Date . . No.

raw data

↓

バンドパスフィルタ 10〜500Hz

↓

1024個ずつ

↓

ハミング窓関数

↓

FFT.

↓

平均値.

Date . . No.

$W = 2\pi f$ $T =$ サンプリング周期

wT

z変換 → $z = e^{-jwT_s}$ を代入するとシステム関数

$H(z) \to H(w)$

振幅特性、位相特性を調べることができる

差分方程式

|

z変換

↓

$\frac{Y}{X} = H = \frac{0.1}{1-0.9z^{-1}} \times$

$Y - 0.9z^{-1}Y = 0.1X$

~~$Y = 0.1X + 0.9Yz^{-1}$~~

$H = \frac{V}{X} \cdot \frac{Y}{V} \to 0.1$

$\frac{V}{X} = \frac{0.1}{1-0.9z^{-1}}$ $\frac{Y}{V} = 0.1$

$V - 0.9z^{-1}V = X$

$V = X + 0.9z^{-1}V$

$\omega = 2\pi f$
$= \frac{2\pi}{T}$.

Date . . No.

$T_s = \frac{1}{1024}$ (s)

s→z 変換 : 双一次変換

- バンドパスフィルタ. 10〜500 Hz.
- サンプリング 1024 Hz

仕様→ 設計 → 双一次変換→ 完了.
- 次数
- ωの変換

`.7.13.

IIRフィルタを設計する.

・双1次変換による設計.

s平面 → p平面 → 標準z変換

$$s = \frac{2}{T}\tanh\left(\frac{pT}{2}\right) \qquad z = e^{pT}$$

$$s = \frac{2}{T}\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

(P149. 5.67式).

但し周波数が高くなると、プロトタイプのアナログフィルタと

z変換で得られるディジタルフィルタで周波数特性に関する

非線形性が生じる.
ひずみ

prewarping

あらかじめ希望の値になるように変換しておく.(プリワーピング)

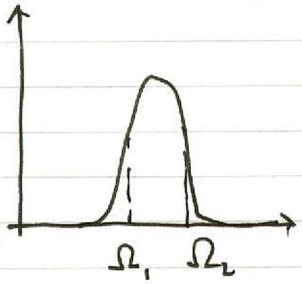
$$\omega_A = \frac{2}{T_s}\tan\left(\frac{\omega_D T_s}{2}\right)$$

アナログ　　　　ディジタル

z領域での直接設計（デジタルフィルタの設計）

低域フィルタから他へフィルタへ変換することができる。

たとえば帯域通過にしたい場合



$$z^{-1} \to -\frac{z^{-2} - \frac{2\alpha k}{k+1} z^{-1} + \frac{k-1}{k+1}}{\frac{k-1}{k+1} z^{-2} - \frac{2\alpha k}{k+1} z^{-1} + 1}$$

$$\alpha = \frac{\cos\left(\frac{\Omega_2 + \Omega_1}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2}\right)}$$

$$k = \cot\left(\frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\Omega_0}{2}\right).$$

Ω_0: 低域フィルタの遮断周波数

$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

2.09　1,227　$10\log\left(\frac{0}{1}\right)$

Date . . No.

1024Hzのサンプリングで　400Hz以下で −1dB
~~400~~ 450Hz以上で −15dB

となるバタワースフィルタ

サンプリング 1Hzとして正規化　2.09

パスバンド　$\omega_{dp} = 2\pi\frac{400}{1024} = 0.78125\pi$

カットバンド　$\omega_{ds} = 2\pi\frac{\cancel{400}\ 450}{1024} = 0.87890625\pi$

$W_{ap} = \frac{2}{1}\tan\left(\frac{\omega_{dp}}{2}\right) = 5.3896\ \cancel{14.3}\ \cancel{45}\ 3.40\ 15.41$

$W_{as} = \frac{2}{1}\tan\left(\frac{\omega_{ds}}{2}\right) =$

バターワースフィルタの振幅特性は

$M = 1/\sqrt{1+W^{2N}}$

デシベル表示では

$M(dB) = 20\log M = -10\log(1+W^{2N})$

パスバンド条件より

$-10\log\left(1+\left(\frac{W_{ap}}{W_{ac}}\right)^{2N}\right) < -1$

$-10\log\left(1+\left(\frac{W_{as}}{W_{ac}}\right)^{2N}\right)^{10} < -15$

Date　　.　　.　　No.

