・エーと業務資本提携としてスマートデバイス向けのゲームソフトに関与することを発表したのと同時に新型ゲーム機「NX」後の Nintendo Switch の開発中であることを発表したため、翌日翌々日に株価に大きく影響させた。

・任天堂が全世界にスマートフォン向けのゲームポケモン GO をリリースさせたことにより株価に大きく影響させた。しかし 2016 年 7 月 6 日にアメリカでリリースさせ日本リリースまではプラスのトレンドが多かったのだが、7 月 20 日にはポケモン GO リリースの発売延期や、7 月 25 日には任天堂側がポケモン GO による業績への影響は無い発言や、ユーザーの利用マナー等のニュースなどの報道により株価に大きく影響を与えた。

・2017 年 1 月 13 日任天堂が新型ゲーム機 Nintendo Switch を発表したが今後を期待させるサプライズもなかった評価だったのか株価は大幅な急落が起こった。

また任天堂におけるトレンドを表 5 でまとめた。

		トレンド	at σ	bt 円
2015年3月	18日	任天堂が新型ゲーム機「NX」の開発中と発表。	7.58σ	3000
	19日		6.5σ	2020
2016年7月	7日	7月6日アメリカを含む3か国でポケモンGO先行リリース	1.38σ	555
	8日		3.18σ	1335
	11日		8.73σ	3990
	12日		4.53σ	2580
	14日	7月14日イギリスでポケモンGOリリース	5.66σ	3470
	15日		3.49σ	2480
	19日		5.11σ	3990
	20日	日本でのポケモンGOリリース延期を発表	(−)4.48σ	−4005
	22日	ポケモンGOリリース	0.98σ	220
	25日	任天堂側が業績への影響が無い発言や、事故事件報道	(−)6.31σ	−5000

表 5: 任天堂トレンド

5　冪乗則について

5.1　冪乗則とは

冪乗則は 1890 年代にイタリアのパレートが収入の分布を研究している時に発見されたと言われている。

また 1950 年代にアメリカのグーテンベルクとリヒターが地震の大きさと頻度を調べていてその関係には冪乗則に乗ると言われ、その後多くの自然現象や社会現象には冪乗則が見られることが知られいてる。

また冪乗則を示す現象の例を幾つかあげる。[2][3]

・株価の変動とその頻度の関係

・地震のマグニチュードに対する発生回数の分布

・都市人口に関する順位の関係

・ウェブサイトのヒットの件数の分布

等が挙げられる。

例えば都市人口に関する順位の関係は図 9 のようになる。

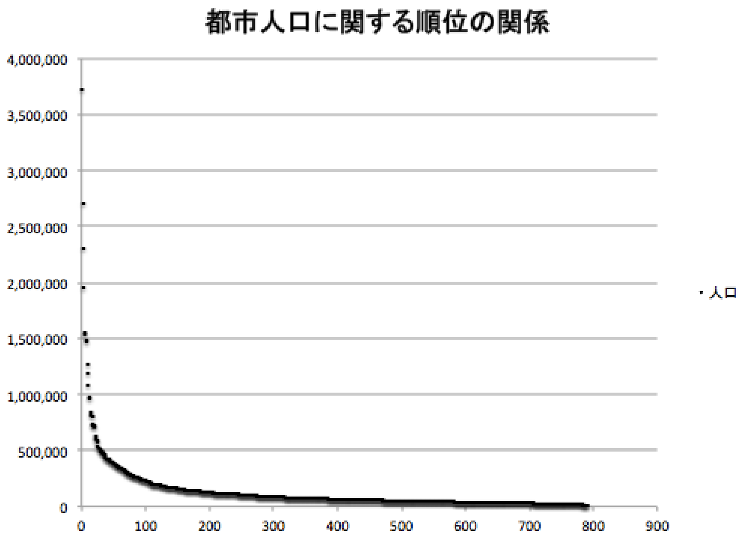


図 9: 都市人口に関する順位の関係 縦軸:人口数 横軸:順位

図 9 が冪乗則に従うとする時、定数 a,c を用いると $f(x) = cx^a$ と表現される。

つまり両対数をとることで $\log_{10} y = a \log_{10} x + \log_{10} c$ が得られ図 10 のように直線近似することができる。

