

【重要】 答えは別紙に記入すること。答えだけではなく、導出の過程も記すこと。解答順は自由。

1 次の値を求めよ。

(1) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$

2 次の極限值を求めよ。

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 5^n}{3^n + 5^n}$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$

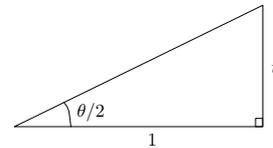
3 双曲線関数 $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ について、次の加法定理を示せ。

$$\sinh(x - y) = \sinh x \cosh y - \cosh x \sinh y$$

4 $t = \tan \frac{\theta}{2}$ とおくと、

$$\sin \theta = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \tan \theta = \frac{2t}{1-t^2}$$

となることを示せ。



ヒント：右図の三角形から、 $\sin \frac{\theta}{2}$, $\cos \frac{\theta}{2}$ が求められる。

5 $(1+x)^n$ を x の降べきの順に展開し、はじめの 3 項まで記せ。

6 区分求積法を用いて、連立不等式

$$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 4x^3$$

で表される領域の面積を求めよ。