

【重要】解答は別紙に．答えだけではなく，導出の過程も記すこと．  
解答順は自由．スペースが足りなければ，裏面を用いよ．

1  $y(x)$  に対する次の微分方程式について，一般解を求めよ．初期条件が与えられているものは，特殊解を求めよ．

- (1)  $y'' = -16y$
- (2)  $y'' = -16y$  初期条件： $y(0) = 5, y'(0) = 2$
- (3)  $y'' - 4y' + 4y = 0$
- (4)  $y'' - 4y' + 13y = 0$
- (5)  $y'' - y = 4e^x$

2 質量  $m$  のパラシュートが，重力の他に，速度  $v$  の2乗に比例する空気抵抗を受けて落下している．時間座標を  $t$ ，重力加速度の大きさを  $g$  とすると，運動方程式は， $v(t)$  に対する微分方程式として

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv^2$$

となる．下向きを正としていて， $k$  は比例定数である． $\alpha = \sqrt{\frac{mg}{k}}$  と置くと，この式は

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}(v^2 - \alpha^2) \quad \text{となる．}$$

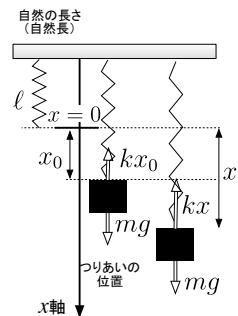
- (1) 変数分離法により， $v(t)$  の一般解を求めよ．
- (2) 初速度をゼロとしたとき，終端速度を求めよ．
- (3) 初速度を  $v_0$  (下向き) としたとき，終端速度を求めよ．

3 鉛直面上で上下に振動するばねに取り付けられた物体の運動を考えよう．

長さ  $\ell$  のばねを天井に取り付け，鉛直に垂らす．ばねの最下点を原点とし，下向きに  $x$  軸を取る．質量  $m$  の物体を取り付けると，物体には鉛直下向きに重力  $mg$  とともに，ばねの伸びが  $x$  のときには弾性力  $kx$  を受ける．重力と弾性力が釣りあって，おもりが静止するとき，ばねの伸びを  $x_0$  とすると，力のつりあいから  $0 = mg - kx_0$ ，すなわち， $x_0 = mg/k$  が成り立つ．おもりが位置  $x$  のときの運動方程式は，

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = mg - kx$$

である．この式の一般解を求め，振動の中心・振動の周期を求めよ．



4 次の表は常微分方程式の分類である．空欄を次から選んで埋めよ．

線形・非線形・同次型・非同次型・解析的・数值的・定数変化・積分因子・ベルヌーイ

	(a)	(b)
(c)	変数分離法・(d)法などで解くことができる．	解けるものが知られている． 解いた人の名前が冠されている．
(e)	(c)の解をもとにして，未定係数法・(f)法などで解くことができる．	解けるものが知られている． 解いた人の名前が冠されている．