第2章23と

$$10\log\left(1+\left(\frac{W_{ap}}{W_{ac}}\right)^{2N}\right)=1$$

$$1+\left(\frac{W_{ap}}{W_{ac}}\right)^{2N}=10^{0.1}$$

$$\left(\frac{W_{ap}}{W_{ac}}\right)^{2N}=10^{0.1}-1$$

$$2N\log\frac{W_{ap}}{W_{ac}}=\log(10^{0.1}-1)$$

$$2N(\log W_{ap}-\log W_{ac})=\log(10^{0.1}-1)\quad -①$$

同様に

$$2N(\log W_{as}-\log W_{ac})=\log(10^{1.5}-1)\quad -②$$

①-②より

$$2N(\log W_{ap}-\log W_{as})=\log\frac{10^{0.1}-1}{10^{1.5}-1}$$

$$2N\log\frac{W_{ap}}{W_{as}}=\log\frac{10^{0.1}-1}{10^{1.5}-1}$$

-2.072869891

$$\frac{W_{ap}}{W_{as}}=\frac{\tan\left(\frac{W_{dp}}{2}\right)}{\tan\left(\frac{W_{ds}}{2}\right)}$$

$= ~~0.9874~~$

$+ ~~0.1029~~$

~~0.1453~~ $= 0.26912$

$2N = 2.099$

$N = 1$

$N = 3.85$　　4.

Date . . No.

次数を4として のより

$$2\cdot4(\log W_{ap} - \log W_{ac}) = \log(10^{0.1} - 1)$$

$$\log W_{ap} - \log W_{ac} = \frac{1}{8}\log(10^{0.1} - 1) \quad = 0.09335$$

$$\log W_{ac} = \log W_{ap} - \frac{1}{8}\log(10^{0.1} - 1)$$

$$W_{ac} = 10^{\circ}$$

$$\log W_{ap} = 2\tan\left(\frac{W_{dp}}{2}\right)$$

$$W_{ac} = 6.618138992$$

$$|H(jw)|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{w}{w_c}\right)^8}$$

$$H(s)H(-s) = \frac{1}{1 + (-1)^n\left(\frac{s}{W_{ac}}\right)^{2n}}$$

No. Date . .

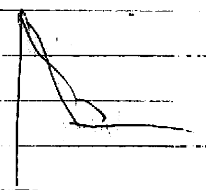
次数が

$S_0 = -1 + j0$

$\left(\frac{S}{\Omega_c} - S_0\right)$

$-\frac{1}{2} + \frac{-\sqrt{3}}{2}i$

$-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

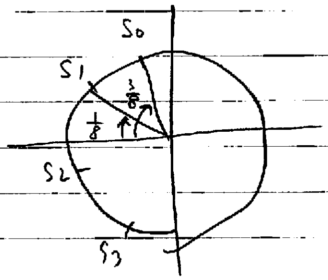


$\left(\frac{S}{\Omega_c} + 1\right)\left(\frac{S}{\Omega_c} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(\frac{S}{\Omega_c} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

$\left(\left(\frac{S}{\Omega_c}\right)^2 + \left(\frac{S}{\Omega_c}\right) + 1\right)$

Date . . No.

$S^4=-1$ の根



$$\begin{cases} S_0 = \cos\frac{5}{8}\pi + i\sin\frac{5}{8}\pi \\ S_1 = \cos\frac{7}{8}\pi + i\sin\frac{7}{8}\pi = \\ S_2 = \cos\frac{9}{8}\pi + i\sin\frac{9}{8}\pi = \cos\frac{7}{8}\pi - i\sin\frac{7}{8}\pi \\ S_3 = \cos\frac{11}{8}\pi + i\sin\frac{11}{8}\pi = \cos\frac{5}{8}\pi - i\sin\frac{5}{8}\pi \end{cases}$$

$$H(s) = \frac{1}{\left(\frac{S}{W_{ac}} - S_0\right)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{S}{W_{ac}} - S_1\right)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{S}{W_{ac}} - S_2\right)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{S}{W_{ac}} - S_3\right)}$$

$$= \frac{W_{ac}^4}{(S - S_0 W_{ac})(S - S_3 W_{ac})(S - S_1 W_{ac})(S - S_2 W_{ac})}$$

$$= \frac{W_{ac}^4}{\left(S^2 - 2W_{ac}(S_0 + S_3) + S_0 S_3 W_{ac}^2\right)\left(S^2 - 2W_{ac}(S_1 + S_2) + S_1 S_2 W_{ac}^2\right)}$$

$$= \frac{W_{ac}^4}{\left(S^2 + 2W_{ac}\cos\frac{5}{8}\pi + \left(\cos^2\frac{5}{8}\pi + \sin^2\frac{5}{8}\pi\right)W_{ac}^2\right) \cdot \left(S^2 + 2W_{ac}\cos\frac{7}{8}\pi + \left(\cos^2\frac{7}{8}\pi \sin^2\frac{7}{8}\pi\right)W_{ac}\right)}$$

1 2 1
1 2 1

1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1

Date . . No.

