

卒業研究課題 確率過程による経済変動記述の試み

学生番号 N13-016

氏名 内海 航平

概要 (1000字程度)

指導教員

真貝寿明

印

株価の変動を確率過程で表すモデルが広く知られている。本研究では日経平均株価、及び任天堂の株価変動に対し、ノイズを加えた確率過程モデルを考え、その振る舞いに冪乗則が見られるかどうかを考察した。

本研究では、ある日の終値 x_t と翌日の終値 x_{t+1} が $x_{t+1}=a_t x_t+b_t$ と表されると設定した。 a_t は確率変数、 b_t はトレンドの変化等を表す付加的ノイズである。 $(b_t=0$ なら Gibrat 過程、 $b_t \neq 0$ なら Kesten 過程と呼ばれる。)

2007年度から2016年度の日経平均株価2449点のデータに対し a_t の分布を表すと(図1:点線 bin)のようになった。平均値から離れた点を付加ノイズ項で表すことで代用していくと、 1.99σ 以上のデータ156点を除いた時、 a_t はガウス分布(図1:赤線 bin2)と最も良く fit できる(図1:青線 bin3)ことを確認した。

加算ノイズに該当した日での出来事は、2008年度にはリーマンショック($a_t=6.96\sigma, b_t=-1089.02$ 円)、オバマ大統領当選($a_t=3.8\sigma, b_t=537.62$ 円)、2011年度は東日本大震災($a_t=6.41\sigma, b_t=-1015.34$ 円)、2016年度はトランプ大統領当選($a_t=3.25\sigma, b_t=-919.84$ 円)などトレンドの変化日に対応している。

図1の結果は末端の a_t については、正規分布から外れた分布になっていることを示唆している。図2は実データ(図2点線)と実データの平均値と標準偏差を得てガウス分布(図2実線)を正規分布を対数軸で比較したものである。これにより σ が2.74以上の時に実データがガウス分布から外側に外れることがわかり、これは末端では対数正規分布になる傾向を示している。

図3は $|a_t|=x\sigma$ として、 $P(|X| \geq x)$ の累積確率分布 $F(x)$ を表す。図3で $3.00 \geq x \geq 2.74$ の部分の振る舞いは冪関数として $F(x) \propto |x|^{-2.071}$ として表されることが確かめられた。この冪指数は「スケールフリーな振る舞いを表す2から3」と一致している。

また任天堂においてはポケモンGOのリリースや、Nintendo Switchの発売発表というトレンドがあることで株価変動において付加的ノイズが働くことがわかった。

このような解析は、今後の株価変動の激しさを表現したり、トレンド変化日を特定することに有用であると考えられる。

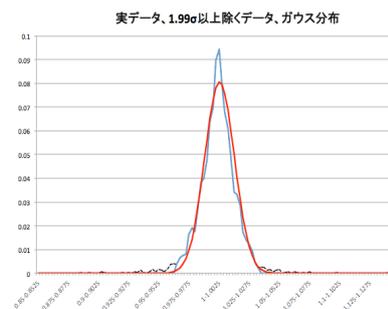


図1 a_t の頻度分布(fitしたガウス分布の平均は1.000547278)

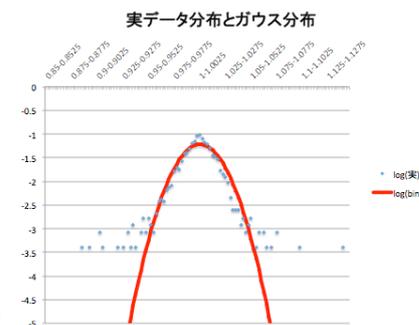


図2 a_t の頻度分布を常用対数で表示したもの

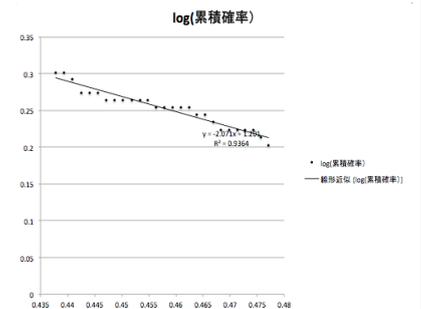


図3 縦軸: $\log_{10} F(|x|)$ 横軸: $\log_{10} x$

