卒業論文

宇宙旅行したときに生じる時間の遅れを計算する教材開発

前田　智也

平成21年2月10日

目 次

1 はじめに

1.1 背景

普段私たちの周りを流れている時間。時間の進み方や自国は誰にとっても一様で、不変なものであると考えられてきた。またそれは、言うまでもなく私達は日常生活の中で実際そう感じている。しかし、アインシュタインの相対性理論の登場で、その絶対的だと思われてきた時間の概念が覆された。

今から 100 年ほど前の 1905 年、アインシュタインは「特殊相対性理論」を発表した。「特殊」とは重力がない特殊な状況下のみで成り立つ理論という意味であり、その 10 余年後には特殊相対性理論をすべての状況下で通用する「一般相対性理論」に発展させ、現代物理学の新世界を切り開いた。

相対性理論とは、時間の長さ、速さなどが、計測する人の立場によってかわってしまうことを明らかにした理論である。相対性理論によれば、光の速さに近い速度で移動するロケットで宇宙を旅した人は地球に残っていたひとよりも年をとっていないという「浦島効果」のような奇妙な理論が導かれる。また一般相対性理論によれば、光を飲み込んでしまうほどの強い重力場が存在する天体「ブラックホール」近傍では、重力によって時間の流れが遅れてしまう。

1.2 目的

本研究では、特殊相対性理論による時間の遅れに基づき、近辺の惑星または遠くの星への仮想旅行をしたときに、どれだけの時間の遅れが生じるのかを具体的に数値でわかるように、ユーザの入力を読み込みそれに対しての結果がでるようなアプリケーションを作成した。今回アプリケーション開発に使用したツールは、Adobe 社の「Macromedia Flash8」というソフトウェアを使用した。このソフトウェアでは Flash ムービーを作成することができる。このツールの利点は、

- 低容量かつ視覚効果のあるファイル作成が容易
- 作成した Flash ムービーが容易に Web で公開できる
- 一般的に普及している PC でほとんどのユーザが使用可能
- 利用時の操作が容易

以上の 4 点を挙げることができる。簡単に利用可能なアプリケーションを作成することを目的としているため、今回このツールを使うことにした。今回このアプリケーションを利用して、少しでも特殊相対性理論への理解を深めてもらうことを目的とした。

2　運動する物体の時間の遅れ

この章では、時間が遅れる原理について説明する。尚、この章では、文献 [1][2] を参考にした。

2.1　ニュートン力学における時間の概念

ニュートンは絶対時間という考えを提唱した。これは、時間は誰に対しても一様に流れるというものであり、観測者の時刻は位置やいかなる運動状態にもよらない絶対的なものであるということである。

例えば同じ構造で同じ時刻を示す二つの時計があった場合、これらの時間がその後それぞれどのような運動をしようと、再び同じ位置に戻ってきたときは必ず同じ時刻を示す。日常生活では常識として捉えられている事実である。

2.2　相対性原理

ニュートン力学は 3 つの法則からなる。

- 慣性の法則：外力が作用していないとき、物体は静止しているか、等速運動する。
- 運動の法則：物体の加速度は外力に比例する。
- 作用・反作用の法則：一方が受ける力と他方が受ける力は反対方向で大きさがひとしい。

運動を記述するには、例えば地面に固定した座標系のように基準になる座標系 (基準系) を考えると便利である。慣性の法則は、ある座標系から見て力を受けない物体が等速運動することを意味する。これは逆に力を受けない物体の運動が等速直線運動として見えるような基準形を選ぶことができることを示している。慣性の法則が成り立つ基準系を慣性系という。地球は自転しており、太陽の周りを公転して、さらに太陽も銀河系の中で回転運動して、銀河系もまたひとつの銀河として運動しているので、厳密には慣性系とはいえないが、それだと慣性系が成立している座標がわからないので、相対的に慣性の法則が成立している座標系を慣性系と定義して、物理法則を議論することは十分可能である。
慣性系において物体が力の作用を受けると、運動に変化が生ずる。そのことを述べたのが運動の法則である。運動の法則を式で表すと次のような運動方程式になる。

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = f \tag{2.1}$$

物理学の法則をこの式として表すには、座標系を定めなければならない。そのために 1 つの慣性系の座標系上でこの運動の法則を表す方程式を示し、m は質量、x は座標、t は時間である。f はこれらに働く力を表す。この座標系を x 座標系と決め、この x 座標系を x 軸方向に速度 v で運動している座標系を x' 座標系とする。この 2 つの座標系は図 1 のように表されるが座標変換は、次の式 (2.2) のように書くことができる。

$$
\begin{aligned}
t' &= t \\
x' &= x - vt \\
y' &= y \\
z' &= z
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

この変換では、$\dfrac{d^2x'}{dt^2} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$ が成立するので、x 系の運動方程式 (2.1) と同じように表され、

$$
m\frac{d^2x'}{dt^2} = f \tag{2.3}
$$

となる。これは、x 系と X' 系それぞれの座標系で考えているので同等の式となる。この 2 つの慣性系の座標変換の式 (2.2) をガリレイ変換とよぶ。式 (2.3) は、座標変換である式 (2.2) を式 (2.1) に代入することにより証明される。ガリレイ変換を分かりやすく図に示したのが図 1 である。t と t' が等しいのは、どの座標系でも時間は不変的に流れており、どの座標系でも原点さえ一致させれば流れている時間は等しい。