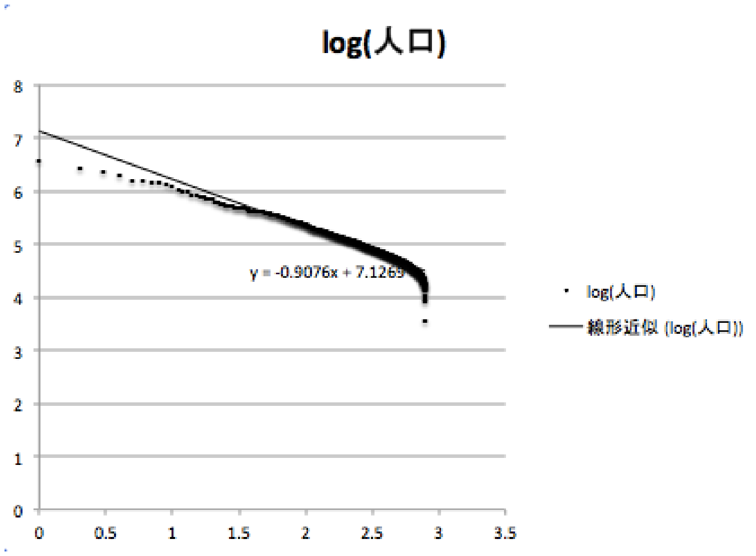


図 10: 図 9 の両対数をとったグラフ 縦軸:$\log_{10}$ 人口数 横軸:$\log_{10}$ 順位

この場合は、傾き -0.9076 の冪関数を得ることがわかる。

5.2 日経平均株価における冪乗則

2007 年度から 2016 年度の日経平均株価における冪乗則について、図 2 の結果から末端の a_t については、正規分布から外れた分布になっていることを示唆している。図 11 は実データ（図 11 点線) と実データの平均値と標準偏差を得たガウス分布（図 11 実線) を正規分布を対数軸で比較したものである。これにより σ が 2.74 以上の実データがガウス分布から外側に外れることがわかり、これは末端では対数正規分布になる傾向を示している。

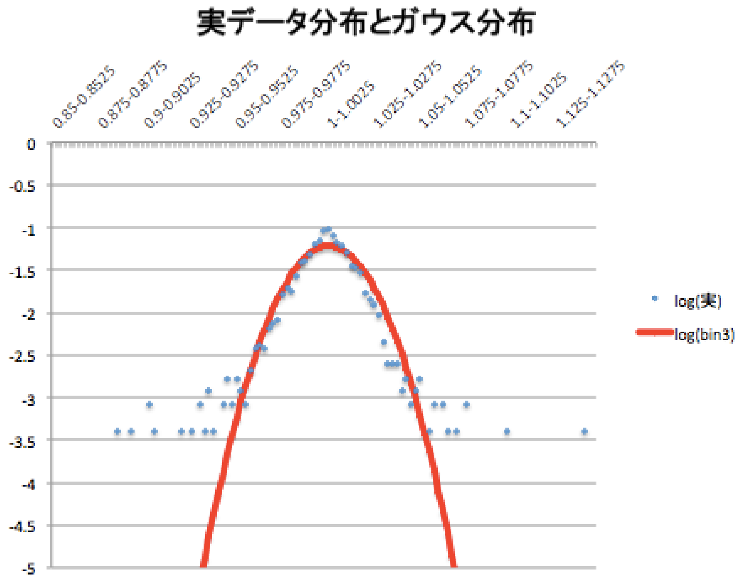


図 11: 実データ分布とガウス分布 縦軸:log 頻度 横軸:確率変数 a_t $\Delta a = 0.0025$

図 12 は $|a_t| = x\sigma$ として、$P(|X|) \geqq x)$ の累積確率分布 $F(x)$ を表す。図 12 で $3.00 \geqq x \geqq 1.00$ を表している。

