宇宙物理・数理科学研究室　Astrophysics & Mathematical Sciences

ブラックホール周りの光の軌道

卒業研究中間報告　B17-009　井上　翔太

目的

- 2019年,銀河の中心にあるブラックホールがイベント・ホライズン・テレスコープにより撮影されたが,それは本当にブラックホールなのか,ワームホールなど未知の体である可能性も指摘されているのでそれを検証する.

- ブラックホールやワームホールなど重力による空間の歪みを求め,そこでの光の軌道を計算する.

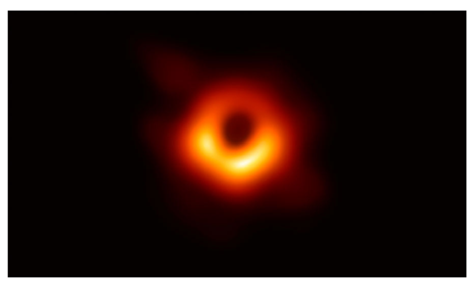

図1．撮影されたブラックホール　(出典:国立天文台のページより)

EHTの撮像を説明するモデル

- ブラックホールの周りでは,ブラックホールに吸い込まれる光と,吸い込まれはしないが軌道が変わる光などがある.

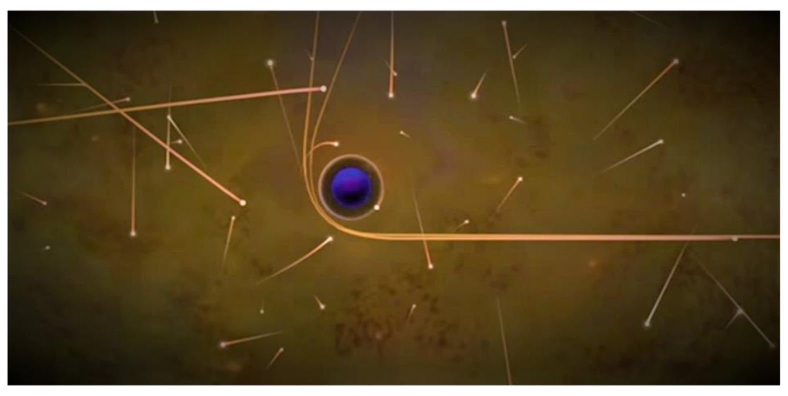

図2．光の軌道イメージ (出典: 国立天文台のページより)

①ブラックホールのモデル(位置エネルギーの計算)その２

・重力ポテンシャルΦを求める式

1. $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\phi(x,y)=S(x,y)$
2. $-10 \leqq \chi \leqq 10$,　$-10 \leqq y \leqq 10$

・質量分布

3. 質量$S(\chi,y)=\begin{cases}1.0 & (x^2+y^2 \leqq 1)\\ 0.0 & else\end{cases}$

　１を２,３の条件で解き差分法を用いてことでトランポリンモデルを作成する.