$(1-z^{-2})^2$

$$H(s) = \frac{e}{s^4 + as^3 + bs^2 + cs + d}$$

$s = \frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ を代入する

s^n には $2^n(1-z^{-1})^n$

s^{n-1} $2^{n-1}(1-z^{-1})^{n-1} \cdot T(1+z^{-1})$

s^{n-2} $2^{n-2}(1-z^{-1})^{n-2}\, T^2(1+z^{-1})^2$

$$H(s) = T^4(1+z^{-1})^4 \cdot e \,/\, 2^4(1-z^{-1})^4 + a\,2^3(1-z^{-1})^3(1+z^{-1})T$$
$$+ b\,2^2(1-z^{-1})^2(1+z^{-1})^2T^2 + c\cdot 2(1-z^{-1})^3(1+z^{-1})^3T^3$$
$$+ d(1+z^{-1})^4T^4$$

分子 $= eT^4 \cdot (1+z^{-1})^4 = eT^4(1+4z^{-1}+6z^{-2}+4z^{-3}+z^{-4})$

分母 $= 16(1-4z^{-1}+6z^{-2}+4z^{-3}+z^{-4})$

$+8aT(1-3z^{-1}+3z^{-2}-z^{-3})(1+z^{-1}) \rightarrow 8aT(1-2z^{-1}+2z^{-3}-z^{-4})$

$+4bT^2(1-2z^{-2}+z^{-4})$.

$+2cT^3(1+3z^{-1}+3z^{-2}+z^{-3})(1-z^{-1}) \rightarrow 2cT^3(1+2z^{-1}-2z^{-3}-z^{-4})$

$+dT^4(1+4z^{-1}+6z^{-2}+4z^{-3}+z^{-4})$

$1-3z^{-1}\cancel{+3z^{-2}}-z^{-3}+z^{-1}\cancel{-3z^{-2}}+\overset{2}{3}z^{-3}+z^{-4}$

$1-2z^{-1}+0z^{-2}+2z^{-3}-z^{-4}$

$1+3z^{-1}\cancel{+3z^{-2}}+z^{-3}-z^{-1}\cancel{-3z^{-2}}-3z^{-3}+z^{-4}$

Z^{-4}: $16 - 8aT + 4bT^2 - 2cT^3 + dT^4$

Z^{-3}: $-64 + 16aT - 4cT^3 + 4dT^4$

Z^{-2}: $96 - 8bT^2 + 6dT^4$

Z^{-1}: $-64 - 16aT + 4cT^3 + 4dT^4$

Z^{0}项: $16 + 8aT + 4bT^2 + 2cT^3 + dT^4$

Date . . No.

4次

$$H(s) = \frac{e}{s^4 + as^3 + bs^2 + cs + d}$$

$S = \frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ を代入すると.

分母分子に $T^4(1+z^{-1})^4$ 倍して,

分子: $eT^4(1+z^{-1})^4$
$= eT^4(1+4z^{-1}+6z^{-2}+4z^{-3}+z^{-4})$

分母: $2^4(1-z^{-1})^4 + a\cdot 2^3(1-z^{-1})^3\cdot T(1+z^{-1})$
$+b\cdot 2^2(1-z^{-1})^2\cdot T^2(1+z^{-1})^2 + c\cdot 2(1-z^{-1})T^3(1+z^{-1})^3$
$+d(1+z^{-1})^4 T^4$

$= 16(1-4z^{-1}+6z^{-2}-4z^{-3}+z^{-4})$
$+8aT(1-2z^{-1}+2z^{-3}-z^{-4})$
$+4bT^2(1-2z^{-2}+z^{-4})$
$+2cT^3(1+2z^{-1}-2z^{-3}-z^{-4})$
$+dT^4(1+4z^{-1}+6z^{-2}+4z^{-3}+z^{-4})$

分母次数 z^{-4}: $16-8aT+4bT^2-2cT^3+dT^4$ A
z^{-3}: $-64+16aT-4cT^3+4dT^4$ B
z^{-2}: $96-8bT^2+6dT^4$ C
z^{-1}: $-64-16aT+4cT^3+4dT^4$ D
定 : $16+8aT+4bT^2+2cT^3+dT^4$ E

$$H(z) = \frac{eT^4(1+4z^{-1}+6z^{-2}+4z^{-3}+z^{-4})}{E+Dz^{-1}+Cz^{-2}+Bz^{-3}+Az^{-4}}$$

Date . . No.

