

微積分学 I (真貝)

レポート課題 (2020)

【提出期限】 2020 年 7 月 31 日 (金) 13:00

【提出場所】 <https://forms.gle/PCUHbQVfJHgUmiYe6> (QR コード)



- なるべく pdf 形式のファイルで. A4 サイズ. 各ページに学生番号と氏名を忘れずに記入すること.
- グラフを描く場合, 手描きでも, Mathematica などのソフトウェアを用いて描いてもよい. ソフトウェアを用いて描く場合でも, 元の数式を説明すること.
- 成績根拠資料として残すのでレポートは返却しない.
- 下記のうち 3 問を選択して解答すること. 成績の 10% (15 点相当) として採点する. 4 問解答した場合は, できのよい 3 問を選んで計上する.

1 円形の紙から 1 つの扇形を切り取り, 残りの部分で円錐形の (ふたのない) 容器を作る. 容積を最大にするためには, 切り取るべき扇形の中心角をどうとればよいか.

2 方程式 $f(x) = 0$ の解 $x = \alpha$ を見つける方法に, Newton 法がある (教科書 p89). $x = \alpha$ に近い点 $(x_1, f(x_1))$ から, $y = f(x)$ の接線を引き, その接線が x 軸と交わる点を $x = x_2$ とする. ふたたび, $(x_2, f(x_2))$ から, $y = f(x)$ の接線を引き, その接線が x 軸と交わる点を $x = x_3$ とする. このように繰り返すと, $x_2, x_3, \dots$ は, 次第に $x = \alpha$ に近づいていく. Newton 法を用いて, $\sqrt{10}$ の値を小数点 5 桁まで求めよ.

3 アメリカ・セントルイスにあるゲートウェイ・アーチは, 懸垂線 (catenary)

$$y = \cosh ax = \frac{e^{ax} + e^{-ax}}{2}$$

を逆さにした形として設計された. 高さは 180 m, 幅も 180 m である. a を求めよ. 関数電卓など使って良い. (実際は, 関数形を少し尖らせて建築したそうである).

4 アインシュタインの特殊相対性理論によれば, 質量 m をもつ物体が速度 v で運動するとき, エネルギー E は,

$$E = m \frac{c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

となる. ここで, c は光速である. この式のニュートン極限を, $(v/c) \ll 1$ として v^6 のオーダーの項まで求めよ.

ヒント:

- まず, $|x| \ll 1$ のときの, $(1+x)^n$ の近似式を x^3 のオーダーまで導出せよ.
- 得られた近似式を $(1 - (v/c)^2)^{-1/2}$ に適用せよ.