

# 重力レンズ効果による写真の加工

大阪工業大学情報科学部情報ネットワーク学科  
N18071 日比野 穰里

2022年2月14日

# 目次

1	<b>序論</b>	3
1.1	はじめに . . . . .	3
1.2	本研究の目的 . . . . .	4
1.3	構成 . . . . .	4
2	<b>基本事項</b>	4
2.1	重力レンズ効果について . . . . .	4
2.2	ブラックホールについて . . . . .	5
2.3	ワームホールについて . . . . .	6
2.4	使用する画像ファイルの構造 . . . . .	6
3	<b>計算方法</b>	7
3.1	<i>Newton</i> の運動方程式 . . . . .	7
3.2	<i>Runge – Kutta</i> 法 . . . . .	8
3.3	プログラムテスト . . . . .	8
3.4	加法混色の計算 . . . . .	10
4	<b>写真の加工方法</b>	11
4.1	手順 . . . . .	11
4.2	対応表 . . . . .	11
4.3	対応表の作成 . . . . .	14
4.4	画像の加工 . . . . .	14
5	<b>加工結果</b>	15
5.1	使用する画像 . . . . .	15
5.2	ブラックホール . . . . .	17
5.3	ワームホール . . . . .	21
6	<b>結論</b>	25

# 1 序論

## 1.1 はじめに

重力による影響は大きいですが日常的にその影響について実感することはあまり多くない。地球上で生活する中では上から下にもものが落ちるというくらいだろう。それは地球上では影響を実感できるほどの重力を持つものがないからだろう。しかし、宇宙には地球に比べ非常に巨大な質量をもつ天体は多く存在し、それらは地球に向かって飛んで来る光に対しても大きな影響を与えている。

宇宙の観測では観測対象の天体の他にその周囲や観測地点との間の天体からの影響も考慮する必要がある。その中でも重力のもたらす影響は大きくそれぞれの天体をもつ重力により観測対象の天体の形が変化して観測されることもある。重力レンズ効果と呼ばれ、天体の重力の影響がレンズのような働きをする性質である。

2019年、*Event Horizon Telescope*(EHT)プロジェクトによってブラックホールの撮影の成功が発表され以下の画像が公開された [1]。中心のブラックホールがある場所は黒く、周りには明るくなっており重力レンズ効果の影響が見られる。



図1 EHTプロジェクトによって撮影されたM78銀河中心ブラックホール [1]

図1の撮影は8つの電波望遠鏡を超長基線電波干渉計という仕組みを用いて撮影された。世界中の望遠鏡を同期させ、地球自転を利用することで地球サイズの望遠鏡を作り出し観測を行った。

ブラックホールの周りに輝くガスなどの明るいものがあると光が抜け出すことのできないブラックホールは影のように観測ができる。EHTプロジェクトは観測されたデータから干渉データを再構築することによって、撮像ファイルを作成した。

この観測結果と歪んだ時空、超高温のガス、磁場などの影響を含めたシミュレーション結果を比較すると図1の画像はよく一致しており、ブラックホールの撮影の確信を得られるものだったと発表されている。

## 1.2 本研究の目的

本研究では、重力レンズ効果を普通の写真を加工することで、その影響がどのように表れるのかを説明し、実際のブラックホールの写真を再現できるかを確認する。

また、ブラックホールではなくワームホールの場合についても考察しブラックホールの写真と比較したときの違いについて確認を行う。

## 1.3 構成

本論文の構成は次の通りである。第2章では重力レンズ効果やブラックホール、ワームホールについての基礎知識について述べる。第3章では計算方法について述べる。第4章では写真を加工する際の加工方法や色についての基礎知識を述べる。第5章では実際に作成した画像について述べる。その後第6章で結論を述べる。

# 2 基本事項

この章では用語の説明をおこなう。

## 2.1 重力レンズ効果について

重力レンズ効果とは、天体の重力の影響により近くを通る光の経路が曲げられる現象である。

重力場の影響により光が湾曲した軌道を描くため、観測対象と観測者の間に重力場があったとき、対象は元の形から歪んだものが観測されることになる。歪む大きさは影響の元となる天体によって変化する。観測される形は一部が引き伸ばされたように見えるものや、リング状に見えるようになるもの、複数に分かれた別々の天体のように見えるものなど様々な形となって観測される。その中でもリング状に見えるものはアインシュタイン・リングと呼ばれる。重力レンズを引き起こす天体のほぼ真後ろに光源がある場合完全な円環の像ができる。[2]

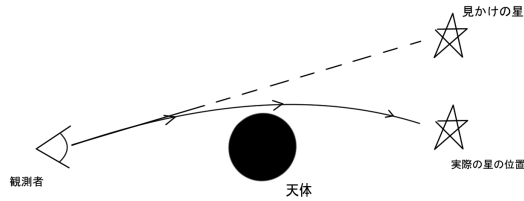


図2 重力レンズ効果

## 2.2 ブラックホールについて

ブラックホールは一般相対性理論が予言する天体で、その表面重力の強さのため、光すら外に出てくることができないような天体 [3] である。中に入ると抜け出すことができないため、姿を直接観測することができない。

ブラックホールにはいくつか種類があり、質量だけを持つシュバルツバルトブラックホール、質量と電荷を持つライスナー-ノルドストロームブラックホール、質量と角運動量を持つカーブラックホールなどある。これらのなかでシュバルツバルトブラックホールは帯電も回転もしていないブラックホールであるため、静的でな重力場として計算を行なうことができる。[4] 図3は *Mathematica* で作成したブラックホールの埋め込み図であ