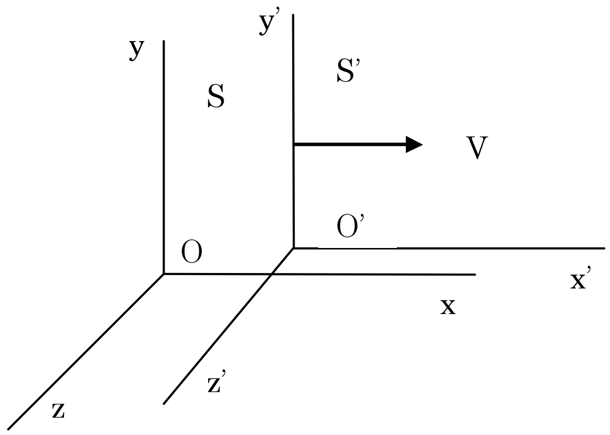

図 1: 相対速度をもつ二つの慣性系

2.3 光速度不変の原理

光速度不変とは、観測者がどんな速さで運動していても、光は常に一定の速さで進むということである。たとえば、光源から発する光の速さが秒速 30 万 km だとして、観測者が秒速 10 万 km で光を追いかけても観測者からみた光の速さは 20 万 $km(30 - 10 = 20)$ にはならず、常に秒速 30 万 km で進んでいるように見えるということである。アインシュタインは相対性原理とこの原理を出発点として相対性理論を構想した。

2.4 ローレンツ変換

ローレンツ変換は、ある慣性系 S における空間および時間座標 (あるいは任意の 4 元ベクトル) を、x 軸に沿った S に対する相対速度 v で移動する別の慣性系 S' へ変換する際に使用される

群作用である。原点 $(0,0,0,0)$ を共有する、S における時空座標 (t,x,y,z) と S' における時空座標 (t',x',y',z') で記述される事象の座標系は、以下のローレンツ変換によって関連付けられる。

$$\begin{aligned} t' &= \gamma(t - \frac{vx}{c^2}) \\ x' &= \gamma(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \tag{2.4}$$

上式で、$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$ はローレンツ因子と呼ばれ、c は光速度を表す。上の４つの方程式は、行列を用いて表現できる。

$$\begin{bmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\frac{v}{c^2}\gamma & 0 & 0 \\ -v\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

また、パラメータ θ を用いて、

$$\frac{v}{c} = \tanh\theta \tag{2.6}$$

とすると、

$$\begin{aligned} ct' &= ct\cosh\theta - x\sinh\theta \\ x' &= x\cosh\theta - ct\sinh\theta \end{aligned} \tag{2.7}$$

虚時間 $w = ict$ を用いれば、

$$w' = w\cos(i\theta) - x\sin(i\theta)x' = x\cos(i\theta) + w\sin(i\theta) \tag{2.8}$$

この表式では速度の合成が容易になる。慣性系 S において、速度 u で x 軸方向に等速運動している物体は、慣性系 S' における速度 u' は、

$$\frac{u}{c} = \tanh\phi \tag{2.9}$$

とすると、

$$\frac{u'}{c} = \tanh(\phi - \theta) \tag{2.10}$$

で表される。

相対速度 v の方向が慣性系 S の x 軸方向と一致する場合にのみ、上の方程式は適用される。v の方向が S の x 軸と一致しない場合には、ローレンツ変換の一般解を求めるよりも、v の方向が S の x 軸と一致するように慣性系の回転を行う方が、一般に容易である。

任意の方向へのローレンツブーストに際しては、空間ベクトル x を速度 v と平行な垂直成分に $x = x_\perp + x_\parallel$ と分解すると都合が良い。v 方向の成分 $x_\parallel$ のみが、ローレンツ因子 γ による変形を受ける。

$$t' = \gamma(t - \frac{ux_\parallel}{c^2}) \tag{2.11}$$

$$x' = x_\perp + \gamma(x_\parallel - vt) \tag{2.12}$$

上の方程式は、行列を用いて以下のように表現できる。

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\frac{v^T}{c}\gamma \\ -\frac{v}{c}\gamma & I + \frac{vv^T}{v^2}(\gamma - 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

ここで、v^T は v の転置行列、I は３次単位行列である。

2.5　時計のパラドックス

２つの座標系 x 系および x' 系の原点にそれぞれ固定された２つの時計 C と C' を考える。時刻 $t = t' = 0$ で両者は同じ位置にあり、時間はゼロにセットすると時計 C' は x 系では速度 v で x 方向に移動しているので、時刻 T での時計の世界点を P とすると、その座標値は $(ct', c') = (c\tau, 0)$ である。ローレンツ変換よりこれらの座標間には

$$c\tau = \frac{cT - (\frac{v}{c})T}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}cT \tag{2.14}$$

の関係がある。これは

$$\tau = \sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}T \tag{2.15}$$

と書き直すことができる。この式は $\tau < T$ であることを示しており、運動している時計を観測したとき、その時計が τ という時刻をしめしているにもかかわらず、x 系の観測者の自分の時計ですでに T という時刻を刻んでいることを示している。つまり観測者に対して運動している時計は遅れて見えるのである。自分が静止しているような座標系で測定する時間を、その物体の固有時間と呼んでいる。ここで τ が時計 C' の固有時間である。

今度は設定を逆にし、x' 系に静止した観測者が x 系固定された時計 C を観測する場合を考える。同様に x' 系から x 系の時計 C を観測する。座標系の相対性から運動している時計は時間が遅れるので式 (2.15) で τ と T を入れ替えた式

$$T = \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}\tau \tag{2.16}$$

を用いると、この時の時計 C の時刻がわかる。v の値を $0,87c$ とすると x' 系が運動している場合、x 系で $T=2$ 時間のとき式 (2.15) が示すように x' 系の時計は $\tau=1$ 時間を代入すると $T=0,5$ 時間という値が得られる。x 系の観測これを時計のパラドックスという。おたがいの時計の進み方が遅くなるというのは矛盾しているように思わ者は $T>\tau$ を主張し、x' 系観測者は逆に $T<\tau$ と主張しいているのである。れるが、高速度不変の原理より運動している座標系と静止している座標系はお互いに別々の時間をもっているので、式 (2.15) と式 (2.16) は別々のものの時間を比較していることになる。

よって互いが遅れることが正しいことがわかる。

2.6 双子のパラドックス

双子のパラドックスは特殊相対性理論における、互いに相手の時間が遅れるという現象の不思議を利用したパラドックスで、以下のような話である。

双子の兄と弟がいた。ある日、兄は弟を地球に残して、高速宇宙船に乗って旅立った。そして途中で正反対の方向に向きを変えて地球に帰ってきた。弟から見れば、兄の時間は往きも帰りも遅れる。したがって、兄は若々しく弟が年をとっている。ところが、兄から見ても弟の時間は往きも帰りも遅れるはず、したがって今度は弟が若々しく、兄が年をとっているはずなのである。これは矛盾ではないかということである。

