

## Bose-Einstein凝縮 最近の話題

### 概要

稀薄原子気体を冷却して、ボーズ・アインシュタイン凝縮(BEC:Bose-Einstein Condensation)状態を実現することが、最近可能になった。BECでは、原子の波動関数が同期し、集団で一つの原子であるかのように振る舞うと考えられている。量子力学特有の現象がマクロスコピックに観測されるようになり、理論的に予想される特異な現象が次々に実験で確かめられている。  
ここでは、最近の話題の背景を復習し、続いてBosenovaと呼ばれる超新星爆発との類似現象についての話題を簡単にまとめた。

## 1 Bose-Einstein凝縮 ミニマム

このsectionは、久我隆弘氏の解説記事[2, 3]、および上田正仁氏の解説記事[4, 5]、講演<sup>1</sup>からの抄録である。最近のreviewとしては、[1]がある。また、ニュース記事として Nature (London) 411 (2001 June 7) 628 もある。

### 1.1 Bose-Einstein凝縮 小史

BECの存在は1924年にEinsteinが予言したものであった。超低温で理想ボーズ粒子が最低エネルギーに凝縮する、という予想は、量子統計から導かれたものであったが、原子間相互作用とは無縁のものであったので、BECは長い間数学上のものであると思われていた。

歴史的には、BECが注目された実験はいくつかある。

- (1) 液体Heが、2.17Kで比熱が発散する2次相転移を起こし、この温度以下では粘性がゼロに近くなる超流動現象が P.L. Kapitzaらによって発見された。F.London (1938)は、これを He原子のBECによるものだという説明した。
- (2) 水銀において発見された超伝導現象 (K. Onnes, 1911)が、格子振動を媒介とする引力相互作用によって対をなしたクーパー対電子のBECとして説明がなされた(1957 Bardeen-Cooper-Schrieffer)。
- (3) 超伝導と同じメカニズムで液体He3も超流動となることが理論的に予想され、実験でも数mKの温度領域で確認されている(1972)。
- (4) 半導体  $\text{Cu}_2\text{O}$  中の励起子においてBECの証拠が見いだされた(1993)。

しかし、これら液体や固体中では、粒子間の相互作用が高く、理論と実験との整合を確かめるには不確定な要素が多かった。

最近話題となっているのは、レーザーを利用した冷却技術を用いた気体原子でのBECの実現である。粒子間の相互作用の少ない気体でBECを実現することは理論計算と比較する上で大きな前進となった。2つの凝縮体の干渉や量子渦の発生・可視化といった実験も実現されるようになった。

1997年のノーベル賞は、レーザー冷却の技術を実現した、Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji (コーエンタヌージ), William D. Phillipsに、2001年のノーベル賞は、気体でBECを実現した Eric A. Cornell, Wolfgang Ketterle (ケタレ), Carl E. Wieman に授与された。

### 1.2 レーザー冷却

レーザー冷却の原理を簡単に述べると次のようである。レーザー光は、周波数と位相がそろった電磁波であり、エントロピーの小さい状態である。気体原子のエネルギー準位間を遷移することによる自然放出光の放出・吸収のスペクトルは、位相や進行方向がランダムであり、エントロピーの大きい状態である。したがって、レーザー光の周波数を原子の共鳴周波数よりも低く設定し、レーザー光の周波数幅を自然放出光の周波数幅(自然幅)よりも若干狭くすれば、原子系はエネルギーの低いレーザー光を吸収し、共鳴周波数付近の高いエネルギーの光を放出する。結果として原子系からエネルギーが失われ、その分だけ温度が下がることになる。こうすることで、数百  $\mu\text{K}$ 程度(ドップラー限界)までの冷却が可能になる。さらに偏光勾配冷却という技術で数十  $\mu\text{K}$ 程度まで冷却、そして蒸発冷却で数  $\mu\text{K}$ 程度から数十nKまで冷却する。

ただし、一回の光吸収と放出では、それほど原子は冷却されない。原子が壁との衝突を避けるように原子を真空中で捕獲する必要がある。また、超低温で気体が液化しないようにするためには、ファン・デル・ワールス力による束縛力に抗さなくてはならない。気体が凝縮する場合として、気体原子の「3体衝突による束縛エネルギーの運び去り」が、大きな要因である。これを避けるために、気体の原子数密度をある程度低く抑える必要があった。