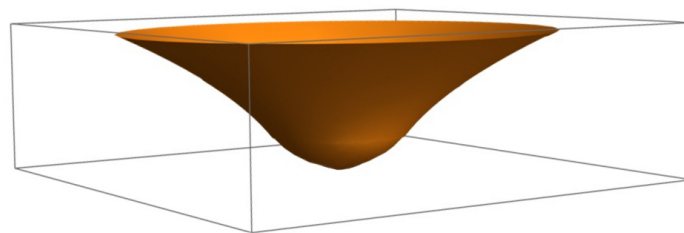


図3 ブラックホールの埋め込み図

る。*Schwarzschild* の外部解の計量から次元を落とし2次元面のゆがみを表し、そこに空間の歪みを表す変数を設定することで3次元の図にしている。縦軸は曲率の大きさ表している。

底に落ちていった光は向けだすことができずそのまま事象の地平線に吸い込まれてしまう。

## 2.3 ワームホールについて

時空にあると考えられるトンネルであり、現在まで発見、観測はされていない。ブラックホールのように物質を吸い込み、吸い込まれた物質はトンネル部分を回転しながら通り反対側に出る。もし反対側に光が入り、トンネルを通過して出てきたものを観測した場合、観測者の反対側の口からの景色を確認することができる。映画『インターステラー』の視覚効果を調査するチームではワームホールのトンネルの長さや光の進み方を変えることで見える像が2重3重に見えるなどパラメータの変化で像の見え方が変わることを発表している。[5] 図4は *Mathematica* で作成したワームホールの埋め込み図である。

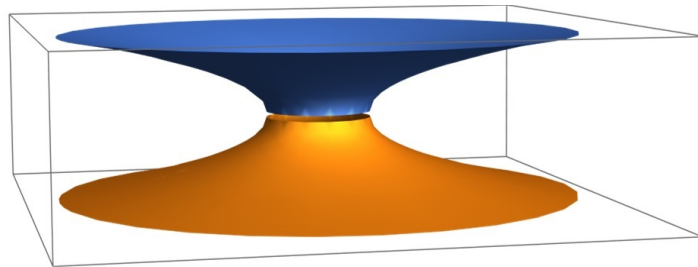


図4 ワームホールの埋め込み図

ブラックホールを事象の地平面で切り取ったものを2つ合わせている。ブラックホールとの大きな違いは光が吸収されるのではなく反対側が見えることである。

本研究ではワームホール内部での動きは2通りの可能性を考えた。詳しくは §5 で述べる。

## 2.4 使用する画像ファイルの構造

本研究で使用する画像ファイルはヘッダーに4行のデータの設定を追加して使用する。ヘッダーの内容は以下である。

- 1行目:画像の種類 (2値の白黒、モノクロ、RGBカラーそれぞれASCII形式もしくは Binary 形式かの6種類)
- 2行目:コメント行
- 3行目:画像の横 pixel と縦 pixel の数

- 4 行目:格納されるデータの最大値
- 以降は画像データの内容

本研究では画像の種類はバイナリ形式の RGB カラー画像を使用する。そのためデータの内容は RGB 順番に 0 から 255 の数値を表すデータが入っている。

### 3 計算方法

この章では万有引力と混色の計算の説明を行う。

#### 3.1 *Newton* の運動方程式

*Newton* の 3 法則の中で運動方程式は以下の第 2 法則からなる。

- 第 2 法則

物体に力  $F$  を及ぼすと、物体の質量  $m$  に反比例した加速度  $a$  が生じる。

質量  $M$  の天体から原点を固定し万有引力が働くとき、 $x_i = (x, y, z)$  の質量  $m$  の物体の運動方程式は以下ようになる。

$$m \frac{d^2 x_i}{dt^2} = -G \frac{Mm}{r^2} \frac{x_i}{r} \quad (1)$$

$G$  は万有引力定数、 $r$  は 2 物体間の距離である。

これは非相対論的力学での法則である。

式 (2) はこのままの 2 階微分方程式の形ではプログラムを組むことができないため 1 階微分方程式の形に変換する必要がある。 $v_i = (v_x, v_y, v_z)$  としたとき、

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i \quad (2)$$

$$m \frac{dv_i}{dt} = -G \frac{x_i m M}{r^3} \quad (3)$$

### 3.2 Runge – Kutta 法

本研究では運動方程式の計算に Runge – Kutta 法を用いる。常微分方程式の数値計算方法の一つである。Euler 法の要領で  $\Delta t$  ずつ進む時に何回か推測値を出してそれらの平均をとり計算精度をあげる方法である。

点  $(t_n, y_n)$  から  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$  において  $y_{n+1}$  の値を求める。今回はその中でも 4 次精度を用いて計算を行う。

$t$  を時間、 $\frac{dy}{dx} = f(t_n, y_n)$  を解くべき常微分方程式とし  $\Delta t$  を刻み幅とすると、 $y_{n+1}$  の値はそれぞれ以下ようになる。

$$\begin{aligned}k_1 &= \Delta t f(t_n, y_n) \\k_2 &= \Delta t f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_1\right) \\k_3 &= \Delta t f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{1}{2}k_2\right) \\k_4 &= \Delta t f(t_n + \Delta t, y_n + k_3)\end{aligned}$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4)$$