よく考えてみると、兄は途中で向きを変えているので、兄と弟では、条件が違う。兄は途中で慣性系を乗り換える。このことにより、兄か弟のどちらかが年をとっていることが事実であると想像できる。そうでなければ、特殊相対性理論自体が間違っていることになってしまう。弟から見たら自分のほうが兄より老人であり、兄から見たら自分のほうが弟より老人であったとすれば、完全な矛盾である。

この矛盾は、次のように考えることで解決される。兄は、出発後兄の時計で時間 1 だけ経って向きを変えたものとする。まず、往きの時のローレンツ変換を図 2) 示す。ここでは、兄の慣性系における位置と時刻を (x',t') とし、地球に残った弟の慣性系における位置と時刻を (x,t) とする。また宇宙船の速度は、往きは v、帰りは $-v$ とする。時空図の原点は兄が出発したという出来事に対応する。

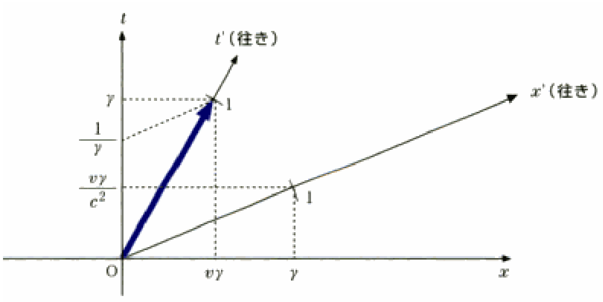

図 2: 宇宙船の往路

図２では、兄の運動が太線矢印で表されている。兄の時刻１は、弟における同時刻で比較すると、弟の時刻 γ に対応している。また、兄の時刻１、兄の同時刻で比較すると、弟の時刻 $\frac{1}{\gamma}$ に対応している。次に兄の帰路を考える。兄の帰路では、兄の地球に対する速度が v から $-v$ に変化するので、ローレンツ変換が図３のように変わる。γ は、v の二乗の関数でしたので、γ 自体は変化しない。

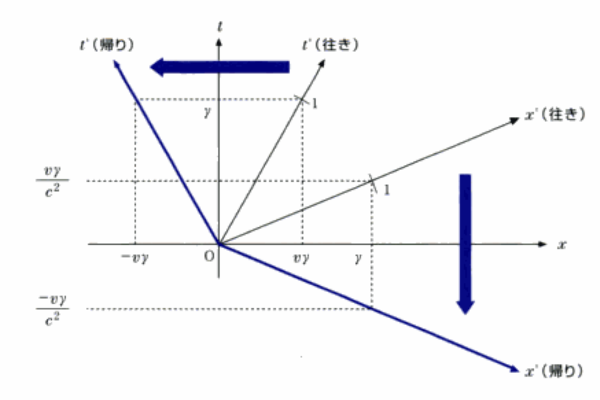

図 3: ローレンツ変換が変化する

ここで、図３の t ’軸 (帰り) に着目する。これが帰路の兄にとっての同位置線になり、これに平行なすべての直線が兄における同位置になる。図３で２つの慣性系の原点が重なってることは本質的なことではありません。兄の往きの慣性系における位置０時刻１を帰りの兄の慣性系の原点とし、その様子を図４に示す。この図４において、軌跡 OO ’D が兄の運動を表している。このように、時空図において物体の位置と時間をプロットした線を、その物体の世界線という。まず、この図４を基に、地球に残った弟における同時刻で、どちらの時計が遅れるかを考える。

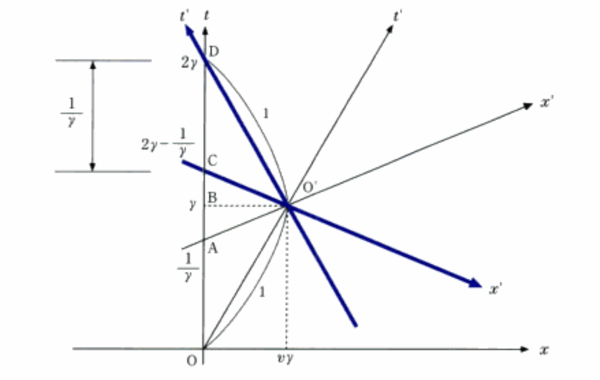

図 4: 兄の帰路における時空図

線分 OO ’上の兄の書く時刻を、弟の同時刻を基準として弟の書く時刻に対応付けることを考える。そのためには、x 軸に平行な同時刻線をたくさん引けば良い。これにより、線分 OO ’上の兄の各時刻は常に OB 上の点と対応がつく。兄の時間間隔 1 に弟の時間間隔 γ が対応していることがわかる。このことは、兄の帰路である線分 O ’D においても変わりません。時間の遅れは宇宙船の進行方向に無関係である。兄の宇宙旅行期間中の弟の経過時間は 2γ であり、兄の時計の経過時間は 2 である。γ は 1 より大きいので、弟のほうが年をとっている。この考えで大切なのは、対応に空白期間がないことである。（図 5）

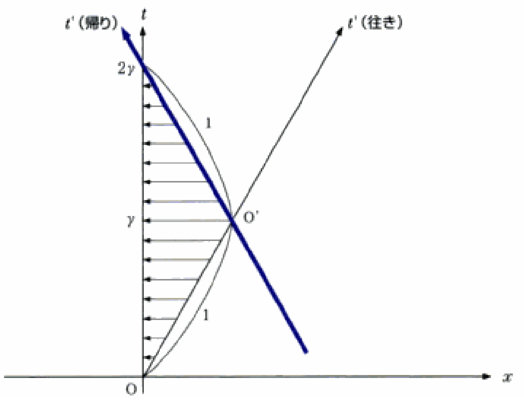

図 5: 弟の同時刻による時刻の対応

次に、兄における同時刻で考えてみる（図 6）。

まず、図 6 の OA が OO ’に対応していることがわかる。兄の帰路においては、兄の同時刻が全く異なっていることが重要である。図 6 に示すように傾きが全く異なっている。この同時刻で考えれば、弟の時間間隔 CD と兄の時間間隔 O ’D が対応していることがわかる。つまり、兄から見て弟の時間が遅れるとは、図 6 の OA と CD のみを対象にしている。弟の AC の分の時間間隔は無視されている。これでは、弟における経過時間が短く計算されてしまうのは当然である。結論として、弟から見て兄の時計は遅れるから、弟のほうが年をとっているというのが正解で全く矛盾ないのである。

