

微分方程式 (真貝)
第1回中間テスト A2

学生番号 _____ - _____ 氏名 _____

【重要】解答は別紙に。答えだけでなく、導出の過程も記すこと。
解答順は自由。スペースが足りなければ、裏面を用いよ。

1 関数 $y(t) = A \sin kt + B \cos kt$ (A, B は任意定数, k は定数) が,

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -k^2y$$

を満たすことを示せ。

2 次の微分方程式を解け。

(a) $\frac{dy}{dx} + 3y = 0, y(0) = 3$

(b) $\frac{dy}{dx} + 3y = 5e^{2x}$

(c) $\frac{dy}{dx} + 3y = 3 \sin 2x + 2 \cos 2x$

3 $y = xu$ と置換することにより, $(x^2 - y^2) + 2xyy' = 0$ ($x > 0$) を解け。

4 化学反応 $A+B \rightarrow C$ の速度は, 混合する2つの反応物質の濃度に関する。A,Bの濃度をそれぞれ $A(t), B(t)$ とすると, 時刻 t における C の量 $x(t)$ は,

$$\frac{dx}{dt} = kAB \quad (k > 0; \text{定数})$$

となる。初期濃度を $A(0) = a, B(0) = b, x(0) = 0$ とすると, 反応式から, $A = a - x, B = b - x$ なので,

$$\frac{dx}{dt} = k(a - x)(b - x)$$

となる。 x を時刻 t の関数として求めよ。ただし, $a \neq b$ とする。