計算手順は以下の通りである。

1.  $k_1$  を  $t_n$  での微分量  $f(t_n)$  を用いて  $t_{n+1}$  での値を推測する。
2.  $k_2$  を  $t_n + \frac{\Delta t}{2}$  の位置で感数値が  $k_1$  の増減の半分だけだった場合の微分値  $f(t_n + \frac{\Delta x}{2}, y_n + \frac{\Delta y}{2})$  を用いて  $t_n$  からの増加分を推測する。
3.  $k_3, k_4$  も同様の推測を行う。
4. 4 回分の推測値もそれぞれ重みをつけて計算したものが数式 (4) となる。  
このとき加重平均を取ることで計算の誤差を抑えるようにしている。

### 3.3 プログラムテスト

実際に作成した Runge – Kutta 法のプログラムを使用し、Newton の運動方程式を計算できているかシミュレートし確認した。



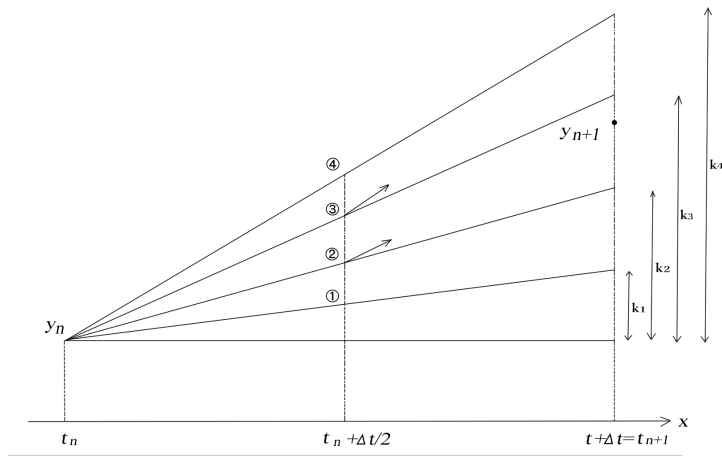


図5 Runge - Kutta 法

初期条件として座標  $(x, y) = (1.0, 0.0)$ 、速度  $(v_x, v_y) = (0.0, 1.0)$ 、 $G=1.0$  を設定し、 $(0,0)$  を中心に半径 1.0 の円運動を行うプログラムを作成した。

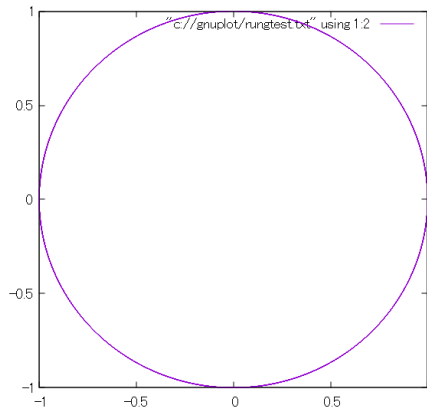


図6 テスト結果

円運動は正常に行われており、プログラムは正しいことがわかった。

### 3.4 加法混色の計算

加法混色とは赤・緑・青それぞれ R・G・B とし、それらを組み合わせて色を表現する方法である。RGB はそれぞれ 0 から 255 の段階で表され色を重ねていくと白に近づいていき、RGB すべてが最大になったときの色は白で表現される。

基とする色を  $c_1$ 、混ぜる色を  $c_2$ 、混色後の色を  $c_3$  として、加法混色での計算は以下である。

$$c_3 = c_1 + \frac{(c_2 - c_1) \times \text{アルファ値}}{255} \quad (5)$$

アルファ値とは透明度のことであり、RGB を除いたピクセルの付加情報である。0 から 255 で表され、0 で完全な透明になり、255 で完全な不透明状態となる。

本研究で利用する ppm のバイナリ形式のデータでは透明度 255 の完全な不透明として  
いる。

## 4 写真の加工方法

この章では加工のおおまかな手順について述べ、その後加工に使用する対応表、加工の方法について述べる。

### 4.1 手順

1. *Runge – Kutta* 法を用いて重力の影響を受けた粒子の進み方を計算し、変化の前と後での粒子の移動先の対応表を作成する。
2. 画像を読み込み、pixel の情報を得る。
3. 読み込んだ pixel は運動方程式を解いて作成した対応表を基にして pixel を操作し写真の加工を行う。
4. pixel の移動先によっては複数の色が混ざることがあるため混色の計算を行い、pixel の色を決定する。

これらはすべて C 言語を用いてプログラムを作成した。

### 4.2 対応表

仮想的な天体を設定し、光を粒子と置く。*Runge – Kutta* 法を使用し重力の影響を受けた粒子の動きを計算する。重力源に近い光はまっすぐ重力源に吸い込まれるか、渦巻状に回転しながら重力源に吸い込まれてしまう。また、遠く離れた光も少なからず影響を受け元の経路から曲げられてしまう。

縦軸方向に粒子を並べ、横軸方向に粒子を飛ばしていく。縦軸に並べる粒子は距離 500 から-500 の範囲で 20 ごとに粒子を配置し、横軸は距離 100 から-100 の範囲での変化を確認する。