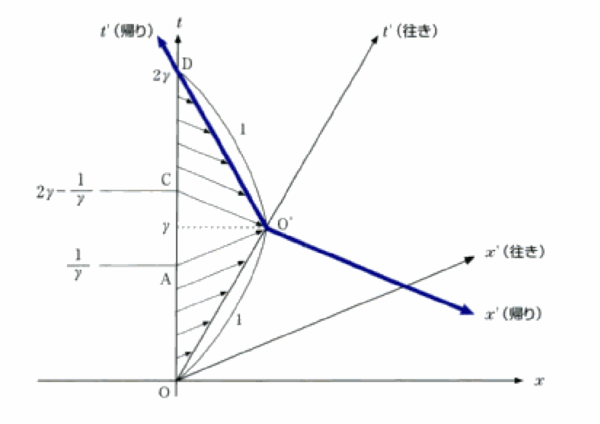

図 6: 兄の同時刻による時刻の対応

同時刻線による説明で、兄からみた弟の時間に空白期間があることがパラドックスの原因であることはわかった。兄と弟が、高性能望遠鏡を使って互いに相手の時計を観察し、手元の時計と比べてみた。この場合でも、再会までの弟の時計の経過時間と兄の時計の経過時間のどちらについても、望遠鏡で目撃した経過時間が、再会のときに判明する実際の時計の進みと異なってきてはいけない。この計算では空白の時間は生じ得ないので、つじつまが合うのは当たり前である。運動する時計の実際の見え方については、

$$T_2 - T_1 = \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}} \tag{2.17}$$

この式 (2.17) において、v が正の時は時計が近づいてくるときを表し、v が負の時は時計が遠ざかっているときを表す。また、$T_2 - T_1$ は、運動する時計の時刻が t '進むのを静止した人が目撃した場合、その間に手元の時計はどれだけ進むかを表している。式 (2.17) は、運動する時計と静止する観測者の距離によらない式である。以上のことを考慮すれば、双子のパラドックスの設定において、兄が望遠鏡で見た弟の時計の経過時間、弟が望遠鏡で見た兄の時計の経過時間を計算することができる。まず、弟が見た兄の時計が往路に t '、帰路に t 'だけ進む間に手元の時計がどれだけ進むかを計算する（図 7)。計算では OO 'を t 'とする。

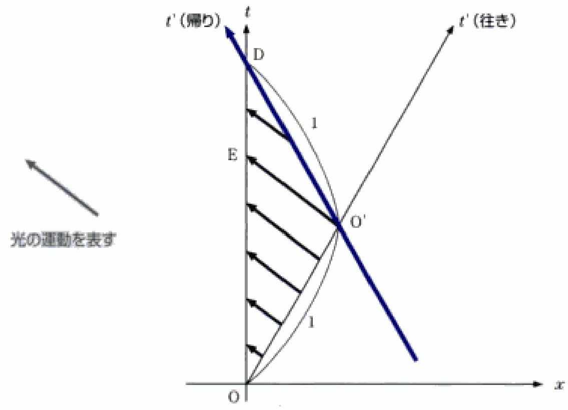

図 7: 兄の時計を弟が目撃する

兄の時刻 t ’を弟が目撃した点 E に着目し、兄の時計が t ’進むのを目撃している間、弟の経過時間はどのくらいになっているのか考える。式 (2.17) では時計が遠ざかっている場合、宇宙船の速さが v であれば、

$$ED = \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1}+\frac{v}{c}}t' \tag{2.18}$$

になる。弟が見た自分の時計の進みは OE+ED になるので、これを T_3 とすると、

$$\begin{aligned} T_3 &= \sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}+\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}t' \\ &= [\sqrt{\frac{(1+\frac{v}{c})^2}{1+\frac{v}{c}}}+\sqrt{\frac{(1-\frac{v}{c})^2}{1+\frac{v}{c}}}]t' \\ &= \left[(1+\frac{v}{c})+(1-\frac{v}{c})\right]\gamma t' \\ &= 2\gamma t' \end{aligned} \tag{2.19}$$

となる。弟は自分の時計が 2γ 進む間に兄の時計が 2 だけ進むのを目撃する。次に兄が目撃した、弟の時計の経過時間を計算する (図 8)。ここでは、兄が目撃した弟の経過時間が 2γ であるとき、兄の手元の時計が 2 だけ経過することだけを確認する。

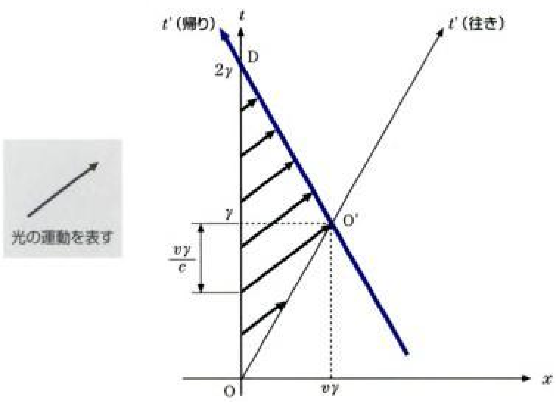

図 8: 弟の時計を兄が目撃する

まず、兄が折り返しの点 O ’で受け取った光の出発時刻を求める。図 8 にあるように弟にとってこの光が進んだ距離は $v\gamma$ であり、光速は c なので、光が O ’において兄に到達するまでの時間は $\frac{v\gamma}{c}$ である。このことから、光が発射された時刻は弟にとって $\gamma - (\dfrac{v}{c})\gamma$ である。したがって、兄の往きの間に見る兄の経過時間を T_4 とすると、

$$
\begin{aligned}
T_4 &= \sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}(1-\frac{v}{c})\gamma \\
&= \sqrt{(1+\frac{v}{c})(1-\frac{v}{c})}\gamma \\
&= \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}\gamma \\
&= 1
\end{aligned}
\tag{2.20}
$$