帯域通過の設計

$$z^{-1} \rightarrow \frac{z^{-2} - Az^{-1} + B}{Bz^{-2} - Az^{-1} + 1}$$

但し $A = \dfrac{2\alpha k}{k+1}$.　$B = \dfrac{k-1}{k+1}$

$$\alpha = \frac{\cos\left(\frac{\Omega_2+\Omega_1}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\Omega_2-\Omega_1}{2}\right)}, \quad k = \cot\left(\frac{\Omega_2-\Omega_1}{2}\right)\tan\left(\frac{\Omega_0}{2}\right)$$

Date . . No.

式の係数を算出するプログラム

入力… n次の多項式 x m次の多項式

n+m の多項式

配列 $A[n]$ (0〜n-1) n

配列 $B[m]$ (0〜m-1) m

$(a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots) \times (b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots)$

$a(0) \times b(0) \rightarrow c(0)$
$a(0) \times b(1) + \rightarrow c(1)$
$a(1) \times b(0) + \rightarrow c(1)$

```
c(0)~c(n+m-1)=0
for(i=0; i<n; i++)
  for(j=0; j<m; j++)
      c(i+j) += a(i)×b(j));
```

Date . . No.

$$H(z) = \frac{f + gz^{-1} + hz^{-2} + iz^{-3} + jz^{-4}}{a + bz^{-1} + cz^{-2} + dz^{-3} + ez^{-4}}$$

$$z^{-1} \Rightarrow \frac{z^{-2} - Az^{-1} + B}{Bz^{-2} - Az^{-1} + 1}$$ とすると

分母分子を $(Bz^{-2} - Az^{-1} + 1)^4$ でわって

$e(z^{-2} - Az^{-1} + B)^4 =$

$d(z^{-2} - Az^{-1} + B)^3 (Bz^{-2} - Az^{-1} + 1) =$

$c(z^{-2} - Az^{-1} + B)^2 (Bz^{-2} - Az^{-1} + 1)^2 =$

$b(z^{-2} - Az^{-1} + B)^1 (Bz^{-2} - Az^{-1} + 1)^3 =$

$a(Bz^{-2} - Az^{-1} + 1)^4 =$

IIRフィルタをつくる。 続き。

周期T〔s〕(Hz)のサンプリングで、

f_d 以下で A_d 〔dB〕
f_u 以上で A_u 〔dB〕 となるバタワースフィルタの

次数とカットオフ周波数を求める。

サンプリングを1(Hz)として正規化。

$$W_{dp} = 2\pi \cdot \frac{f_d}{T}$$

$$w_{ap} = \frac{2}{T} \cdot \tan\left(\frac{2\pi f_i T}{2}\right) = 5.723$$

$$W_{ds} = 2\pi \frac{f_u}{T}$$

双1次変換のためアナログ用値に変換

$$W_{ap} = 2\tan\left(\frac{W_{dp}}{2}\right)$$

$$W_{as} = 2\tan\left(\frac{W_{ds}}{2}\right)$$

バタワースフィルタの振幅特性 … $\frac{1}{\sqrt{1+W^{2n}}}$

$$M(dB) = 20 \log M$$

$$= -10 \log (1 + W^{2N})$$

パスバンド、カットバンドの条件より

$$-10\log\left(1+\left(\frac{W_{ap}}{W_{ac}}\right)^{2N}\right) < A_d$$

$$-10\log\left(1+\left(\frac{W_{as}}{W_{ac}}\right)^{2N}\right) < A_u$$

等式で考えると、2つの式より

$$2N(\log W_{ap}-\log W_{ac}) = \log\left(10^{-\frac{A_d}{10}}-1\right) \quad \cdots ①$$

$$2N(\log W_{as}-\log W_{ac}) = \log\left(10^{-\frac{A_u}{10}}-1\right) \quad \cdots ②$$

①−②より

$$2N(\log W_{ap}-\log W_{as}) = \log\frac{10^{-\frac{A_d}{10}}-1}{10^{-\frac{A_u}{10}}-1}$$

$$\therefore N = \frac{1}{2N}\cdot\log\frac{10^{-\frac{A_d}{10}}-1}{10^{-\frac{A_u}{10}}-1}\cdot\frac{1}{\log\left(\frac{W_{ap}}{W_{as}}\right)}$$

Nの端数を切り上げると次数が求まる。

$$\frac{W_{ap}}{W_{as}} = \frac{\tan\left(\frac{W_{dp}}{2}\right)}{\tan\left(\frac{W_{ds}}{2}\right)} = \frac{\tan\left(\frac{f_d\pi}{T}\right)}{\tan\left(\frac{f_u\pi}{T}\right)}$$

$\omega = 2\pi f$

Date . . No.

