

相対性理論とGPS / ワームホールと情報パラドックス

情報ゼミ生（3年次）文献紹介レポート

相対性理論とGPS

情報システム学科 重田将幸

相対性理論とGPS

GPSのしくみ

・GPS (Global Positioning System) は、12時間で地球を1周する人工衛星 (GPS衛星) が送信する原子時計の時刻情報を用いて、3次元的な位置 (緯度、経度、高度) を決定するもの。



出典: [https://linkit.access-company.com/wp-content/uploads/2021/02/144_01.png]

相対性理論とGPS



- ・特殊相対性理論によると、観測者に対して運動している時計の進み方は遅くなる。
- ・一般相対性理論によると、観測者のいるところより重力が強いところにある時計の進み方も遅くなる。
- ・GPS衛星に積まれている原子時計の進み方と地表に固定されている時計の進み方との間に「ずれ」が生じる。よってGPSはこの「ずれ」を考慮して考えなければならない。

出典: [https://hugkum.sho.jp/wp-content/uploads/2022/12/4612648_s.jpg]

運動による時間の遅れ (特殊相対性理論)

・運動による時間の遅れ

$$\Delta t = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Delta t_0$$

・地表での時間の遅れ

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T} \approx 464 \text{ m/s}$$

・静止系からの差

$$\Delta t_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2} \times 1 - 1 \approx -0.1198 \times 10^{-11} \text{ s}$$

・1日当たりの地表の時計とGPS衛星の時計との時間差

$$8.35 \times 10^{-11} \text{ m/s} \times 3600 \times 24 = 7.2 \times 10^{-6} \text{ s 遅くなる}$$

・GPS衛星での時間の遅れ

$$m \frac{v_1^2}{R+H} = G \frac{Mm}{(R+H)^2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R+H}}$$

・GPS衛星の速度

$$v_1 \approx 3874 \text{ m/s}$$

・静止系からの差

$$\Delta t_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{v_1}{c}\right)^2} \times 1 - 1 \approx -8.348 \times 10^{-11} \text{ m/s}$$

重力による時間の遅れ (一般相対性理論)

・シュヴァルツシルト解

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

・地表での時間の遅れ

$$\Delta t_0 - 1 = \sqrt{1 - \frac{2GM}{Rc^2}} \times 1 - 1 \approx -6.95 \times 10^{-10} \text{ s}$$

・GPS衛星での時間の遅れ

$$\Delta t_1 - 1 = \sqrt{1 - \frac{2GM}{(R_0 + H)c^2}} \times 1 - 1 \approx -1.67 \times 10^{-10} \text{ s}$$

・1日当たりの地表の時計とGPS衛星の時計との時間差

$$5.28 \times 10^{-10} \times 3600 \times 24 = 45.63 \times 10^{-6} \text{ s 早くなる}$$

・よって重力による時間の遅れの方が影響が大きく、 $38.4 \times 10^{-6} \text{ s}$ GPS衛星の時計が遅くなる。⇒ 距離にして1日当たり約11kmのずれ!

参考文献

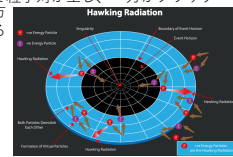
- ・高橋真聡 『相対性理論が分かる 天才アインシュタインの考え方に迫る』 技術評論社
- ・ニュートン別冊 『相対性理論と時空の化学 時間とは何か? 空間とは何か?』 ニュートンムック
- ・真貝寿明・林正人・鳥居隆 『一歩進んだ物理の理解 3』 朝倉書店

ワームホールと情報パラドックス

情報システム学科 大川拓也

ブラックホールは蒸発する? (1975年)

・ホーキング放射
 ホーキング博士によって予測されたブラックホールからの放射でブラックホール周辺の量子効果の研究中に発見
 ブラックホールの境界線上で粒子対が生じ、一方がブラックホールに取り込まれ、もう一方が放出される。この放出される粒子がホーキング放射である。
 反粒子がブラックホール側の粒子とぶつかり、ブラックホールは最終的に蒸発する。



https://sora.info/astrophysics/20230527-hawking-radiation.html

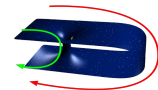
情報パラドックスとは

- ・物質がブラックホールに吸い込まれた際、その物質の持つ情報はどこに行くのか。消失するのか、それとも保存されるのか。
- ・ブラックホールが蒸発するのなら情報が消失することになる。

⇒量子力学では情報は保存されなければならない!!

アフメッドらのアイランド仮説(2019年)

・2つのブラックホールがワームホールを通じてつながっているという仮説が提唱された。
 ・ワームホールとは時空間の異なる二点をつなぐトンネルのような構造。1935年に提唱された特異点を取り除くアイデアの1つ
 ・通常、2つのブラックホールをつなぐワームホールの生成確率は無視できるほどに小さいが、ホーキング放射を考慮して経路積分を実行すれば、この放射がワームホールの生成確率を高めることがわかった。



https://ja.wikipedia.org/wiki/ワームホール

現在の課題と可能性

問題点

- ・アイランド仮説は、ホーキング放射の一部に対応づけながら、ホーキング放射の具体的な測定値に関する決定的な予言を与えていない。

解説文から考えたこと

- ・ワームホールの存在を証明するための方法論
 もし、ワームホールの存在が証明できれば、私たちの宇宙に対する理解が深まったり、アニメや映画のようなワープも可能になるかもしれない。

参考文献

- ・日経サイエンス 2022年12月号 p.34-p.36
 原題名 Paradox Resolved (SCIENTIFIC AMERICAN September 2022)
 訳 熊谷恰美 監修 後藤郁夏人
- ・日経サイエンス 2022年12月号 p.40-p.46
 原題名 Black Holes, Wormholes and Entanglement (SCIENTIFIC AMERICAN September 2022)
 著者 Ahmed Almheiri
 訳 吉田大介 白水徹也