になる。

次に、兄が帰路において見る自分の時計の経過時間を計算する。この間の弟の時計の経過時間は $\gamma + (\dfrac{v}{c})\gamma$ で、弟が近づいてくるので、兄の経過時間を T_5 とすると、

$$
\begin{aligned}
T_5 &= \sqrt{\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}}}(1+\frac{v}{c})\gamma \\
&= \sqrt{(1-\frac{v}{c})(1+\frac{v}{c})}\gamma \\
&= \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}\gamma \\
&= 1
\end{aligned}
\tag{2.21}
$$

となる。この計算においても、兄は自分の時計が 2 だけ進む間に、弟の時計が 2γ だけ進むのを目撃することになり、全くおなじ結果が得られる。

兄の空白の時間を考慮しなかったことが、このようなパラドックスを生んだのである。

このことから、双子のパラドックスが見かけだけのパラドックスであることがわかった。結論

としては、兄の方の時計が遅れ、地球に残った弟の方が歳をとるのである。このときの兄と弟の時間差を実際に表示させるプログラムを作成した。

3　アプリケーション解説

本アプリケーションは、主に特殊相対性理論の世界が知りたいと思う人をメインターゲットにした。物体の移動速度が光速度に近づくにつれてその物体の時間の進みが遅れるということを理解している人はもちろんのこと、特殊相対性理論に馴染みがない人でも、ある程度理解できるように簡単な説明画面を作成した。操作性をよくするためにそれぞれの画面で入力欄と出力欄の位置をほぼ同じ位置に設定することにした。尚、アプリケーション内で定義している、地球から惑星や星の距離は文献 [3] を参考にしている。

3.1　アプリケーションの概要

本アプリケーションでは、主に3つの種類の計算をすることができる。

(a) 移動速度の指定→時間差の計算

ユーザが速度を入力する。候補の星まで入力速度で往復することで生じる時間のずれ を結果として出力する機能

(b) 帰還時刻の指定→移動速度と時間差の計算

ユーザが進めたい時間を入力する。候補の星までの往復で入力した時間になる場合の 速度、往復にかかる移動時間を出力する、タイムマシンのような機能

(c)「双子のパラドックス」の考え方

ユーザが移動速度を入力する。ロケットが地球から火星またはシリウスまでを往復す るアニメーションが始まる。等速運動によって生じたパラドックスを実際に加速度運 動時に、時間がワープするという形で表現した機能

3.2　アプリケーションの構成

アプリケーションを起動するとタイトル画面が開き、タイトル画面で行きたいページのボタンをクリックすると、そのページへ移動することができる。

- 「解説「時間の遅れ」」をクリックすると、特殊相対性理論における時間の遅れの説明文が表示される。
- 「解説「双子のパラドックス」」をクリックすると、双子のパラドックスの説明文が表示される。
- 「(A) 移動速度の指定→時間差の計算」をクリックすると、(a) の計算画面が表示される。
- 「(B) 帰還時刻の指定→移動速度と時間差の計算」をクリックすると、(b) の計算画面が表示される。
- 「(C)「双子のパラドックスの」考え方」をクリックすると、(c) の画面が表示される。