①より $\log W_{ap} - \log W_{ac} = \frac{1}{2N} \log\left(10^{-\frac{A_d}{10}} - 1\right)$

$$\log W_{ac} = \log W_{ap} - \frac{1}{2N}\log\left(10^{-\frac{A_d}{10}} - 1\right)$$

$$W_{ac} = 10^{\circ}$$

この数字は 1[Hz]で正規化されている。
カットオフ.

振幅特性

$$H(s)H(-s) = \frac{1}{1 + (-1)^N \left(\frac{s}{W_{ac}}\right)^{2N}}$$

$s = j\omega$

$$\therefore \left|H(j\omega)\right|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2N}}$$

ボツ

06

Date . . No.

条件.

周期T (s) のサンプリングで
遮断周波数 f_c (Hz), 周波数 f_a で A_a の減衰特性を持つ バタワースフィルタを 双一次変換で求める.

$$\omega_c = 2\pi f_c.$$
$$\omega_a = 2\pi f_a.$$

$$\Omega_c = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) = \frac{2}{T}\tan\left(\pi f_c T\right)$$

$$\Omega_a = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{\omega_a T}{2}\right) = \frac{2}{T}\tan(\pi f_a \cdot T)$$

バタワースフィルタ振幅2乗特性 $\dfrac{1}{1+\left(\frac{\Omega_a}{\Omega_c}\right)^{2N}}$

$$10\log\left(\frac{1}{1+\left(\frac{\Omega_a}{\Omega_c}\right)^{2N}}\right) \leqq A_a$$

$$\log\left(1+\left(\frac{\Omega_a}{\Omega_c}\right)^{2N}\right) \geqq \frac{-A_a}{10}$$

$$1+\left(\frac{\Omega_a}{\Omega_c}\right)^{2N} \geqq 10^{-\frac{A_a}{10}}$$

$$\left(\frac{\Omega_a}{\Omega_c}\right)^{2N} \geqq 10^{-\frac{A_a}{10}}-1$$

$$2N\left(\log\Omega_a - \log\Omega_c\right) \geqq \log\left(10^{-\frac{A_a}{10}}-1\right)$$

$$N \geqq \frac{\log\left(10^{-\frac{A_a}{10}}-1\right)}{2\left(\log\frac{\Omega_a}{\Omega_c}\right)}$$

$\frac{S}{\Omega c}$ ←

Date . . No.

N次バタワースフィルタの極.

Nが奇数の場合 $S^{2N}=1$.

$$S_k = \cos\left(\frac{k}{N}\pi\right) + j\sin\left(\frac{k}{N}\pi\right)$$

Nが偶数の場合.

$$S_k = \cos\left(\frac{2k+1}{2N}\pi\right) + j\sin\left(\frac{2k+1}{2N}\pi\right)$$

これより.一般式は

Nが奇数 $(N \geq 3)$ のとき.

$$G_N(s) = \frac{1}{s+1}\prod_{k=1}^{\frac{N-1}{2}} \frac{1}{s^2+2\cos\phi_k \cdot s+1}$$

$$\phi_k = \frac{k\pi}{N}$$

Nが偶数のとき

$$G_N(s) = \prod_{k=1}^{\frac{N}{2}} \frac{1}{s^2+2\cos\phi_k s+1}$$

$$\phi_k = \frac{(2k-1)\pi}{2N}$$

$k: 0 \sim \frac{N}{2}-1$

$2(k+1)-1$

$2k+2-1$

$S =$

$\frac{S}{\Omega_c} \leftarrow \frac{2}{T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ を代入.

$$\frac{S}{\Omega_c} \rightarrow \frac{2}{\Omega_c T} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \underbrace{\frac{1}{\tan\left(\frac{W_c T}{2}\right)}}_{k} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

$$\frac{1}{S^2 + \alpha S + 1} \cdots \left(\frac{S}{\Omega_c}\right)^2 + \alpha\left(\frac{S}{\Omega_c}\right) + 1 .$$ に代入.