(0,0) の位置に半径 10 の重力源があるとき、左側から右側を見るとき粒子の経路は以下の通りになる。

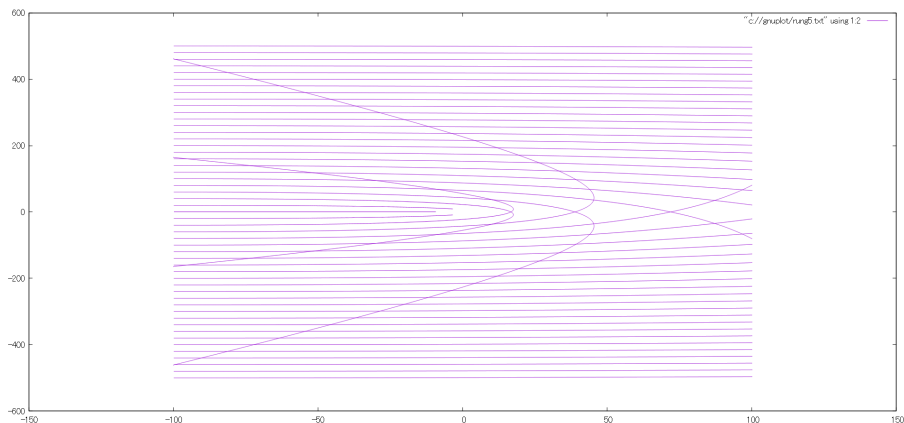


図7 質量  $M$  が 5000 での粒子の経路

また、図7から重力源の質量を1.8倍にした時の粒子の経路の図を作成した。

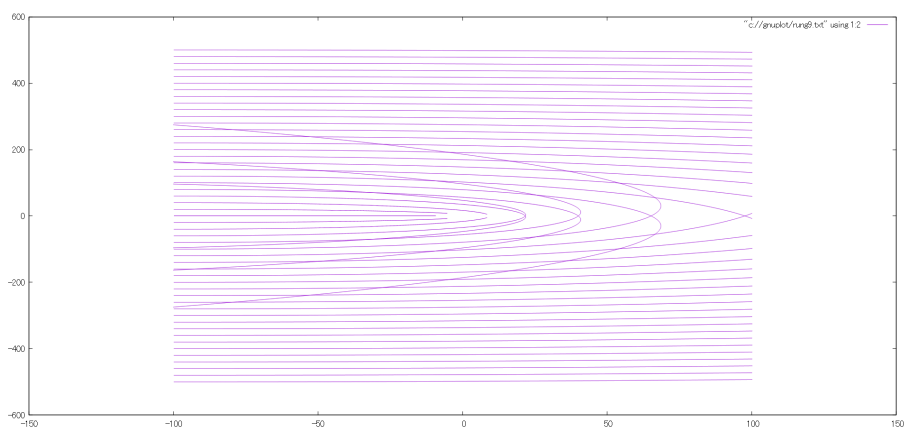


図8 質量  $M$  が 9000 での粒子の経路

実際に対応表として利用するものは図7、図8の縦軸の距離0から500の範囲のものを利用する。対応表は2列のテキストデータで構成しており、粒子の移動前と後の数値を記録している。

次に、図6,7での粒子の重なりを確認した。範囲は0から500の範囲を0.1ずつの絶対値での数を数えた。このとき粒子が離れたところに飛んでいく場合を-1、粒子がブラックホールに吸収される場合を-2としている。

図9,10から重力の影響で重力源に近い粒子は吸い込まれて消えてしまうか左側に戻って

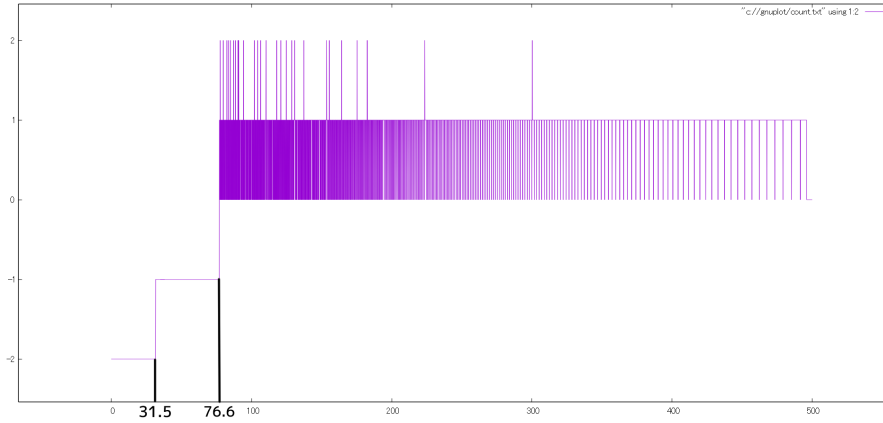


図9 図7の場合での重なりの数

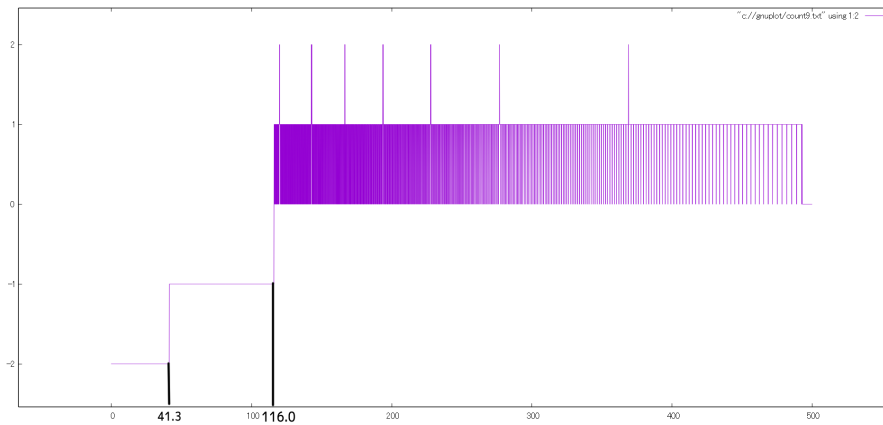


図10 図8の場合での重なりの数

しまうことが分かる。図9の場合ではブラックホールの見かけの大きさは実際の大きさ3.15倍に見えるようになっており、図10の場合では4.13倍に見えるようになっている。