図 9 でフローチャートして各画面のつながりを表記する。

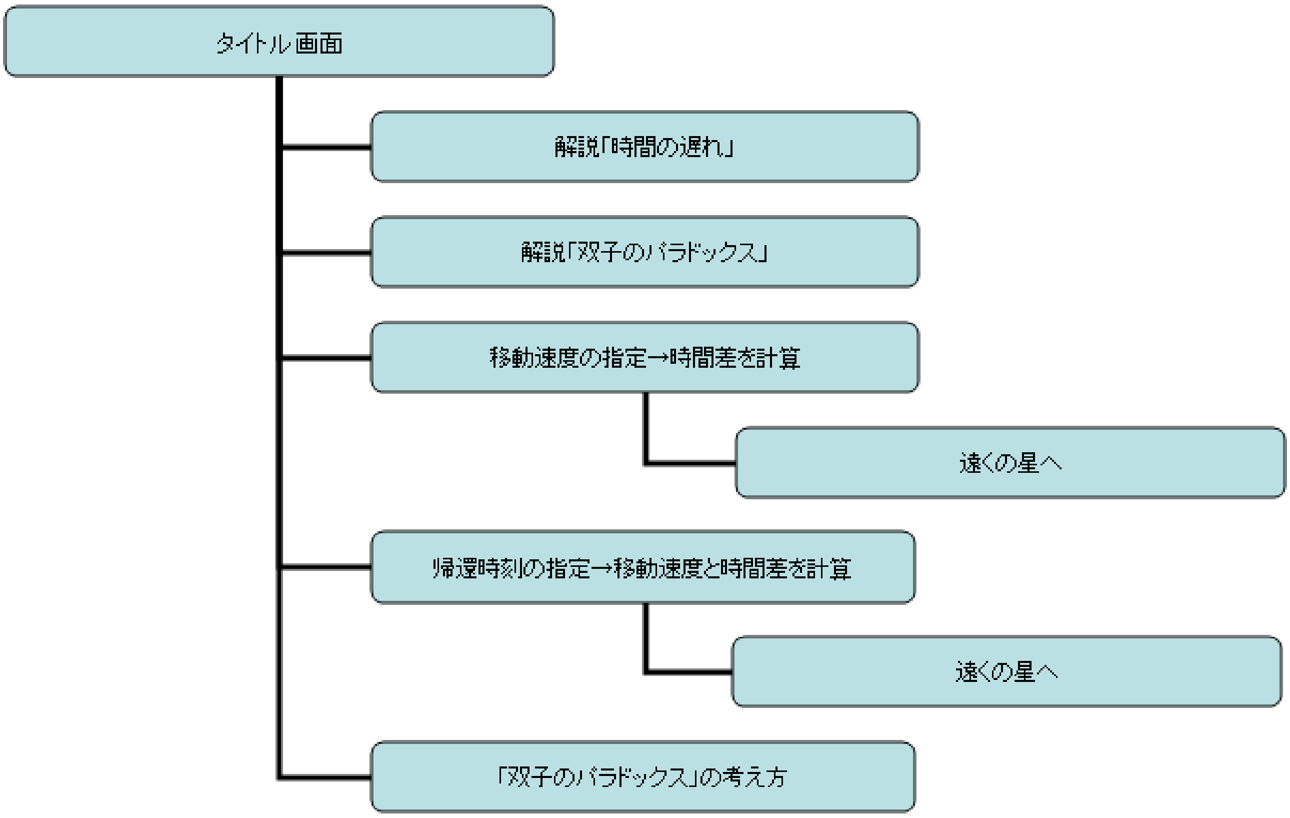

図 9: アプリケーション画面全体の構造

尚、どの画面からでもタイトル画面へ戻れるようにしている。

§3.1 であげた 3 つの機能について、(a) では、入力した移動速度 v と、目的地までの地球の慣性系の時間 dt を、§2.5 で記述した、式 (2.16) に数値を代入し、移動している人の時間 dt' を求め、火星・金星・土星のそれぞれの目的地に応じた dt、dt'、時間 $(dt - dt')$ を出力する。

(b) では、入力された時間 dt から、目的地までの移動速度 v を求めて、(a) で使用した式 (2.16) に数値を代入し、移動している人の時間 dt' を求め、(a) と同様に 3 つの候補星それぞれに応じた v、dt'、$(dt - dt')$ を出力する。(a)、(b) どちらについても、候補の星を、シリウス・アルタイル・カストルと遠くの星に切り替えることができ、より大きな時間のずれを表示させることができるように工夫した。

(a)、(b) のフローチャートを図 10 に示す。

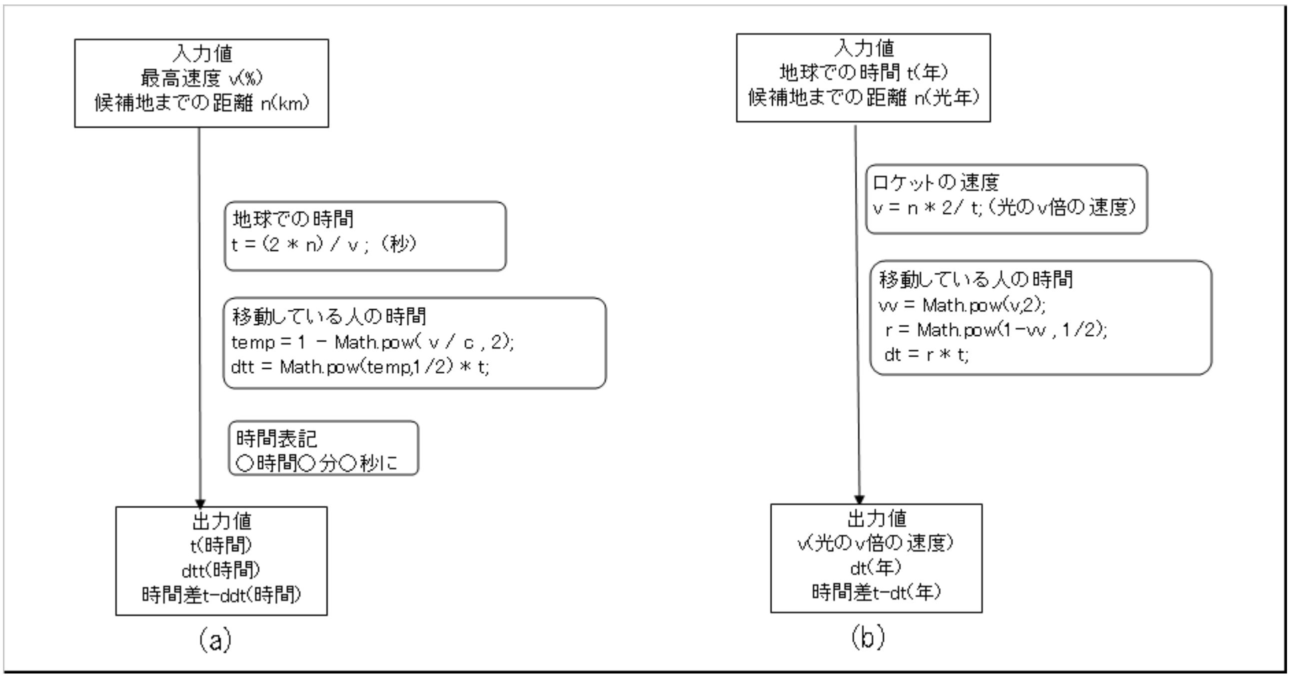

図 10: $(a),(b)$ 画面の計算を説明するフローチャート

(c) では、(a) と同様の計算方式で、§2.6 で、「兄からみた弟の時間に空白期間があることがパラドックスの原因であることがわかった。」とあるが、このときの空白期間がどのように発生しているかをアニメーションを使ってわかりやすく表示した。目的地は火星・シリウスの 2 つで、どちらの目的地でも兄からみた弟の時計の時間が瞬間的に変わる様子を見れるようにした。また、アニメーションを途中で自動的に停止させることで、時計の時間が変わる場所をはっきりと確認できるように工夫した。