$$\frac{1}{\tan\left(\frac{W_c T}{2}\right)} = .$$

$$\frac{1}{k^2\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)^2 + \alpha k\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right) + 1} = \frac{(1+z^{-1})^2}{k^2(1-z^{-1})^2 + \alpha k(1-z^{-1})(1+z^{-1}) + (1+z^{-1})^2}$$

$$= \frac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{k^2(1-2z^{-1}+z^{-2}) + \alpha k(1-z^{-2}) + (1+2z^{-1}+z^{-2})}$$

$$= \frac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{(k^2+\alpha k+1) + (-2k^2+2)z^{-1} + (k^2 - \alpha \overset{\uparrow}{k} + 1)z^{-2}}$$

ボ

Date　.　.　No.

$$\frac{1}{\frac{s}{\Omega_c}+1}.$$

$$\frac{1}{t_c\cdot\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)+1}=\frac{1+z^{-1}}{t_c(1-z^{-1})+(1+z^{-1})}$$

$$=\frac{1+z^{-1}}{(t_c+1)+(-t_c+1)z^{-1}}$$

$H(z)=\dfrac{N次}{N次}$ の形とする

$H(z)=\dfrac{2次}{2次}\cdot\dfrac{2次}{2次}\cdots$

又は $H(z)=\dfrac{1次}{1次}\cdot\dfrac{2次}{2次}\cdots$

ボ

※ディジタル変換

一次の式

$$S(z) = \frac{c + dz^{-1}}{a + bz^{-1}}$$ に $$z^{-1} \to \frac{z^{-2} - Az^{-1} + B}{Bz^{-2} - Az^{-1} + 1}$$ を代入する場合.

$$S'(z) = \frac{c(Bz^{-2} - Az^{-1} + 1) + d(z^{-2} - Az^{-1} + B)}{a(Bz^{-2} - Az^{-1} + 1) + b(z^{-2} - Az^{-1} + B)}$$

$$= \frac{(cB + d)z^{-2} + (-cA - dA)z^{-1} + (c + dB)}{(aB + b)z^{-2} + (-aA - bA)z^{-1} + (a + bB)}.$$

二次の式

$$S(z) = \frac{d + ez^{-1} + fz^{-2}}{a + bz^{-1} + cz^{-2}}$$ に代入する場合.

分母 = $\cancel{a(z^{-2} + Az^{-1} + B}$)

$$= a(Bz^{-2} - Az^{-1} + 1)^2 + b(z^{-2} - Az^{-1} + B)(Bz^{-2} - Az^{-1} + 1)$$
$$+ c(z^{-2} - Az^{-1} + B)^2$$

$$= a(B^2z^{-4} - 2ABz^{-3} + A^2z^{-2} + 2Bz^{-2} - 2Az^{-1} + 1)$$
$$+ b(Bz^{-4} + (-BA - A)z^{-3} + (A^2 + B^2 + 1)z^{-2} + (-A - AB)z^{-1} + B)$$
$$+ c(z^{-4} - 2Az^{-3} + (A^2 + 2B)z^{-2} + -2ABz^{-1} + B^2$$

ポ

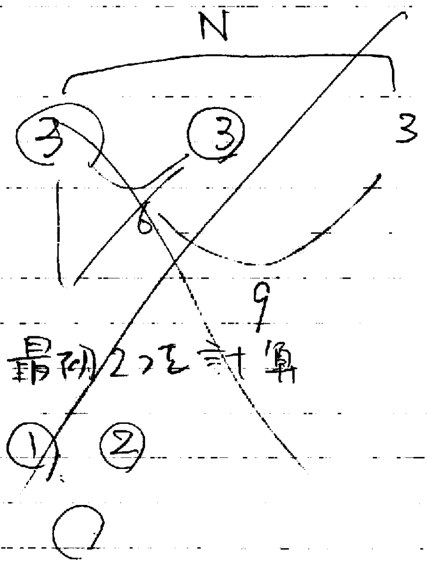
Date . . No.

プログラムへ
実装.

サンプリングレート. f_sample [Hz]
遮断周波数 f_cutoff [Hz]
周波数 f_amp [Hz] dB_amp. [dB]

omega_cutoff
omega_amp

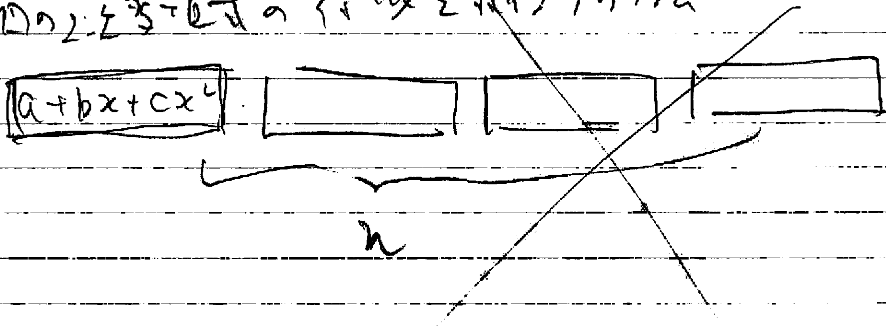
アナログ角周波数 omega_a_cutoff
omega_a_amp



a 演算

Date . . No.

