微分方程式（情報科学部１年，真貝）
第１回演習 B セット

学生番号 ____-____ 氏名 __________

【重要】解答は別紙に．答えだけではなく，導出の過程も記すこと．
解答順は自由．スペースが足りなければ，裏面を用いよ．

1. 関数 $y = Ae^{kx} + Be^{-kx}$ （A, B は任意定数，k は定数） が，
$$\frac{d^2y}{dx^2} = k^2 y$$
を満たすことを示せ.
Show that $y = Ae^{kx} + Be^{-kx}$ $(A, B, k; \mathrm{const.})$ satisfies the above differential equation.

2. $y(x)$ に関する次の微分方程式の一般解を求めよ．Find the general solution.
   (1) $y' = xy^2$
   (2) $y' + 4y = 4x + 9$
   (3) $y' + 4y = e^{4x}$

3. $y(x)$ に関する微分方程式 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} + 1$ について，
   (1) $y = xu$ と置換することにより，一般解を求めよ.
   Find the general solution by using a substitution $y = xu$.
   (2) 初期条件 $y(1) = 0$ をみたす特殊解を求めよ.
   Find the solution with the initial condition $y(1) = 0$.

4. $u(x) = y^{-1}$ と置換することにより，$\dfrac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}y^2$ の一般解を求めよ.

5. 沸かし終えた風呂の温度の時間変化率は，そのときの室温との差に比例する．すなわち，室温が 10 [°C] のとき，時刻 t における風呂の温度 $T(t)$ [°C] は，
$$\frac{dT}{dt} = -k(T - 10) \ \ (k > 0; \text{定数})$$
となる．いま，$t = 0$ で 60 [°C] だった風呂が，10 分後に 55 [°C] になった．40 [°C] になるのは何分後か．$\log 2 = 0.6931, \log 3 = 1.099, \log 5 = 1.609, \log 10 = 2.303$ とする.
The temperature T of the bath decreases with time t, obeying the differential equation,
$$\frac{dT}{dt} = -k(T - 10) \ \ (k > 0; \mathrm{const.}),$$
supposing the room temperature is 10 [°C]. If the temperature is 60 [°C] at $t = 0$ and 55 [°C] at $t = 10$[min], then when it will go down to 40 [°C]? Use $\log 2 = 0.6931, \log 3 = 1.099, \log 5 = 1.609$ and $\log 10 = 2.303$.