0、1間での線の本数が多いほどゆがみが大きくなっており、詰まり方からブラックホールの中心に近づくにつれ粒子は移動しブラックホールの方に歪められていることがわかる。

また、ブラックホールをはさんで反対側からきた粒子と位置が被り、通常の2倍の数の粒子が集まっている場所がある。この場所では加法混色を用いて色を混ぜ合わせる。

### 4.3 対応表の作成

縦軸に粒子を 0 から 500 で 1 ずつ配置する。横軸は同様の-100 から 100 の範囲で-100 から粒子を飛ばした運動方程式を計算する。この計算でできた対応表を基に pixel の移動先を決め画像の加工を行う。重力の影響で重力源に近い光は吸い込まれて消えてしまうか左側に戻ってしまうことがわかっている。そのときの処理は加工した時に真っ暗な状態が出力されるようにしている。

### 4.4 画像の加工

RGB カラー画像ファイルは 1pixel は 3 つのデータで成り立っている。R、G、B それぞれのデータが順番に格納されており、それらのデータ内容を合わせて 1pixel 内の色を構成している。

画像の加工ではピクセルごとでの情報を保持したまま操作を行う。移動前と後の pixel の位置を示した対応表を基に入れ替えをおこなう。シュバルツシルトブラックホールは球対