<sup>1</sup>2002年8月 実験・観測にもとづく素粒子統一描像の構築(京都) <http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~nojiri/tea02/>,  
および 2002年11月 早稲田シンポジウム <http://www.phys.waseda.ac.jp/hep/WasedaSymposium02/>

### 1.3 原子気体のBose-Einstein凝縮の発見

1980年代から精力的に開発された、レーザー冷却・磁気トラップ・蒸発冷却の技術を融合し、1995年6月に実験室天文学共同研究所(JILA, Joint Institute for Laboratory Astrophysics)のCornell-WiemanがRb原子で、9月にMITのCPritchardがNa原子でBEC生成に成功した。現在までにBECが実現されたアルカリ原子は、セシウム以外の、 $^{87}\text{Rb}$ ,  $^{23}\text{Na}$ ,  $^7\text{Li}$ ,  $^{41}\text{K}$ の4種類である。世界で約30のグループ(日本では東大・京大・学習院大)がBECに成功している。現在では、He4を例にすれば、 $10^3$ から $10^9$ の原子を、 $10^{-6}$ から $10^{-9}\text{K}$ に冷却することでBECが得られている。

単に、ミクロな現象がマクロスコピックに観測されるだけなら、超伝導現象と同じである。原子BECの新しい点は、対象が簡単な構造であるため、すべてのパラメータが実験的に制御可能なことである。環境変数を制御することにより、巨視的量子コヒーレンスや非平衡緩和過程を見ることが可能になり、理論と実験とのデッドヒートが見られるようになった。

### 1.4 原子気体のBose-Einstein凝縮の研究課題

これまでに行われてきた研究

- BECの生成・確認 BECの観測方法は大きく分けて2つある。  
レーザー照射による吸収像。これは原子の励起周波数共鳴を利用するもので破壊測定である。  
透過光の位相のずれを見る方法。非共鳴なレーザー照射により、BECが誘電媒質として振る舞うことを利用し、原子数密度を測る。しかし、原子数が少ないと破壊測定になってしまう。
- BECの物性  
BECの集団励起の観測：原子気体BECでも、実際にはわずかに原子間相互作用があり、理想気体とは若干異なる。したがって、BECのトラップ内での振動の観測は、平均場の理論を適用する上で重要であった。  
BECの相転移温度の精密測定：理論が予測する転移温度での比熱の不連続性の観測、そのほか、引力相互作用のBECダイナミクス、複数のスピン状態または超微細準位にまたがる多成分BECの生成およびそれらのダイナミクス、BEC内の音波速度の測定、ダークソリトンの形成と伝播、巨視的量子トンネル効果の観測、BEC内の量子渦生成、...
- BECの原子波レーザー  
BECはすべての原子が1つの巨視的波動関数で表現できる。すなわち一原子波動関数がコヒーレントに重なり合う点で、しばしば原子波レーザーと称される。しかし、光レーザーのようにビーム状に原子波を取り出すためには、パルスrf電磁波、重力ポテンシャルと光定在波ポテンシャルとの組み合わせ、連続rf電磁波、誘導ラマン遷移などの技法が応用されている。
- コヒーレント原子波光学・コヒーレント原子波制御  
光レーザーによって、コヒーレント光学が発展したように、原子波レーザーによってコヒーレント原子波光学が発展しようとしている。以下のような実験がある。
  - － ブラッグ反射 X線が結晶でブラッグ反射されるのと同様に、原子波も光定在波による散乱を受ける。2本のレーザーが定在波を作るところをBEC原子が進めることにより、原子波のビームスプリッターや全反射鏡が製作可能。マッハ・ツェンダー干渉計として干渉計へ応用。
  - － 超放射(方向性レーザー散乱、物質波増幅)
  - － コヒーレント原子波増幅

今後の応用として次のような期待がある。

- 原子波干渉計  
加速度・回転速度の高精度なセンサーや、微細構造定数などの精密測定への応用。同じ大きさのジャイロスコープでは光を使うより、 $10^{11}$ 倍の感度が期待される。重力加速度を9桁の精度で測定している。
- 量子情報分野への応用  
電子回路に換わる、原子回路の可能性。電子回路では情報の担い手が、電子海中の電子であるが、原子回路では異物である原子であり、情報信号が取り出しやすい。究極的な情報量も無数にある内部状態を利用できるので電子回路の1ビットより飛躍的に大きくなる。論理演算に対しても半導体素子などのデバイスを必要とせず、原子の相互作用を直接利用できる。原子を量子ビットと見立てると、量子演算が可能になることになる。ただし、超高真空中で動作させる必要があるため、利便性に欠ける面もある。

