

# 「徹底攻略 微分積分 改訂版」(共立出版, 2013) の訂正

2022.5.27 真貝寿明

改訂版4刷(2018/2/25)について、たいへん申し訳ありませんが、次の訂正・修正があります。  
このお知らせは、<http://www.oit.ac.jp/is/shinkai/book/>にて更新しています。

場所	誤	正
p85 問題 2.29(1) 解答例	与式 $\underbrace{=}_{\#} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x)'}{x'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1} = 1$	与式 $\underbrace{=}_{\#} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\log x)'}{(x-1)'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1/x}{1} = 1$
p152 例題 4.8 答	最後 $= \frac{3}{4}\pi ab^2$ .	$= \frac{4}{3}\pi ab^2$ .
p224 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2.5</span>	(1) $f(x) = \sinh x$ (2) $f(x) = \frac{1}{1-x} \quad ( x  < 1)$	(1) $\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!}$ (2) $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} x^k$

## 修正

場所	誤	正
序 iv 脚注	筆者の web ページ <a href="http://www.is.oit.ac.jp/~shinkai/book">http://www.is.oit.ac.jp/~shinkai/book</a>	<a href="http://www.oit.ac.jp/is/shinkai/book">http://www.oit.ac.jp/is/shinkai/book</a>
巻末 著者紹介		著書追加 『現代物理学が描く宇宙論』(共立出版, 2018) 『宇宙のつくり方』(共訳, 丸善出版, 2016) 『演習 相対性理論・重力理論』(共訳, 森北出版, 2019)

## 解説 例題 2.33 (4) $x^{n-1} \log x$ の $n$ 階微分の式の導出

$f(x) = x^{n-1}$ ,  $g(x) = \log x$  とおくと、次のような微分になる。

$$\frac{d^k}{dx^k} x^{n-1} = \begin{cases} \frac{(n-1)!}{(n-1-k)!} x^{n-1-k} & (k \leq n-1) \\ 0 & (k > n-1) \end{cases}$$

$$\frac{d^k}{dx^k} \log x = (-1)^{k-1} \frac{(k-1)!}{x^k}$$

すなわち  $\frac{d^{n-k}}{dx^{n-k}} \log x = (-1)^{n-k-1} \frac{(n-k-1)!}{x^{n-k}}$

これらを Leibniz の公式にあてはめて、

$$\begin{aligned} (fg)^{(n)} &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)} = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} f^{(k)} g^{(n-k)} + 1 \cdot f^{(n)} g^{(0)} \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} \frac{(n-1)!}{(n-1-k)!} x^{n-1-k} (-1)^{n-k-1} \frac{(n-k-1)!}{x^{n-k}} + 0 \\ &= \frac{(n-1)!}{x} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} (-1)^{n-k-1} = \frac{(n-1)!}{x} \end{aligned}$$

ここで、最後の等号は、次を用いた。

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} (-1)^{n-k-1} &= - \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} (-1)^{n-k} = - \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^{n-k} + \binom{n}{n} (-1)^0 \\ &= - \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^k (-1)^{n-k} + 1 = -(1-1)^n + 1 = 0 + 1 = 1 \end{aligned}$$

二項定理による  $0^n = (1-1)^n$  の展開式を用いて和の部分がゼロとなる。