# 宇宙物理研究室

# 準光速ロケット旅行の時間の遅れ（ウラシマ効果のシミュレーション）

特殊相対論によれば、時間の進み方は観測者によって異なる。
光速に近いロケットで旅行する人の時間の遅れを計算をした。（橘 克博）

## 時間のパラドックス

２つの座標系ｘ系とｘ’系の原点にそれぞれ固定された２つの時計ＣとＣ’について考え、ｔ＝ｔ’=0で同じ位置にあり、時計はゼロにセットする。

時計Ｃ’はｘ系では速度ｖでｘ方向に運動しているので、時刻Ｔでの座標値を（ｃｔ，ｘ）＝（ｃT, ｖT）である。ｘ’系ではＣ’は原点で静止しているので座標値は（ｃｔ’，ｘ‘）＝（ｃτ，０）であり、ローレンツ変換によると

$$\tau=\sqrt{1-(v/c)^2}\cdot T$$

ｘ’系では時計がτという時刻で示しているが、ｘ系ではすでにＴという時刻が刻まれている。つまり、観測者に対して運動している時計は遅れて見える。

## 時間のパラドックス

ｘ系とｘ’系の座標系を原点で重ねて図で表すと図１の座標系のようにｘ’系が曲がってしまう

ｘ系での時間Ｐ点では時刻はｃＴであるがｘ’系での時間はＰ点であるがｘ系での時刻はｘ’系でのｘ’に平行な点ｃＴ’になる

しかし、ｘ’系を固定して考えるとｘ系が運動しているように考えることができるので、時間のパラドックスということが起きる

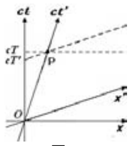


図 1

この主張はどちらも正しい！！

## 双子のパラドックス

双子の一方である太郎が地球に留まり、もう一方の次郎がロケットに乗って宇宙旅行に出かける

図２は静止している座標系ｘ系が太郎の座標系で、次郎の座標系は、星Ｐに行く座標系がｘ’系で、星Ｐまで行き太郎の星まで次郎が帰ってくる座標系がｘ’’系である

太郎は時間がＯＱへそのまま過ぎていく

次郎はｘ’系で進むので原点からＰ点へ、そして帰るＱ点へ戻る

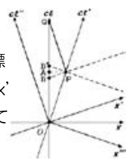


図 2

## 双子のパラドックス

時間のパラドックスのように太郎も次郎も相手が遅れているように見え、どちらの主張も正しいように思えるが実際はそんなことにはならない

それはなぜだろうか？ ➡ 一方の座標系が加速度運動しているからである

この双子のパラドックスは座標系が加速度運動しているので実際は次郎のほうが時間の進み具合が遅いので若い

どれくらい若いのかはロケットの加速度運動している状態を細かく分割し、等速運動している状態も分割し、これらを積分することによって時間の遅れが計算できる

## 問題設定

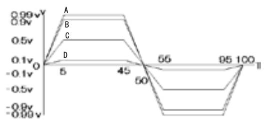
双子の一方である太郎が地球に残り、もう一方である次郎がロケットに乗り、太郎の時間５０年である星まで行き、また太郎の時間５０年で地球に戻ってくる

このとき太郎と次郎の時間の流れの差はどれくらいになっているのだろう

ただし、ロケットが出発する時と止まる時は加速度運動を行なっていて、そのほかは等速運動で移動している


$$\int d\tau=\int_0^5\sqrt{0.18t}\,dt+\int_5^{45}dt+\int_{45}^{50}\sqrt{0.18t}\,dt$$
$$+\int_{50}^{55}\sqrt{0.18t}\,dt+\int_{55}^{95}dt+\int_{95}^{100}\sqrt{0.18t}\,dt$$

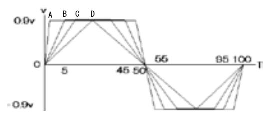
## 最高速度の変化



ロケットの速度：ｖ
太郎の年齢　：Ｔ

| 最高速度 | 次郎の年数 |
|---|---|
| Ａ（０．９９ｃ） | 30.9年 |
| Ｂ（０．９ｃ） | 54.6年 |
| Ｃ（０．５ｃ） | 89.2年 |
| Ｄ（０．１ｃ） | 99.6年 |

## 最高速度に達するまで年数の変化



ロケットの速度：ｖ
太郎の年齢　：Ｔ

| 加速度の年数 | 次郎の年数 |
|---|---|
| Ａ（１年） | 43.6年 |
| Ｂ（５年） | 54.6年 |
| Ｃ（１０年） | 66.0年 |
| Ｄ（２５年） | 99.9年 |

2006/11/3 北山祭