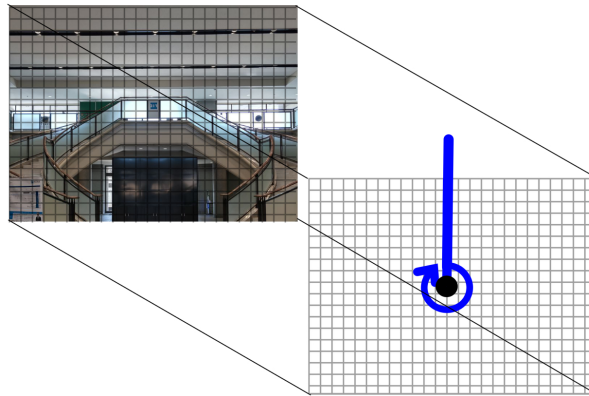


図 11 球対称の利用.jpg

称であるため、図 11 のように 1 本分の対応表を距離に応じて適用した。

## 5 加工結果

この章ではグリッド線の画像、2色の画像、写真の加工を行い結果の確認を行う。

### 5.1 使用する画像

この章では以下の画像を使用した。

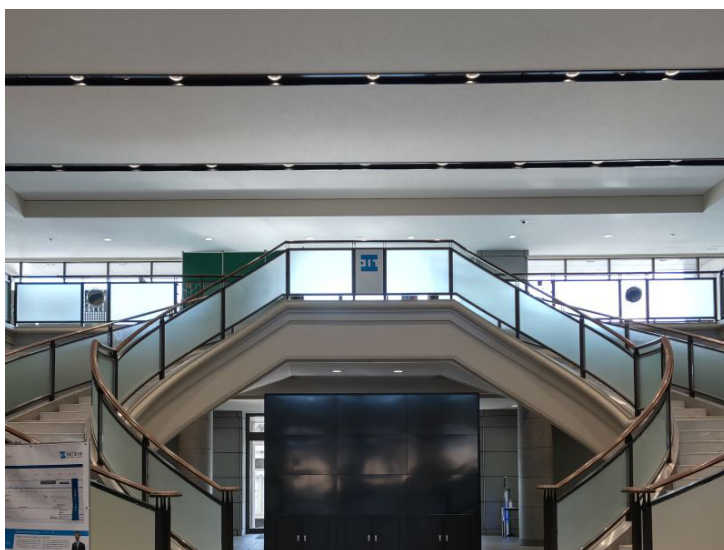


図 12 hall.jpg

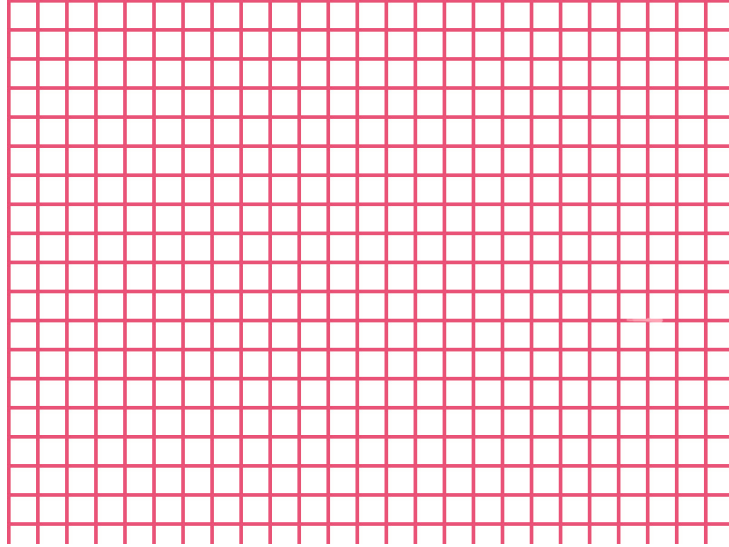


図 13 グリッド線

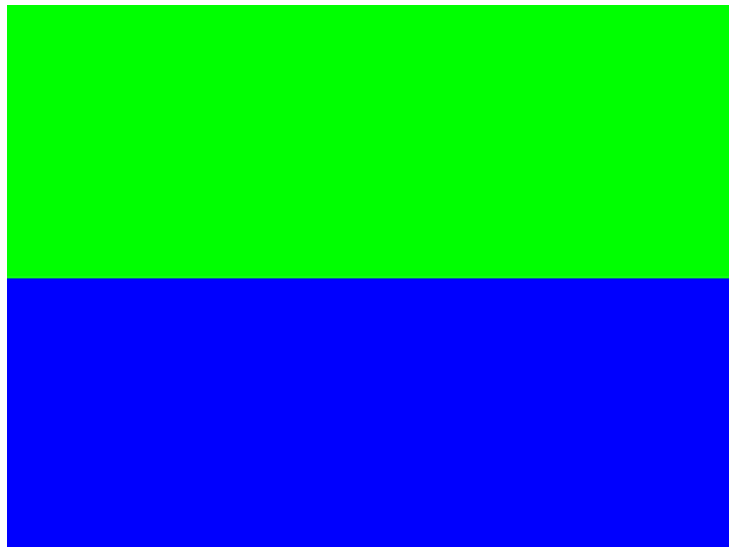


図 14  $(R,G,B)=(0,255,0)$  と  $(R,G,B)=(0,0,255)$  の 2 色



## 5.2 ブラックホール

歪みと色の変化の確認のため図 13 と図 14 の加工を行う。

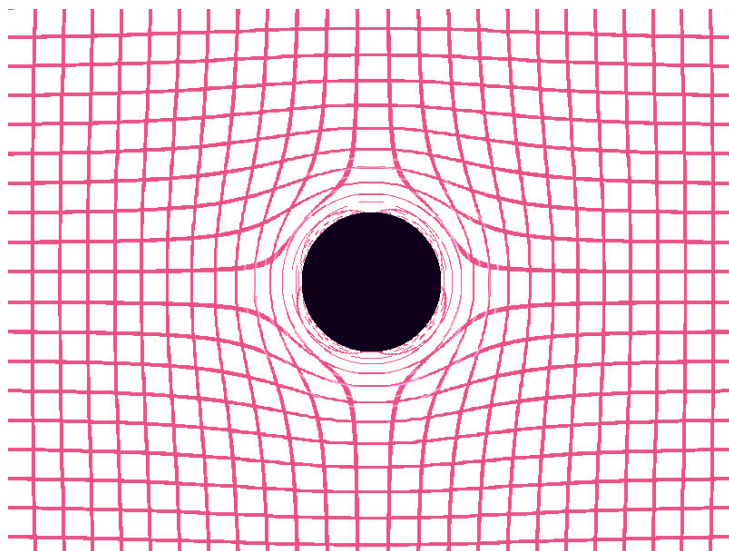


図 15 グリッド線の加工

図 15 はグリッド線の画像で重力レンズ効果を確認した。重力源から離れた場所では比較的四角の形を保っているが、近づくにつれ歪んでいっている。中心付近ではほとんど形は崩れており、つぶれたようになっている。

図 16 では 2 色の画像で混色の確認をした。ブラックホールの周りにリングが何本か確認ができる。そのため画像処理ソフト *GIMP* を用いて色を確認をおこない加法混色の確認を行った。