## 2 理想Bose気体のBEC

原子間の相互作用には次の2つがある．

- 安定な原子がもつ斥力．力の到達距離は格子定数（数 Å）のオーダー．
- 双極子ゆらぎの相関に起因する弱い引力(van der Waals力)，原子間距離が 100 Å程度で効いてくる．

弾性散乱する原子は，これら2つの力を感じるようになる．

低密度多体系の量子状態は，2体散乱の前後での波動関数の漸近的振る舞い（位相のずれ）で特徴づけられる．超低温の場合，低エネルギー散乱が支配的になり，2体散乱の相互作用の強さは，S波散乱長 $a$ によって特徴づけられる． $|a|$  は相互作用の実質的な到達距離で，

$$\begin{aligned} a > 0 & \text{ なら斥力・位相シフト負} \\ a < 0 & \text{ なら引力・位相シフト正} \end{aligned}$$

磁場がない状態では，Rb87 ( $a=5.8\text{nm}$ ), Na23 (2.8nm), H1 (0.065nm)は斥力，Li7 (-1.5nm), Rb85 (-20nm) は引力である．

原子間相互作用が斥力の場合，Bogoliubov理論が適用可能である．これは，相互作用の効果が， $(na^3)^{1/2}$ を展開パラメータとして記述できる場合の弱く相互作用するBose粒子系の話である． $n(= 10^{14}/\text{cm}^3\text{程度})$ は原子数密度で， $na^3$ はある原子がその相互作用が及ぶ範囲内で他の原子を見いだす確率． $a$ は数十Åのオーダーなので， $na^3 \sim 10^{-6}$ と小さいからである．

原子間相互作用が引力の場合，展開パラメータが純虚数になり<sup>2</sup>，BECは生成されないと信じられている．しかし，磁気トラップされた場合，波数に下限があるため，準安定なBECが生じ得る．Li7でも，BEC状態の実現が報告されたが，これは，準安定状態であり，BECを形成する原子数に上限が存在する．また，真の基底状態ではないのでやがて崩壊すると考えられる．

平均原子間距離は，相互作用の到達距離に比べて十分大きいので，デルタ関数型のポテンシャルで置き換えることができる． $V(r) = U_0\delta(r)$ ．ここで， $U_0$ は S波散乱の場合に， $U_0 = 4\pi\hbar^2 a/m$ である．この表式は $a^2$ のオーダーまで正しいそうだ．この相互作用ポテンシャルに対する系を記述する波動方程式は，Gross-Pitaevskii (GP) 方程式，あるいは非線形Schrödinger方程式と呼ばれる．具体的な式は，次のような形である．トラップポテンシャル $V_{trap}$ 中の原子の初期状態 $|\psi_i\rangle$ から終状態 $|\psi_f\rangle$ へ遷移する確率振幅は，経路積分を用いて

$$\langle \psi_f | e^{-(i/\hbar)H(t_f - t_i)} | \psi_i \rangle = \int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\psi^* e^{(i/\hbar)S[\psi, \psi^*]} \quad (1)$$

$$\text{where } S[\psi, \psi^*] = \int d\mathbf{r} \int dt \left[ i\hbar\psi^* \frac{\partial}{\partial t} \psi + \frac{\hbar^2}{2m} \psi^* \nabla^2 \psi - V_{trap}(\mathbf{r})\psi^* \psi - \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} (\psi^* \psi)^2 \right] \quad (2)$$

となる．作用 $S$ の停留条件からGP方程式

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V_{trap}(\mathbf{r})\psi + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} |\psi|^2 \psi \quad (3)$$

が得られる． $\psi$ は $\int |\psi|^2 d\mathbf{r} = N$ と規格化されていて，系の平均場を表すものと考えられている．非線形項がポテンシャル項と共存しているため，解析的には解けない．

## 3 BECダイナミクス1：成長と崩壊の繰り返し

Rice大のグループ[6]は，Li7に急速な蒸発冷却を行い，過冷却状態(BEC転移温度以下であるが，凝縮していない状態)を生成，それを放置することで引力BECのダイナミクスを観測した．トラップされた中心部にBECの種が形成されると，まわりの原子を取り込んでBECは徐々に成長してゆく．しかし，引力相互作用のため，臨界原子数（千数百程度）を超えると不安定性のためにBECは崩壊し，原子数は数百に減少．再び成長を繰り返す，という周期的な現象が見られた．