n個の2次多項式の係数を求めるプログラム



1 3 3 1

$x \quad \frac{1 + z +}{1 \cdot 3 + a \cdot z +}$

バンドパスフィルタ

$$S \Rightarrow k \cdot \frac{1-2az^{-1}+z^{-2}}{1-z^{-2}}$$

$$k = \Omega_c \cdot \frac{1}{\mathrm{Tan}(\omega_2-\omega_1)\frac{T}{2}}$$

$$\alpha = \frac{\cos(\omega_2+\omega_1)\frac{T}{2}}{\cos(\omega_2-\omega_1)\frac{T}{2}}$$

$\frac{1}{S^2+\alpha S+1}$ に代入.

$$\frac{\alpha+\beta S+\gamma S^2}{\alpha(1+\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\gamma}{\alpha}S^2)}$$

分母 $k^2(1-2az^{-1}+z^{-2})^2 + k(1-2az^{-1}+z^{-2})(1-z^{-2})\alpha + (1-z^{-2})^2$

$= k^2(1-4az^{-1}+(4a^2+2)z^{-2} + -4az^{-3}+z^{-4})$
$+ k(1-2az^{-1}+2az^{-3}-z^{-4})\alpha$
$+ (1-2z^{-2}+z^{-4})$

$= (k^2+k\alpha+1)$
$+ (-4ak^2-2a\alpha k)z^{-1}$
$+ ((4a^2+2)k^2-2)z^{-2}$
$+ (-4ak^2+2a\alpha k)z^{-3}$
$+ (k^2-k\alpha+1)z^{-4}$

定数値でわる

$(-4ak^2-2a\alpha k) / (k^2+k\alpha+1)$

分子 $(1-z^{-2})^2 = 1-2z^{-2}+z^{-4}$.

$a_0 = (k^2+k\alpha+1)$

$\dfrac{1}{s+1}$ に代入

分母 $= k(1-2aZ^{-1}+Z^{-2})+(1-Z^{-2})$

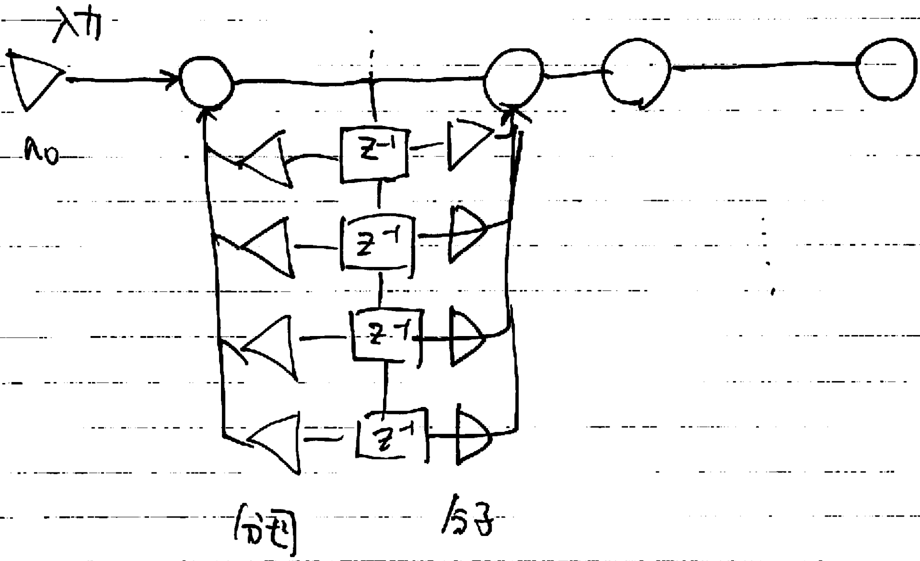
$= (k+1) + -2ak\,Z^{-1} + (k-1)Z^{-2}$.

分子 $= 1-Z^{-2}$

定数値を払う.

