

自己回帰モデルを用いた重力波のリングダウン波形の特定

Specifying ringdown waveform of gravitational wave using Auto-Regressive model

情報科学専攻 M16-A20 山本峻 Shun Yamamoto

主査：真貝寿明 副査：藤井研一

1 はじめに

一般相対性理論によれば時空は質量によって歪み、その歪みは重力波として伝搬する。重力波源としてもっとも有力なのはコンパクト連星の合体であり、重力波は典型的な波形を有している。すなわち（連星同士が引き合い加速していく）インスパイラル、合体（合体後周囲の重力波がブラックホールに吸い込まれる）リングダウンの3つのフェイズである。特にリングダウンは強い重力場の影響を見ることができ、急激に減衰していく波形のため、すぐにノイズに隠されてしまい抽出が困難である。

現在重力波のデータ解析には高速フーリエ変換 (FFT) やマッチドフィルター解析などが用いられているが、リングダウン波形だけを独自に抽出することができず、重力理論の検証までは実現できていない。本研究では自己回帰モデルと呼ばれる手法を用いてリングダウン波形を抽出する新たな解析方法を開発した。

2 自己回帰モデル

自己回帰 (Auto-Regressive:AR) モデルは多数点データを少数点データで自己回帰的に線形結合で表されると仮定する。すなわち、 N 点の時系列データ x_1, x_2, \dots, x_N が与えられた時、 $M < N$ として

$$x_s = \sum_{j=1}^M a_j x_{s-j} + \epsilon \quad (1)$$

とモデル化する。 a_j を決めることができれば (1) 式から波形を再構成することにより、

$$P(\omega) = \frac{\sigma^2}{\left| 1 - \sum_{j=0}^M a_j e^{-i\omega_j \Delta t} \right|^2} \quad (2)$$

としてパワースペクトルを求めることができる。ここで σ はデータの推定値の誤差 ϵ の分散である。AR モデルでは与えられたデータから波を予測するため、FFT のようにデータ数による周波数分解能の限界がない。以下では時系列データの波形からリングダウン波

$$h(t) = A e^{-i2\pi f_I(t-t_0)} \cos(2\pi f_R(t-t_0)) \quad (3)$$

の f_R, f_I, t_0 の特定を試みる。本研究では (1) の係数 a_j を求める方法として Burg 法を、次

数 M を求める方法として Final Prediction Error (FPE) 法を用いて解析コードを作成した。LIGO のデータの読み込みや FFT, フィルターの部分は日本の重力波解析グループが開発中の KAGALI コードを利用した。

2.1 ノイズのない波形について

コードのチェックとして、ノイズを含まない単純な減衰振動のデータを用いて AR 法を行った。波を復元でき、周波数についても高い周波数分解能で特定した。

2.2 Mockdata Challenge

次にノイズを含むデータからリングダウン波形を抽出し、周波数および減衰定数の推定を試みた。データは新学術研究 A01 班で行われた MockdataChallenge のデータを用いた。LIGO の感度曲線を基準として計算されたノイズの中に、連星合体の波形が隠されており、ノイズの中からリングダウン波形を取り出すことを目的とする。

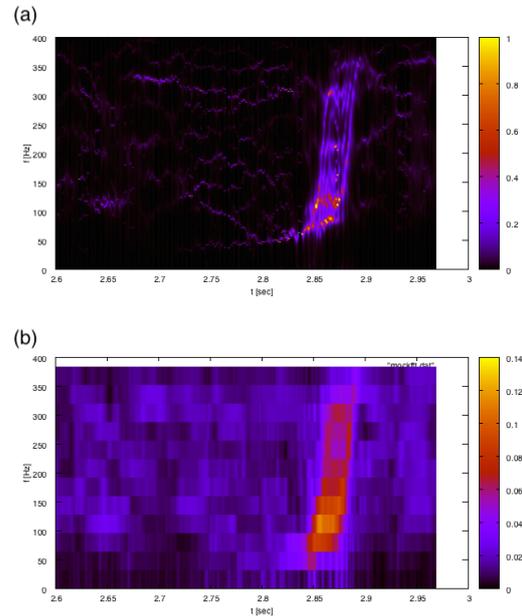


図 1: SN 比 40 のデータでのスペクトログラムの例。(a)AR 法, (b)FFT 法。

図 1 はシグナルノイズ (SN) 比が 40 のデータについて時間周波数の変化 (スペクトログラム) を AR 法と FFT 法で比較する図である。図

2 はリングダウンと思われる時間サンプルでのパワースペクトルである．SN 比がそれぞれ 100, 50, 40 のケースについて見積もった周波数と真値との誤差を表 1 に示した．