この現象は，GP方程式にBECの成長を記述する項と非弾性衝突による原子の損失項を現象論的に取り入れた数値計算によって，予言されていたものだった[7]．ちなみに(3)に， $-i\xi|\psi|^4\psi + i\gamma\psi$ という項を加えている．

<sup>2</sup>Bogoliubovの励起エネルギー  $E_k = \sqrt{E_k^0(E_k^0 + 2U_0n)}$  (ここで  $E_k^0 \equiv \hbar^2 k^2/2m, U_0 \equiv 4\pi\hbar^2 a/m$ ) が，引力の場合( $U_0 < 0$ )，長波長で虚数になる．

## 4 BECダイナミクス2：超新星爆発との類似現象

準安定なBECは気体相にあり、数ミクロンの大きさである。ひとたび崩壊をはじめれば、原子集団は数Åのオーダーの反発芯が見えるまで収縮していくものと予想される。密度にして $10^{18}$ 倍の圧縮である。BECは、崩壊して高密度なりチウム金属になるのだろうか？

原子密度が高くなると、3体衝突が起こりはじめ、束縛状態の形成に伴って数Kの巨大な潜熱が放出されるのでダイナミクスは単純ではない。潜熱が原子の運動エネルギーに転化されたら、原子集団は大爆発を起こす可能性がある。このような、予想がされていた頃、実験結果が報告された。

### 4.1 実験結果

Colorado大学のWiemanら[8, 9]は、次の実験結果をレポートした。

- $10^4$ 個からなるRb85の原子を、誘導磁場Feshbach共鳴（原子同士が衝突した際に一時的に束縛状態が形成される状態）を用いて安定なBEC状態にした。衝突前のエネルギーと束縛エネルギーが等しくなる近傍ではFeshbach共鳴が起こり、S波散乱長が大きく変わる（正から負へ自在に変えることができる）。この技術により、原子の自己相互作用の大きさを変えるダイナミクス実験が可能になった。
- 相互作用を斥力( $a \sim 10\text{nm}$ )から引力( $a \sim -1\text{nm}$ )へ変えると、BEC状態は収縮をはじめ、実験解像度よりも小さくなった後、約5ms後、バースト的な爆発が見られた。すなわち、ダイナミクスとしては、(1) decay of condensate (2) ejection and refocus of atomic bursts (3) jet formation の3段階が観測された。
- collapse後の状態は次の3つに分けられる。remnant (trapされた中央部に残った密度の高い原子の塊、もちろん臨界原子数以下、dense atomic cloud peaking around the center of the trap), burst (dilute one that spreads broadly around the remnant BEC, 100nK程度のエネルギー)、そして missing atoms である。数の勘定が合わないので、missing atomsという分類を加えた。
- burstは、非等方的であった。

この現象は、超新星(supernova)とボーズ凝縮(Bose)からとって、「ボースノヴァ ("Bosenova")」と呼ばれるようになった。彼らのレポートに書き出された、解明すべき点は以下のものである。

1. 原子数の変化、特にその減衰定数 $\tau_{decay}$ は、初期の原子数 $N_0$ やS波散乱長 $|a|_{collapse}$ に依存しない( $|a|_{collapse} < 100a_0$ のとき、 $a_0$ はBohr半径)。 $|a|_{collapse}$ が大ききときには、弱く依存する。
2. 放出されるバーストのエネルギー（一原子あたり）は、初期のBEC原子数に著しく依存する。
3.  $|a|_{collapse}$ を変化させても、吹き飛ばされる外側の原子数は変わらない。
4. cold remnantとして残されるBEC原子数は、 $N_{cr}$ のオーダー付近で決まり、これは、 $N_0$ や $|a|_{collapse}$ に依存する。しかし、remnant/burst/missing atomsの比は、 $N_0$ に依らない。
5. 実験面では、「バーストはコヒーレントか」、「missing atomsは、どこに行ったのか？」という2つの問題が残る。

### 4.2 理論

Saito-Uedaは、原子のloss効果を含めた、Gross-Pitaevskii (GP)方程式を数値的に積分することにより、Bosenova現象を説明している [12]。GP方程式は、BECの平均場を記述するものとして広く使われているものであり、それまでBEC斥力の場をよく表現できていた。引力場をどこまで記述できるかは不明であった。