Z^{0}	1	$a_0 = k+1$.
Z^{-1}	$-2ak/(k+1)$	
Z^{-2}	$(k-1)/(k+1)$	

1段目
直列 4つ



$\frac{N+1}{2}$ 段. 4次

Date . . No.

$$\frac{s^2+\Omega_1\Omega_2}{s(\Omega_2-\Omega_1)} \Rightarrow \quad s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

$$\frac{\frac{4}{T^2}\cdot\frac{(1-z^{-1})^2}{(1+z^{-1})^2}+\Omega_1\Omega_2}{\left(\frac{2}{T}\cdot\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)\cdot(\Omega_2-\Omega_1)} = \frac{\frac{2}{T}\cdot(1-z^{-1})^2+\Omega_1\Omega_2\cdot(1+z^{-1})^2}{(\Omega_2-\Omega_1)\cdot(1-z^{-1})(1+z^{-1})}$$

$$= \frac{\qquad}{(\Omega_2-\Omega_1)(1-z^{-2})}$$

$$= \frac{1}{\Omega_2-\Omega_1}\cdot\frac{\qquad}{(1-z^{-2})}$$

$$\Omega_2-\Omega_1 = \frac{2}{T}\tan\left(\frac{w_2T}{2}\right)-\frac{2}{T}\tan\left(\frac{w_1T}{2}\right)$$

$$= \frac{2}{T}\left(\tan\left(\frac{w_2T}{2}\right)-\tan\left(\frac{w_1T}{2}\right)\right)$$

$$\frac{2}{T}(1-2z^{-1}+z^{-2})+\Omega_1\Omega_2(1+2z^{-1}+z^{-2})$$

$$\left(\frac{2}{T}+\Omega_1\Omega_2\right)(1+z^{-2})+$$

$S = \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ $\quad k = \Omega_c \cdot \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)}$

$$\frac{1}{\left(\frac{s}{\Omega_c}\right)^2 + 2\cos\varphi\left(\frac{s}{\Omega_c}\right) + 1}$$

$s = \Omega_c \cdot \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ を代入.

$$= \Omega_c \frac{1}{\frac{T\Omega}{2}} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

$$= \frac{2}{T\Omega} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

$$= \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$$

No. Date

$$\frac{1}{\tan\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)} = \frac{1}{\frac{T\Omega}{2}}$$

$$k = \Omega_c \cdot \frac{1}{\tan\left(\frac{\omega_c T}{2}\right)}$$

$$= \Omega_c \cdot \frac{1}{\frac{T\Omega}{2}}$$

$$= \frac{\Omega_c}{\Omega} \frac{2}{T} \cancel{\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

$2\pi f$

$$k = \Omega_c \cdot \frac{1}{\tan\left(\frac{(\omega_2-\omega_1)T}{2}\right)}$$

Date . . No.

$$\frac{1}{S^2 + \alpha S + 1} \qquad \alpha = 2\cos\varphi_k .$$

$$S = \Omega_c \cdot \frac{1}{\underset{\overset{\shortparallel}{k}}{\tan\frac{(\omega_2-\omega_1)T}{2}}} \cdot \frac{z^{-2} - 2az^{-1} + 1}{1 - z^{-2}} \qquad a = \frac{\cos\frac{(\omega_1+\omega_2)T}{2}}{\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\right)}$$

$$\frac{1}{\left(k\frac{z^{-2} - 2az^{-1}+1}{1-z^{-2}}\right)^2 + \alpha\left(k\frac{z^{-2}-2az^{-1}+1}{1-z^{-2}}\right) + 1}$$

$$= \frac{(1-z^{-2})^2}{k^2(z^{-2}-2az^{-1}+1)^2 + \alpha k(z^{-2}-2az^{-1}+1)(1-z^{-2}) + (1-z^{-2})^2}$$

$$= \frac{1-2z^{-2}+z^{-4}}{\begin{aligned} &k^2(z^{-4} - 4az^{-3} + 4a^2z^{-2} + 2z^{-2} - 4az^{-1} + 1) \\ &+ \alpha k(-z^{-4} + 2az^{-3} + \cancel{z^{-2} - z^{-2}} - 2az^{-1} + 1) \\ &+ (1 - 2z^{-2} + z^{-4}) \end{aligned}}$$

分母 $= (k^2 - \alpha k + 1)z^{-4}$
$+ (-4ak^2 + 2a\alpha k)z^{-3}$
$\cancel{+ (4a^2 - 2) + 2k^2\, z^{-2}}$ $\qquad 4a^2k^2 + 2k^2 - 2$
$+ (-4ak^2 - 2a\alpha k)z^{-1}$
$+ k^2 + 1 + \alpha k$