3.3 アプリケーションの使用方法

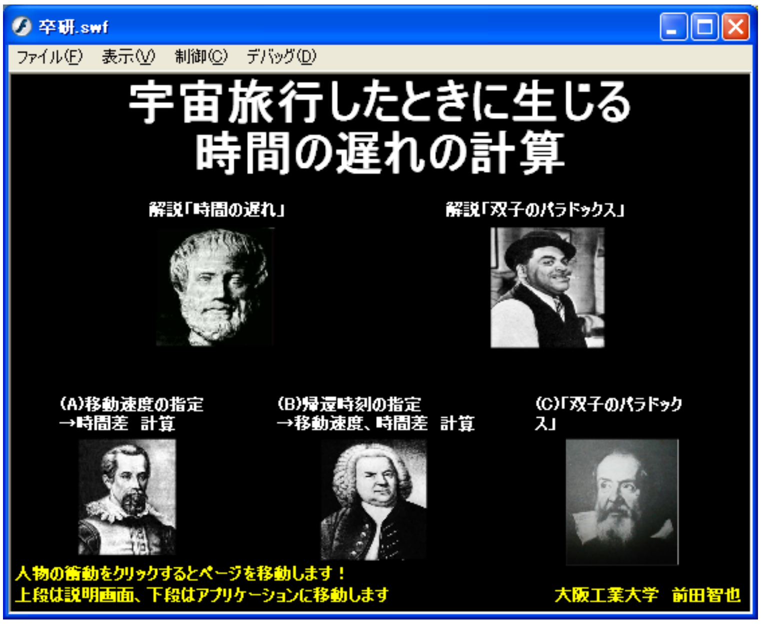

図 11: タイトル画面

図 11 は、アプリケーションを起動したとき最初に開くページである。上段左の「解説「時間の遅れ」をクリックすると、図 12 に移動することができる。

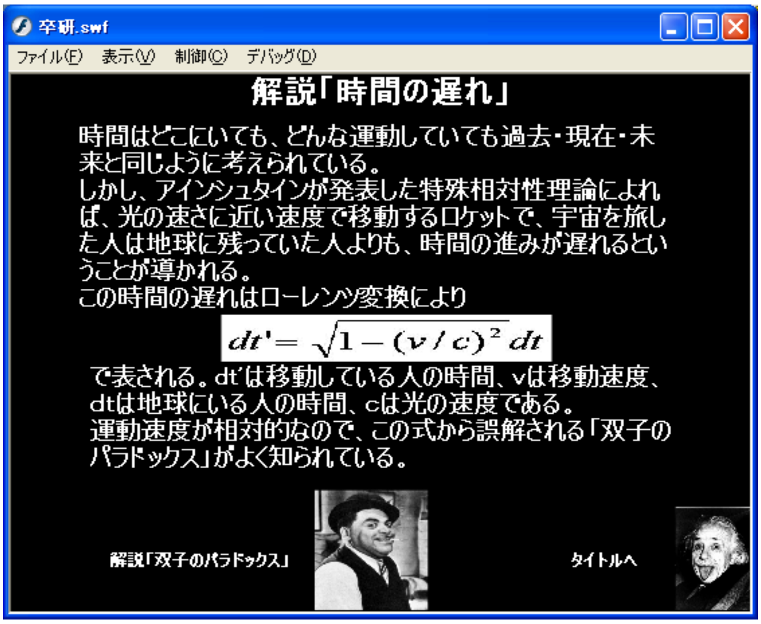

図 12: 解説「時間の遅れ」の画面

図 12 では、§2.5 を簡単に説明した画面になっている。右下のアインシュタインの肖像をクリックすると、タイトル画面にもどる、すべてのページで右下に同じアインシュタインの肖像があり、それをクリックするとタイトル画面に戻るようになっている。

上段右の「解説「双子のパラドックス」」をクリックすると、図 13 に移動することができる。

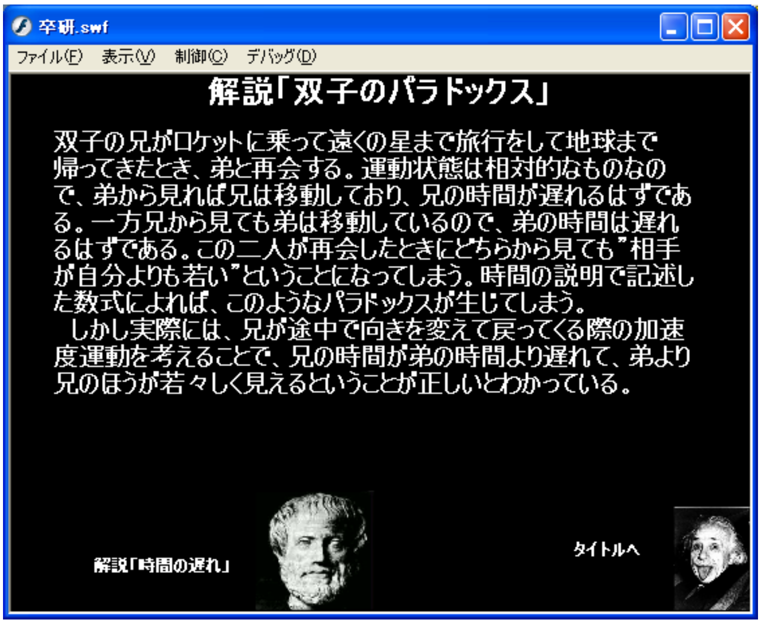

図 13: 解説「双子のパラドックス」の画面

図 13 では、§2.6 を簡単に説明した画面になっています。

下段は計算ツールになっており、左から順に (a)、(b)、(c) の計算画面へ移動することが可能である。

(a) の画面を図 14 に示す。

図 14: (a) の画面

ユーザーが、白抜きの枠の部分に移動速度を入力する。パラメータを入力し終えたら右側にある計算ボタンをクリックすると、各目的地に応じた結果が出力される。右側にある、人物の肖像をクリックすると、ページへ移動することができる。「遠くの星へ」をクリックすると、目