彼らの解いたGP方程式は次のようなものである。波動関数 $\psi$ のunitary time evolutionとして、

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V_{trap}(\mathbf{r})\psi + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} |\psi|^2 \psi - \frac{i\hbar}{2} (K_2 |\psi|^2 + K_3 |\psi|^4) \psi \quad (4)$$

$V_{trap} = (m/2)[\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2]$ は、trapping potential。最後の項を除いて、普通のGP方程式である。全原子数 $\int |\psi|^2 d\mathbf{r}$ は保存すると考えるのが自然だが、実際には2体dipolarや3体recombination過程で減少してゆく。それらの効果を係数 $K_2, K_3$ で表した。これらは現象論的に導入された項である。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int |\psi|^2 d\mathbf{r} = - \int (K_2 |\psi|^4 + K_3 |\psi|^6) d\mathbf{r} \quad (5)$$

が成り立つ．高密度状態では3体の効果は，2体の効果を凌ぐので，数値計算では2体効果は無視．Freshbach 共鳴より離れた状態では $K_3$ や $s$ 波散乱長  $a$ の値は，実験と理論で order 10の範囲で一致するが，Freshbach共鳴の近くではそのような値は得られていない．

数値計算は差分法，Crank-Nicholsonスキーム．実験と同じく， $a_{initial} > 0, a_{collapse} < 0$  (例えば  $a_{initial} = 7a_0, a_{collapse} = -30a_0$ )，Rb85をモデルにし， $N_0$ と $K_3$ を与えた．no other fitting parameters.

数値計算の結果，Wiemanらの実験結果を追認することができた．すなわち，

- $a$ が変化した後，BECは10 msでcollapseし，BEC原子数は定減衰係数で近似されるように減少する．
- burst現象が起きる．毎half trap periodごとに，refocus現象も起きる．
- $N_0$ が大きいとき，remnantとして残されるBEC原子数は， $N_{cr}$ よりもかなり大きい．
- remnant/burst/missing atomsの比は， $N_0$ に依らない．
- $a$ が正に転じてcollapseが中断されるとき，jetが発生する．

さらに予想として，

- jetが干渉の縁の部分(interference fringes)に起因することから，パースト原子はコヒーレントであろう．
- 崩壊は一度だけではなく，間欠的に何度も生じているであろう．その結果，原子密度にshell状のパターンが形成されるであろう．

また，展開パラメータ $n|a|^3 \sim 10^{-3}$ であることから，mean-field theoryも適用可能であることが示された．

彼らの数値計算による，この現象の物理的な解釈は次のようである．

1. 引力によって中心の狭い領域に密度の高い部分ができる．
2. 密度の高い部分で3体衝突により，原子の損失が盛んに起こり，密度が低下する．
3. 密度が下がると引力が減少するので，狭い領域に集まった原子は不確定性関係に起因する零点圧力により外に飛び出す．

## 5 BECダイナミクス3：量子渦のダイナミクス

解読中[13]

### 参考文献

- [1] J.R. Anglin and W. Ketterle, Nature (London) **416** (2002 March 14) 211.
- [2] 久我隆弘，レーザー冷却とボーズ凝縮(岩波講座「物理の世界 さまざまな物質系5」岩波書店，2002)
- [3] 久我隆弘，日本物理学会誌 56, 946 (2001)
- [4] 上田正仁，日本物理学会誌 53, 663 (1998)
- [5] 斎藤弘樹 上田正仁，固体物理 36, 311 (2001)
- [6] J.M. Gerton, D. Strekalov, I. Prodan and R.G. Hulet, Nature (London) **408** (2000 Dec 7), 692. <http://atomcool.rice.edu/local/bec/growth2.html>に動画あり．
- [7] C. A. Sackett, H.T.C. Stoof, and R. G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 2031.  
Y. Kagan, A.E. Muryshev, and G.V. Shlyapnikov, Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 933.
- [8] S.L. Cornish, R.R. Claussen, J.L. Roberts, E.A. Cornell and C.E. Wieman, Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 1795.
- [9] E.A. Donley, R.R. Claussen, S.L. Cornish, J.L. Roberts, E.A. Cornell and C.E. Wieman, Nature (London) **412** (2001 July 19), 295.
- [10] H. Saito and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 1406.
- [11] H. Saito and M. Ueda, Phys. Rev. A **63** (2001) 043601.
- [12] H. Saito and M. Ueda, Phys. Rev. A **65** (2002) 033624.
- [13] H. Saito and M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 190402.