図 17 からリングは加法混色によって  $(R,G,B)=(0,255,255)$  となっていることがわかる。

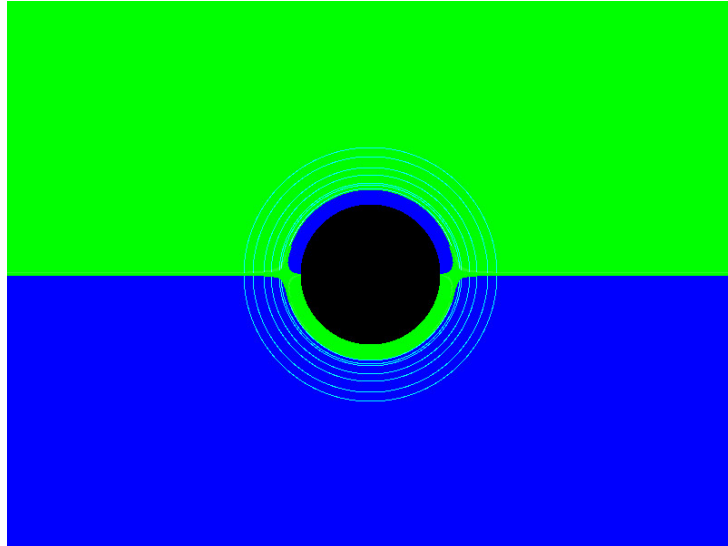


図 16 2色の画像の変換

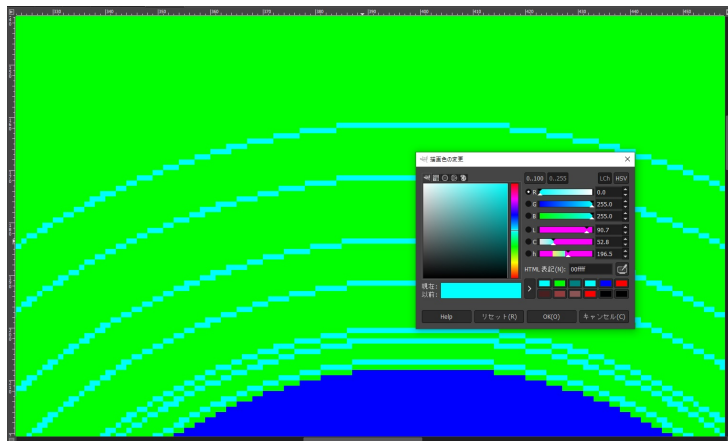


図 17 GIMPによる色の確認

画像の中央に重力源を設定したときの画像の加工を行った。



図 18 加工後の画像

重力源の中心に近い画像中央付近は大きく歪み、中心から離れるほど歪みは小さくなっている。黒の円の縁では重力源の中心を挟んだ対角側の物体が確認でき、重力レンズ効果の影響で大きく光の経路が変わった箇所があることがわかる。また、重力源のまわりにはいくつかのリングを確認できる。これらは重力源を挟んだ反対側で元々存在した色と混ざることによって発生した円である。

本研究では他の場所の 2 倍の粒子が届き混色が行われている。



図 19 質量を増やした場合

ブラックホールの質量を 1.8 倍に増やした場合、図 19 のように黒い円は大きくなり周囲の歪みも大きくなっており、周囲のリングはより近く、数は減少していることがわかる。そのため図 18 の場合よりも明るくみえる範囲と量は減少している。

この結果は前章での図 9, 図 10 での結果と一致している。

図 18 と図 19 を比較したときの見かけの大きさの変化は質量が増えたことでより多くの粒子が離れた場所に飛んで行ったことが原因と考えられる。本研究では正面のみの画像を基に作成したため通常よりも多く黒くなる空間ができている。

### 5.3 ワームホール

次にワームホールである場合の画像の作成を行う。  
本研究ではワームホールの内部での光の経路を以下の2通りに設定する。

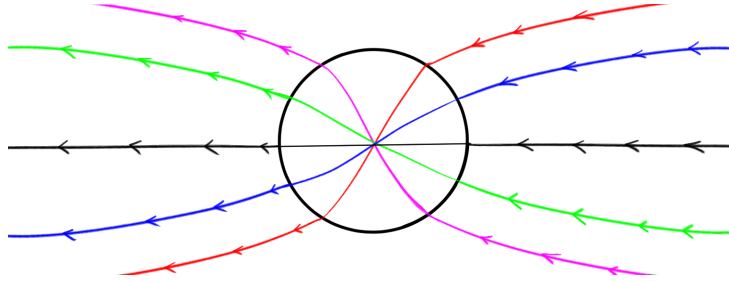


図 20 内部で交差する場合

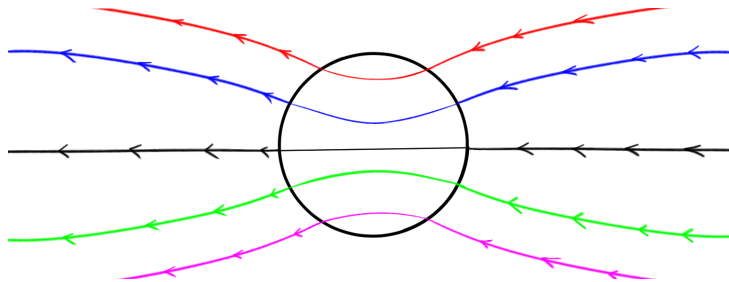


図 21 交差せずそのままの場合

図 20 はワームホール内部で光の経路が交差すると仮定する、図 21 はワームホール内部で光の経路は交差しないと仮定した。  
内部で交差する場合は見える光景は上下左右反転したもの、交差しない場合は回転はなくほぼそのままの光景がみえると考えられる。

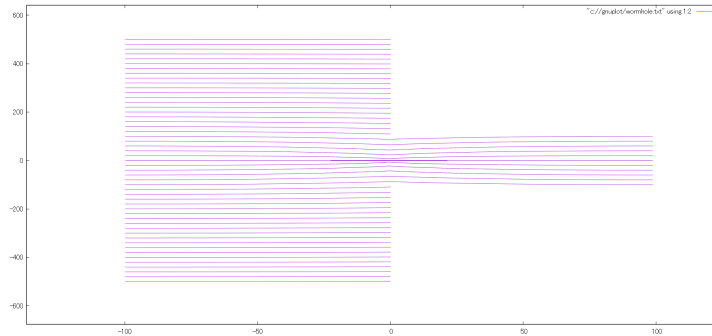


図 22 ワームホールでの粒子の経路

図 22 はワームホールでの粒子の経路である。ブラックホールと同じように左側から右に粒子を飛ばした。

ワームホール外部での粒子の動きはブラックホールと同様の操作を行う。

ワームホール内部での動きはブラックホールでは吸い込まれていた範囲の粒子を重力源の場所まで運動方程式で計算を行い、ワームホールの中に見えるワームホールの反対側の光景を映している。交差する場合は反転したものを映している。