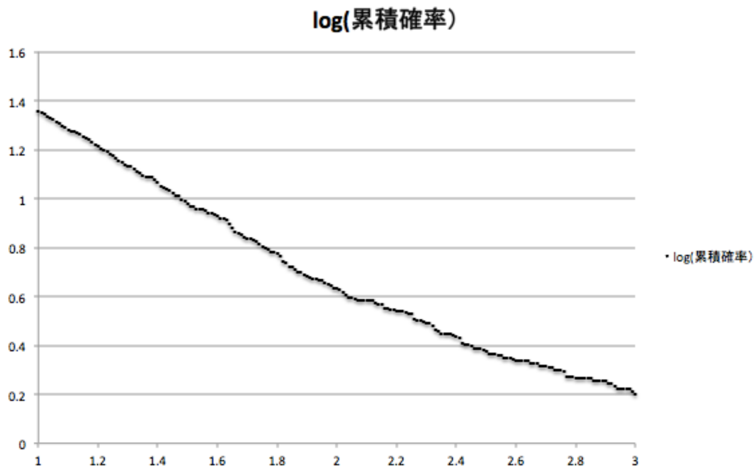


図 12: 累積確率分布 $3.00 \geqq x \geqq 1.00$ 縦軸:$\log_{10}$(累積確率) でとる 、横軸:σ

図 12 の両軸を $\log_{10}$ でとり、2.74σ 以上 $3.00 \geqq x \geqq 2.74$ を線形近似したグラフは図 13 のようになる。

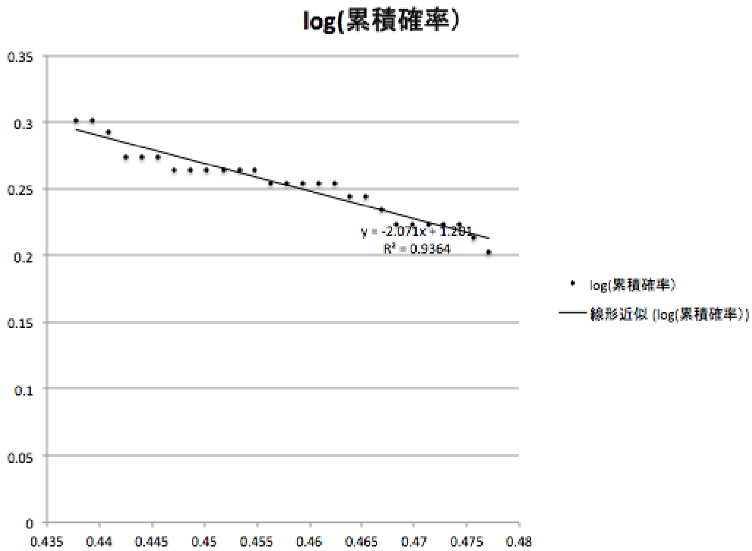


図 13: 累積確率分布 $3.00 \geqq x \geqq 2.74$ 縦軸:$\log_{10}$(累積確率)、横軸:$\log_{10}(\sigma)$

これより $3.00 \geqq x \geqq 2.74$ に部分の振る舞いは冪関数として $F(x) \propto |x|^{-2.071}$ として表されることが確かめられた。この冪関数はスケールフリーな振る舞いを表す 2 から 3 と一致している。

スケールフリーの１番の特徴は、次数分布が冪乗則に従うことであり、つまり次数 a を持つ頂点の割合 $F(x)$ が次数 x に比例することである。

$$F(x) \propto x^{-a} \tag{6}$$

また例として冪指数を持っている自然現象と社会現象の冪指数は表 6 のようになる。

例	冪指数 a
地震の頻度と大きさ	0.9−1.0
ネットワークのwww	2.1−2.7
航空網	2
小説の中の使用頻度別の単語	2
論文引用	2.5

表 6: 実在する自然現象と社会現象の例と冪指数

5.3　任天堂株価における冪乗則

2008 年度から 2017 年度 1 月までの任天堂株価における冪乗則について、図 6 の結果から末端の a_t については、正規分布から外れた分布になっていることを示唆している。図 14 は実データ（図 14 青点）と実データの平均値と標準偏差を得たガウス分布（図 14 赤線）を正規分布を対数軸で比較したものである。これにより σ が 2.67σ 以上の実データがガウス分布から外側に外れることがわかり、これは末端では対数正規分布になる傾向を示している。