的地が、シリウス・アルタイル・カストルの３つの星に変わる。上部に簡単な説明を記入し、誰でもすぐに使えるような工夫を施した。

(*b*) の画面を図 15 に示す。

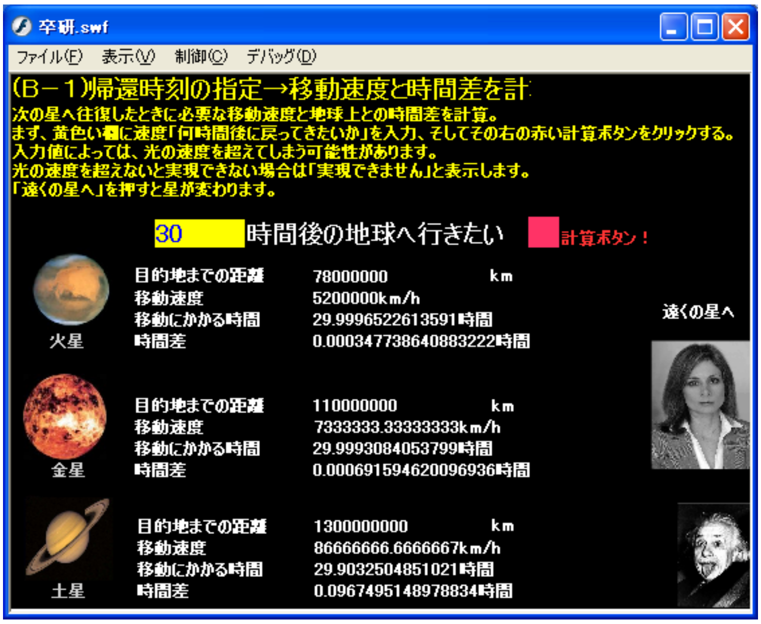

図 15: (*b*) の画面

(*a*) と同様に白抜きの部分にユーザが時間を入力する。その後ボタンをクリックすると各目的地に応じた結果が出力される。入力数値が小さすぎると、移動速度が光の速度を超えてしまう。その場合は結果が Nan となってしまうので、出力欄に「実現できません」と表示するように工夫した。また「遠くの星」のページでは、候補星の距離の倍以上の数値を入力しないと、同様に移動速度が光の速度を超えてしまうため「実現できません」と出力するようにした。右側の肖像は (*a*) と同様の機能を持っている。

(c) の画面を図 16 に示す。

図 16: (c) の画面

(a)、(b) と同様に白抜きの部分にユーザが移動速度を入力し、火星・シリウスの 2 つの星があるので、行きたいほうをクリックすると、その選んだほうの星までを往復するアニメーションが始まる。下部に「地球での時間」、「ロケットでの時間」、「ロケットから見た地球の時計」、「地球からみたロケットの時計」とあるが、§2.6 の例でいうと、「地球での時間」は弟が自分の時計を見た時の時間、「ロケットでの時間」は兄が自分の時計を見た時間、「ロケットから見た地球の時計」は兄が弟の時計を見たとき時間、「地球から見たロケットの時計」は弟が兄の時計を見たときの時間に対応している。相手の時計を見る場合、通常は光の速度で時計の映像が見えるまでの時間考えなければならないが、時間経過のギャップを分かりやすく表示できるように、この場合は相手の時計を時間差なしで見ることができると仮定して時間を表示した。

4　結果

4.1　時間の遅れの実数値

物体の速度が光の速度に近づくほど、その物体の時間は著しく遅れることがわかった。しかし、私たちは実際にそのような速さで移動する手段を持っていない。現在のロケットの速度で秒速 $8km$(光の 0.02 %) 程度しかないのである。実際にどれくらいの時間のずれが生じるかを計算した。

- 飛行機 (時速 $1000km$) のパイロットが 1000 時間フライトすると、1.5×10^{-6}(約 100 万分の 1 秒) の時間が遅れが生じる。
- ロケットで月 (地球から約 $380,000km$) を往復すると、3.36×10^{-5}(約 10 万分の 1) 秒の時間の遅れが生じる。
- スペースステーション (高度 400km、秒速 $7.8km$ で地球の周回軌道上を運動している) で 1 年間滞在すると、1.1×10^{-2}（約 100 分の 1）秒の時間が遅れが生じる。

4.2　実際に可能な範囲の検証

§4.2 より現段階では、時間の遅れを体感できるほどの差が生じないことがわかった。時間の遅れを体感するためには、主に

(1) さらに高速の乗り物を開発する

(2) 長生きする

の 2 つ挙げることができるが、(1) については、文献 [??] の記事で紹介があった核融合を利用したロケットの実現に成功すれば、現在のロケットの 5 倍以上の速度を得られることができるので、土星を往復することで、100 日間で約 4 秒間遅れることが可能になる。(2) については、現在の長寿ギネス記録は 120 歳と 237 日である。仮に 120 歳と 237 日まで生きれる人が核融合を利用したロケットにのって、休む間もなく土星を往復し続けたとすると約 30 分の遅れが生じることになり、地球で記録をするときにギネス記録を 30 分更新することができるのである。

5　さいごに

本研究では、多くの人にアインシュタインが発表した「特殊相対性理論」を、身近に感じてもらい、より理解を深めてもらいたいという目的があった。私自身が文字ばかりの式に具体的な数値を入力することによって、方程式を身近に感じ理解できるという体験から、このようなアプリケーションを作成した。他にも具体的な数値を代入することで理解しやすくなる方程式があるだろうが、今回この「特殊相対性理論」を選んだ理由は、Flash8 を利用するにあたって、最大の特徴であるアニメーション機能を生かしたものを作成したかったので、宇宙旅行をテーマにしたものを作成した。作成していく中で、分かりやすく、使いやすいように作成していく

ことを重要視し、誰でも手軽に「特殊相対性理論」を学ぶことができるツールを開発することができた。

　このアプリケーションはWebで公開を予定しているので、日本中の人に使っていただけたら幸いである。

参考文献

[1] 水崎拓、よくわかる相対性理論の基本、秀和システム (2005)

[2] 佐藤勝彦、相対性理論、株式会社岩波書店 (1996)

[3] 理科年表 平成19年、丸善株式会社 (2006)

[4] 西日本新聞、未来高速宇宙船 核融合ロケット (2008.5)