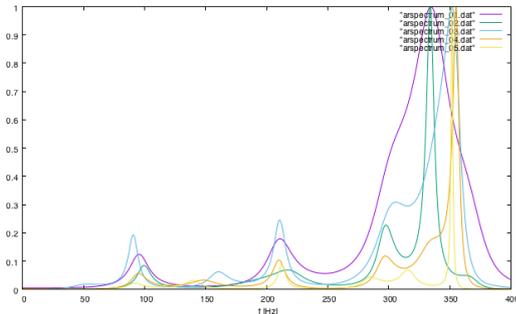


図 2: SN 比 40 のサンプルデータに対して合体後の 0.003 秒後を基準として短時間で区切って AR 法を用い，パワースペクトルを表した．短時間だが一定とみなせる周波数が f_R とみなせる．挿入された波の周波数 f_R は 347.271[Hz]．

表 1: AR 法を用いて推定した周波数のずれ

SN 比	サンプル数	Δf_R
100	2	-1.35 ~ -0.6 %
50	3	-6.1 ~ 0.3 %
40	5	-44.5% ~ 23.2%

2.3 GW150914

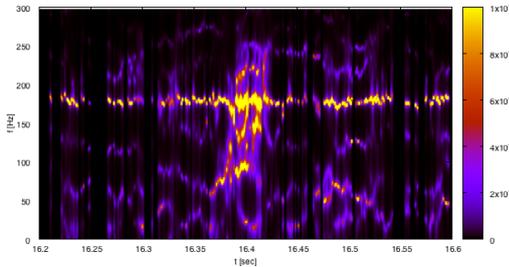


図 3: LIGO が公開している重力波イベント GW150914 についてのデータを用いて表したスペクトログラム．

実際に AR 法を用いて重力波の実データ解析を試みた．データには LIGO Open Science Center¹ で公開されている Livingston の 32 秒データを用いた．GW150914 は合体後のブラックホールの質量と回転の大きさから周波数は $f_R = 272$ [Hz] と推定される．

AR 法を用いて表したスペクトログラムを図 3 に示す．時間とともに周波数が増幅していくインスパイラルの信号が見られる．しかし干渉計のノイズの影響で周波数を細かく特定できない．図 3 には LIGO の実データに対して，より狭い範囲にフィルターをかけてパワースペクトルを示した．このピークは 281[Hz] であった．これは推測される 272[Hz] と近い値を示している．

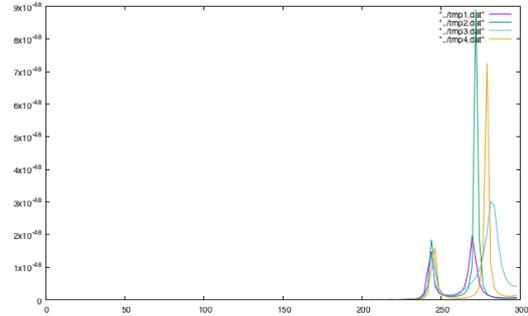


図 4: 図 3 のデータにさらに細く Bandpass Filter をかけ，合体直後の $t = 2.676758$ [sec] のデータについてリングダウン周波数を探した．横軸は周波数 [Hz] ．

3 結論と将来の展望

本研究では AR 法を用いてリングダウン波形の推定を行った．従来用いられる高速フーリエ変換と比較して，より高い周波数分解能で周波数を特定した．しかし減衰定数は未だ差が大きく，特定に至っていない．詳細は論文に記載した．

参考文献

- [1] 南茂雄監修・河田聡編著，科学計測のためのデータ処理入門，CQ 出版社 (2002)

研究発表業績

- 1) (査読付き原著論文) T.Akutsu et. al. (KAGRA Collaboration) “ Construction of KAGRA: an Underground Gravitational Wave Observatory ”, Prog. Theor. Exp. Phys., (2018),O13F01
- 2) (査読無し発表) 山本峻，真貝寿明，“ Gravitational-wave data analysis using Auto-Regressive model ”, 国際研究会 JGRG27 (2017 年 11 月，広島)
- 3) (発表予定) 山本峻，真貝寿明，シンポジウム Gravitational Wave Physics and Astronomy: Genesis (2018 年 3 月，東京大学)

¹<https://losc.ligo.org/events/GW150914/detail/>