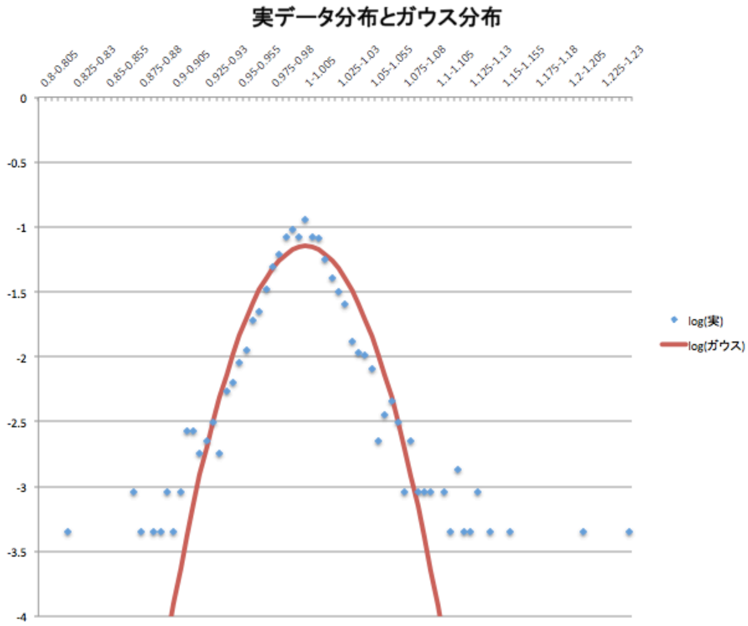


図 14: 実データ分布とガウス分布 縦軸:log 頻度 横軸:確率変数 a_t $\Delta a = 0.005$

図 15 は $|a_t| = x\sigma$ として、$P(|X|) \geqq x)$ の累積確率分布 $F(x)$ を表す。図 15 で $3.00 \geqq x \geqq 1.00$ を表している。

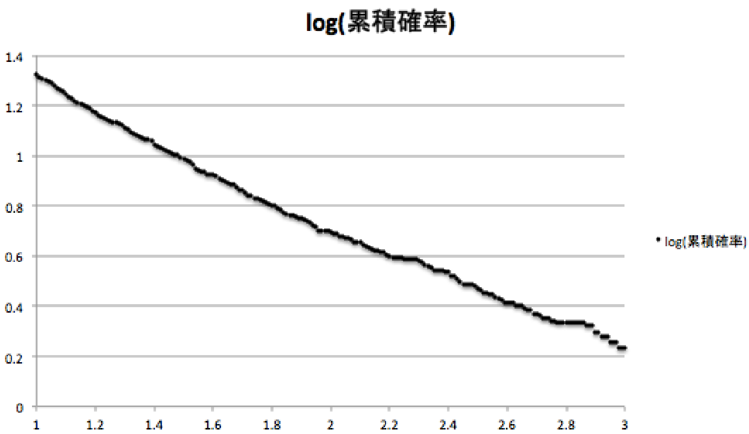


図 15: 累積確率分布 $3.00 \geqq x \geqq 1.00$ 縦軸:$\log_{10}$(累積確率) でとる 、横軸:σ

図 15 の両軸を $\log_{10}$ でとり、2.67σ 以上 $3.00 \geqq x \geqq 2.67$ を線形近似したグラフは図 16 のようになる。

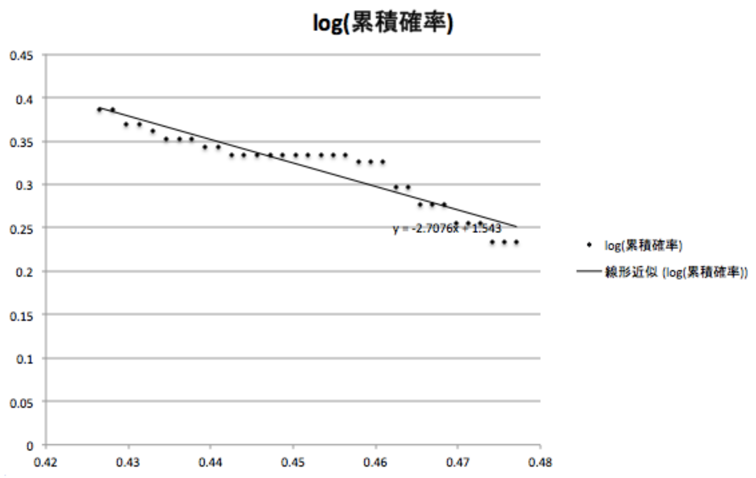


図 16: 累積確率分布 $3.00 \geqq x \geqq 2.67$ 縦軸:$\log_{10}$(累積確率)、横軸:$\log_{10}(\sigma)$

これより $3.00 \geqq x \geqq 2.67$ に部分の振る舞いは冪関数として $F(x) \propto |x|^{-2.7076}$ として表されることが確かめられた。この冪関数はスケールフリーな振る舞いを表す 2 から 3 と一致している。