交差する場合でのグリッド線の画像の加工を行う。

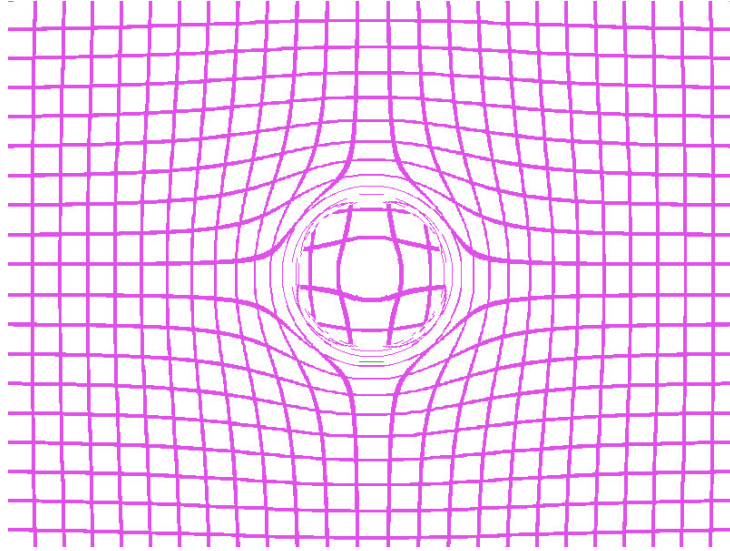


図 23 グリッド線

外部はブラックホールのとおりとあまり変わらないが、内部は黒い状態ではなく歪んだ元の画像を確認することができる。

写真を用いて作成した画像は以下である。

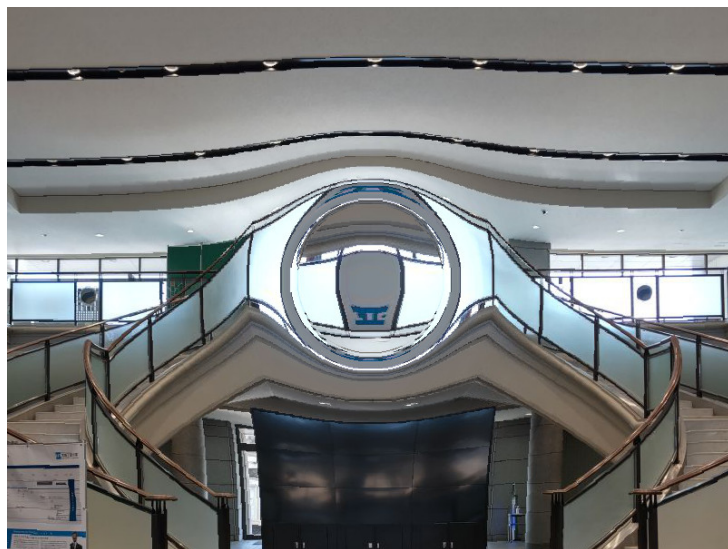


図 24 交差させた場合

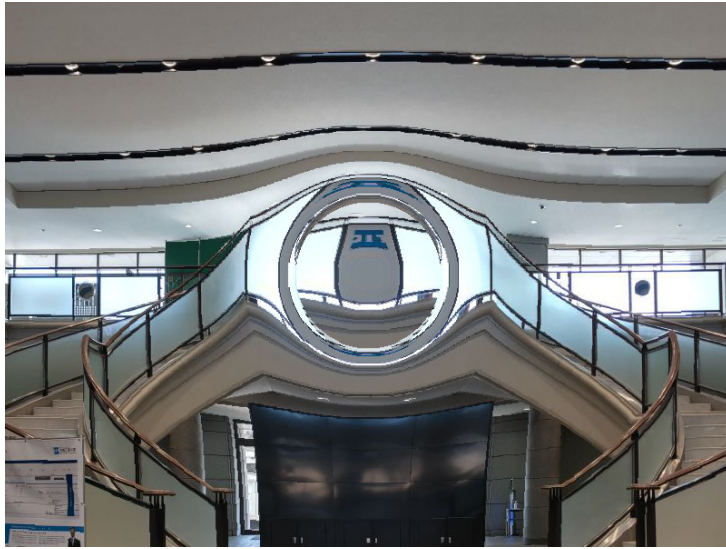


図 25 交差せずそのままの場合

グリッド線と同様にブラックホールのときには黒くなっていた部分は反対側が見えるようになっている。



## 6 結論

ブラックホールは光が吸収されることにより中心に近い場所が見えなくなりその大きさはブラックホールの質量によって変化し、範囲はブラックホールの半径から3倍以上になることがわかった。また、中心に近い光が歪められることから暗くなる場所の周りには図1の撮影されたブラックホールと似た光の集まる場所が発生し、本研究では2倍のピクセルが集まることで他の場所と比較したときに明るくなることがわかった。そのため単純な光のみの場合は2倍の増光になっていると考えられる。

ワームホールは外側の変化はブラックホールと大きな違いはないが、内部には反対側の光景を見ることができ、ブラックホールのように光が吸収され切って何も見えないようにはならないことがわかった。また、内部の光の動きによって見える光景は大きく変えられることがわかった。

## 参考文献

- [1] 史上初、ブラックホールの撮影に成功ー地球サイズの電波望遠鏡で、楕円銀河 M87 に潜む巨大ブラックホールに迫る  
<https://www.nao.ac.jp/news/science/2019/20190410-eh.html> (2022/02/01 閲覧)
- [2] 天文学辞典 <https://astro-dic.jp/> (2022/02/01 閲覧)
- [3] 三省堂新物理小辞典, 松田拓也監修, 三省堂 (2009 年)
- [4] 場の古典論-電気力学、特殊および一般相対性理論-, ランダウ, リフシッツ 著, 恒藤敏彦, 広重徹 訳, 東京図書株式会社 (2005 年)
- [5] Visualizing Interstellar's Wormhole,  
Oliver James, Eugenie von Tunzelmann, Paul Franklin, Kip S. Thorne,  
American Journal of Physics 83, 486 (2015); doi: 10.1119/1.4916949