

確率・統計 (IJ3 年) 期末試験 案 ver.20071214 真貝

【重要】 答えは、別紙の答案用紙に記入すること。

解答順は自由とするが、答案用紙には、どの問題か分かるように記載すること。

答案には、答えだけでなく、導出の過程も記すこと。導出の過程にも配点がある。

必要に応じて正規分布表を用いてよい。次の公式を既知とする。 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$

成績評価「3」の合格判定に用いる問題は、1, 2, 3, 6 である。

問題用紙は回収しない。各自、持ち帰り、最終授業日に持参すること。

1. A,B,C の 3 人は、毎朝 X,Y,Z の 3 つのバスのいずれかに乗車する。過去の経験から各自がどのバスに乗るかは、表のようになることが分かっている。同じバスに乗車したら必ず出会うものとして、以下の問いに答えよ。(20 点)

(1) A,B,C の 3 人がバス X で出会う確率はいくらか。

(2) 少なくとも 2 人がバス X で出会う確率はいくらか。

(3) A が 2 日続けて同じバスに乗車する確率はいくらか。

(4) A と B が 2 日続けて出会う確率はいくらか。

| | X | Y | Z |
|---|-----|-----|-----|
| A | 2/3 | 1/6 | 1/6 |
| B | 1/2 | 1/3 | 1/6 |
| C | 1/4 | 1/4 | 1/2 |

2. 0, 1 という 2 つの信号をそれぞれ確率 0.4, 0.6 で送る装置がある。送信信号が 0 であると、受信側で正しく 0 と受け取る確率が 0.8, 誤って 1 と受け取る確率が 0.2 である。また、送信信号が 1 であると、受信側で正しく 1 と受け取る確率が 0.9, 誤って 0 と受け取る確率が 0.1 である。この場合、「0 と受信したとき、送信信号が実際に 0 である確率」を求めよ (20 点)

3. あるマークシート形式の問題には 4 つの答の選択肢があり、正答は 1 つである。問題が難しかったので、10 人の受験生全員が無作為に答えた。(20 点)

(1) 正解者が少なくとも 2 人いる確率は約何%か。 $3^{10} = 59049$, $4^{10} = 1048576$ を用いてよい。

(2) この問題は 10 点だとする。理論上、平均点は何点か。

(3) 同様、分散はいくつか。

4. 正規分布と標準正規分布について、次の問いに答えよ。(30 点)

(1) 正規分布の確率密度関数 $f(x)$ を式と概形で示せ。ただし、確率変数を x , 分布の平均値 (期待値) を μ , 分散を σ^2 とする。

(2) 標準正規分布の確率変数を z とする。 x から z への変換式を示せ。

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ を示せ。

(4) 偏差値の定義について説明せよ。また、母集団 10000 人のとき、上位から 2500 位の人の偏差値はいくらか。

5. 推定と検定について、次の問いに答えよ。(20 点)

(1) 区間推定について説明せよ。「母集団」「標本」「信頼度」「信頼区間」の 4 語を含むこと。

(2) 検定の手順について説明せよ。「対立仮説」「帰無仮説」「有意水準」の 3 語を含むこと。

(3) A と B の 2 人が、将棋を 10 回指して、A が 8 勝以上した場合、A の方が優れた棋士だと言えるだろうか。有意水準 1% で検定せよ。 $2^{10} = 1024$ を用いてよい。

6. 条件付確率の計算から期待値を求める問題を作り、解答例を示せ (10 点)