①ブラックホールのモデル(位置エネルギーの計算)その４

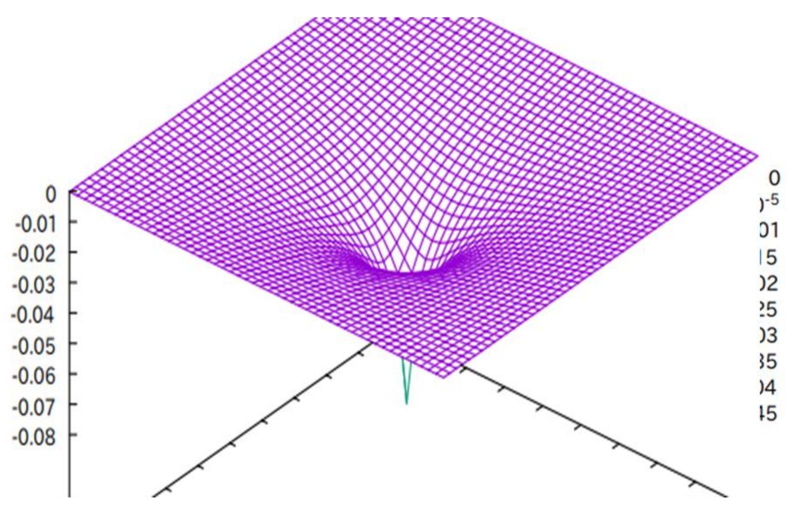

図3．原点に質量M=1000を置いたときの重力ポテンシャル

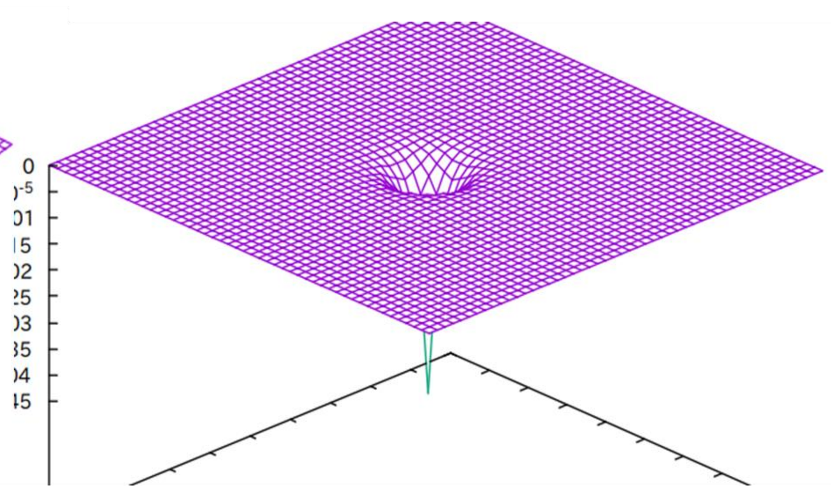

図4．原点に質量M=10を置いたときの重力ポテンシャル

②光の軌道その2

- 4次ルンゲクッタ法

$$k_1=hf(x_i,\ y_i)$$
$$k_2=hf\left(x_i+\frac{h}{2},\ y_i+\frac{k_1}{2}\right)$$
$$k_3=hf\left(x_i+\frac{h}{2},\ y_i+\frac{k_2}{2}\right)$$
$$k_4=hf(x_i+h,\ y_i+k_3)$$

$$y_{i+1}=y_i+\frac{1}{6}(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$$

光が吸い込まれる理由

- アインシュタインの一般相対性理論では,質量をもつ物体があるとその場所の時空は質量分布に応じて歪む.

- ブラックホールはとても大きな重力をもっているため,底なしの井戸のように無限に深い穴ができたように時空が歪む.

光はブラックホールの時空の歪みによって吸い込まれている

①ブラックホールのモデル(位置エネルギーの計算)

- 一般相対性理論では,空間は弾性力があり,ものがのると歪む.

トランポリンのタワミのモデルを作成し,真ん中にのる重りの量を調節するとブラックホールの時空間モデルができる.

①ブラックホールのモデル(位置エネルギーの計算)その3

$(x,\ y)$面で$\Delta x,\ \Delta y$の幅で区切られた格子を,各格子点で$\phi(x,y)=\phi_{i,j}$の値を持たせる.Taylor展開により得られた式の和と差を計算し,何度もアップデートさせ,その値が収束するまで繰り返す.

1. $\phi_{i+1.j}=\phi_{i,j}+\left(\frac{\partial}{\partial x}\phi_{i,j}\right)\Delta x+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi_{i,j}\right)(\Delta x)^2+\cdots\cdot$
2. $\phi_{i-1.j}=\phi_{i,j}-\left(\frac{\partial}{\partial x}\phi_{i,j}\right)\Delta x+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi_{i,j}\right)(\Delta x)^2+\cdots\cdot$

1, 2 の和や積から3が導かれる.

3. $\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi_{i,j}=\frac{\phi_{i+1,j}+\phi_{i-1,j}-2\phi_{i,j}}{(\Delta x)^2}$

②光の軌道

- 重力ポテンシャル$\phi(x,y)$が与えられたときの粒子の運動方程式

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2}=-\dfrac{\partial\phi}{\partial x}\\ m\dfrac{d^2y}{dt^2}=-\dfrac{\partial\phi}{\partial y}\end{cases}$$

を4次ルンゲクッタ法を用いて解く.

今後の指標

- 重力ポテンシャル$\phi(x,y)$のもとで粒子の運動を解く.

- トランポリン上に物体を配置しその軌道のデータを集め,実際に観測されたものと比べる.

- ブラックホールやワームホールなどについて$\phi(x,y)$をモデル化する.

- 多数の粒子の運動を描き,遠方からのみえかたの違いを比べる.