**微分方程式（1 年）期末試験 2012 年 1 月 28 日**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **微分方程式** | **真貝寿明**<br>**大島一能** | **IS 科 IN 科 1 年** | **参照可能物　なし** |

**【重要】　別紙の答案用紙に記入すること．問題用紙は回収しない．**
**解答順は自由とするが，答案用紙には，どの問題か分かるように記載すること．**
**答案には，答えだけではなく導出の過程も記すこと．導出の過程にも配点がある．**

問題 **1**　（自然現象のモデル化，20 点）
次の微分方程式を立てよ．各自で導入した記号には説明をつけること．

(1) $xy$ 平面上の各点で，接線の傾きが $\tan x$ である曲線が満たす微分方程式．
(2) 時間に対して一定の割合で減少していく放射性元素の数を求める微分方程式．
(3) 加速度が，速度に比例した抵抗を受けて減少してゆくことを表す微分方程式．
(4) その時の感染者数の 2 乗に比例して増加してゆくインフルエンザ感染者数を求める微分方程式．

問題 **2**　（基本的な微分方程式，30 点）
$y(x)$ に対する次の微分方程式の一般解（初期条件が与えられているものは特殊解）を求めよ．

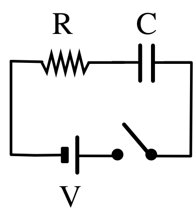
(1) $y' + 3y = 0,\ \ y(0) = 2$
(2) $y' + 3y = 6e^{3x}$
(3) $y' + 3y = 6e^{-3x}$
(4) $y' + 3y = 10\sin x,\ \ y(0) = 2$
(5) $y'' + 2y' - 3y = 0$
(6) $y'' + 2y' - 3y = 0,\ \ y(0) = 4,\ \ y'(0) = 0$

以下の 3 問のうち，2 問を選択して解答せよ．

問題 **3**　（1 階微分方程式の応用，25 点）
抵抗値 $R$ の抵抗と容量 $C$ のコンデンサで構成される RC 直列回路に，起電力 $V$（一定）の直流電源を接続し，時刻 $t = 0$ でスイッチを入れる．コンデンサに蓄電される電荷の量 $Q(t)$ は，微分方程式

$$\text{起電力} = \sum \text{電圧降下} \quad \text{すなわち} \quad V = R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C}$$

をみたす． $Q(t)$ を求め，グラフの概形を描け．




問題 **4**　（2 階微分方程式の応用，25 点）
水平方向に動くばね（ばね定数 $k$）につながれた質量 $m$ の物体がある．ばねが自然長のとき，物体の位置を $x = 0$ とすると，運動方程式は，

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - c\frac{dx}{dt} + F(t)$$

となる．ここで，$c$ は空気抵抗の比例定数，$F(t)$ は加える外力である．以下の問いに答えよ．ただし，(2) と (3) は厳密に $x(t)$ を求める必要はない．

(1) $m = 1, k = 5, c = 4, F(t) = 0$ のとき，$x(t)$ を求め，初期値を適当に仮定して，グラフの概形を描け．
(2) $m = 1, k = 5, c = 4, F(t) = \sin 2t$ のとき，どのような運動になるかを数行で述べよ．
(3) $m = 1, k = 4, c = 0, F(t) = \sin 2t$ のとき，どのような運動になるかを数行で述べよ．

問題 **5**　（微分方程式の概念，25 点）

(1) 「常微分方程式」と「偏微分方程式」の違いを説明せよ．
(2) 「初期値問題」とは何か．説明せよ．
(3) 2 階微分方程式を求める際の「基本解の 1 次独立性」について説明せよ．