

「徹底攻略 微分積分 改訂版」(共立出版, 2013) の訂正

2022.5.27 真貝寿明

改訂版3刷(2016/2/25)について、たいへん申し訳ありませんが、次の訂正・修正があります。
 このお知らせは、<http://www.oit.ac.jp/is/shinkai/book/>にて更新しています。

場所	誤	正
p85 問題 2.29(1) 解答例	与式 $\underbrace{=}_{\#} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x)'}{x'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1} = 1$	与式 $\underbrace{=}_{\#} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\log x)'}{(x-1)'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1/x}{1} = 1$
p220 問題 1.20(1)	与式 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{e^x - 1} \right)^{-1} = 1$	与式 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^x - 1}{x} \right)^{-1} = 1$
p221 例題 2.13	(8) の解答 $(1 + \sin^2 x)^{-1/2} \sin x \cos x$	$-\tan x/2$ [(13) の解答と入れ替え]
p221 例題 2.13	(13) の解答 $-\frac{\tan x}{2}$	$\sin x \cos x / \sqrt{1 + \sin^2 x}$ [(8) の解答と入れ替え]
p223 例題 2.33	(3) の解答 2 行目 $+((3x^2 - n(n-1)(n-2)) \cos \left(x + (n-1)\frac{\pi}{2} \right))$	$+((3nx^2 - n(n-1)(n-2)) \cos \left(x + (n-1)\frac{\pi}{2} \right))$
p224 2.5	(1) $f(x) = \sinh x$ (2) $f(x) = \frac{1}{1-x} \quad (x < 1)$	(1) $\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!}$ (2) $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} x^k$

解説 例題 2.33 (4) $x^{n-1} \log x$ の n 階微分の式の導出

$f(x) = x^{n-1}$, $g(x) = \log x$ とおくと、次のような微分になる。

$$\frac{d^k}{dx^k} x^{n-1} = \begin{cases} \frac{(n-1)!}{(n-1-k)!} x^{n-1-k} & (k \leq n-1) \\ 0 & (k > n-1) \end{cases}$$

$$\frac{d^k}{dx^k} \log x = (-1)^{k-1} \frac{(k-1)!}{x^k}$$

すなわち $\frac{d^{n-k}}{dx^{n-k}} \log x = (-1)^{n-k-1} \frac{(n-k-1)!}{x^{n-k}}$

これらを Leibniz の公式にあてはめて、

$$\begin{aligned} (fg)^{(n)} &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)} = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)} + 1 \cdot f^{(n)} g^{(0)} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} \frac{(n-1)!}{(n-1-k)!} x^{n-1-k} (-1)^{n-k-1} \frac{(n-k-1)!}{x^{n-k}} + 0 \\ &= \frac{(n-1)!}{x} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} (-1)^{n-k-1} = \frac{(n-1)!}{x} \end{aligned}$$

ここで、最後の等号は、次を用いた。

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} (-1)^{n-k-1} &= - \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} (-1)^{n-k} = - \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^{n-k} + \binom{n}{n} (-1)^{n-n} \\ &= - \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^k (-1)^{n-k} + 1 = -(1-1)^n + 1 = 0 + 1 = 1 \end{aligned}$$

二項定理による $0^n = (1-1)^n$ の展開式を用いて和の部分がゼロとなる。