6　まとめ

本研究において、日経平均株価と任天堂の株価において株価変動の大きく変動している日をトレンドの変化日とし、またどの程度の変動でトレンドとしてみるかの解析をすることができた。

特にリーマンショックやポケモン GO に関しては株価の変動が長期で起こっていたことがわかった。

このような解析を行うことで、今後の株価変動の激しさを表現できたり、トレンドの変化日を特定することに有能であると考えられる。

また自然現象や社会現象で多く見られる冪乗則について、日経平均株価と任天堂の株価において末端の a_t について冪乗則が見られ、スケールフリー性を持つこともわかった。

開発環境について本研究では初めて R 言語と言うフリーソフトを使い、R 言語についても勉強できた。

本研究を着手するにあたり、真貝寿明教授にはご多忙の中ご指導いただき感謝しております。

また宇宙物理数理科学研究室の葛城孝之君、阪田雅哉君、西田大輝君、花岡信行君の 4 名には研究室生活でお世話になりました、ありがとうございます。

参考文献

[1] 徹底攻略　確率統計・真貝寿明 (共立出版 2012 年)

[2] Stable Infinite Variance Fluctuations in Randomly Amplified Langevin Systems　・Hideki Takayasu (Phys.Rev.Lett.79(1997)966)

[3] ネットワーク科学の道具箱・林　幸雄 (近代科学社 2007 年)

[4] プログラミングのための確率統計・平岡　和幸　堀　玄 (オーム社 2009 年)

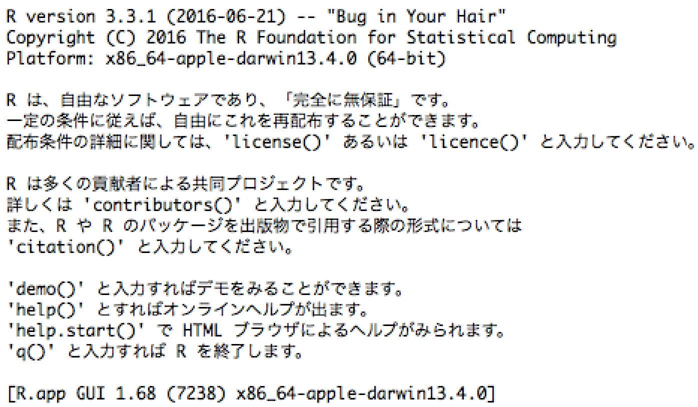
[5] フレッシュマンから大学院生までのデータ解析・R 言語・渡辺　利夫 (ナカニシヤ商版 2005 年)

A　付録

A.1　R 言語

A.1.1　R 言語とは

R 言語はオープンソース・フリーソフトウェアの統計解析向けのプログラム言語及びその開発実行環境である。
また R 言語は、自由なソフトウェアであるため完全に無保証となっている。



```
R version 3.3.1 (2016-06-21) -- "Bug in Your Hair"
Copyright (C) 2016 The R Foundation for Statistical Computing
Platform: x86_64-apple-darwin13.4.0 (64-bit)

R は、自由なソフトウェアであり、「完全に無保証」です。
一定の条件に従えば、自由にこれを再配布することができます。
配布条件の詳細に関しては、'license()' あるいは 'licence()' と入力してください。

R は多くの貢献者による共同プロジェクトです。
詳しくは 'contributors()' と入力してください。
また、R や R のパッケージを出版物で引用する際の形式については
'citation()' と入力してください。

'demo()' と入力すればデモをみることができます。
'help()' とすればオンラインヘルプが出ます。
'help.start()' で HTML ブラウザによるヘルプがみられます。
'q()' と入力すれば R を終了します。

[R.app GUI 1.68 (7238) x86_64-apple-darwin13.4.0]
```

図 17: R 言語の注意書き

A.1.2　R 言語の取得方法

以下の URL よりダウンロードすることができフリーソフトウェアのため無料で取得できる。
https://cran.rstudio.com
また対応 OS は Windows、MacOS、Linux である。
私は MacOS 環境で作業しましたが大きな問題点はなかった。。

A.1.3　R 言語でできること

本研究では株価のデータを Excel で取得し、その後 R 言語で必要な日にちや、確率変数 a_t を取り出したり、データ数がどれだけあるのかを確認する等に使用した。
他にも R 言語ではできることが多く詳しくは本やネットにも使い方等が載っているので参考にしていただきたい。