

I 【数学①・数学②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

- (1) 2 次方程式 $x^2 - 4x + 2 = 0$ の解を α, β とするとき，

$\alpha + \beta =$ であり， $\alpha^3 + \beta^3 =$ である。

- (2) 関数 $y = |x^2 - 2x|$ のグラフと直線 $y = x - 1$ の共有点の x 座標は

と である。ただし， $<$ とする。

- (3) 2 個のさいころを同時に投げるとき，2 個の目がともに 5 となる確率は

であり，少なくとも 1 個の目が 5 以上である確率は である。

- (4) a を実数とすると， $\int_0^2 (6x^2 - 2ax - a^2) dx \geq 0$ となるための必要十分条件は

$\leq a \leq$ である。

Ⅱ 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

円 $C: x^2 + y^2 = 20$ と直線 $y = 2x$ の第 1 象限にある共有点を P とし，

x 軸に関して点 P と対称な点を Q とする。このとき，次の空所を埋めよ。(配点 35)

(1) 点 P の座標は (,) であり，

点 Q の座標は (,) である。

(2) 円 C の点 P における接線 l の方程式は である。

(3) (2) で求めた接線 l と x 軸の共有点 M の x 座標は である。

(4) $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ} =$ であり， $|\overrightarrow{MP}| =$ である。

また， $\cos \angle PMQ =$ である。

III 【数学 ① のみ解答】

次の問いに答えよ。(配点 35)

(1) 極限值 $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \alpha}{\alpha^2}$ を求めよ。

(2) α を 0 でない実数とすると、定積分 $\int_0^2 (x+1) \cos(\alpha x) dx$ を求めよ。

(3) (2) で求めた定積分の値を $I(\alpha)$ とするとき、極限值 $\lim_{\alpha \rightarrow 0} I(\alpha)$ を求めよ。

IV 【数学 ① のみ解答】

2つの関数 $f(x) = \log(a - 4x)$, $g(x) = \log x$ について、次の問いに答えよ。

ただし、 a は定数であり、 $a > 4$ とする。(配点 40)

(1) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸の共有点 A の座標を求めよ。

(2) 2 曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点 B の座標を求めよ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ の点 B における接線と、曲線 $y = g(x)$ の点 B における接線が直交するとき、 a の値を求めよ。

(4) a を (3) で求めた値とすると、2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

V 【数学 ② のみ解答】

数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n(a_n + 2)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定義されるとき、
次の空所を埋めよ。(配点 35)

(1) $b_n = a_n + 1$ とおくと, $b_1 = \boxed{\text{ア}}$ であり, $b_3 = \boxed{\text{イ}}$ である。

また, b_{n+1} を b_n を用いて表すと, $b_{n+1} = \boxed{\text{ウ}}$ となる。

(2) $c_n = \log_2 b_n$ とおくと, 数列 $\{c_n\}$ は初項 $\boxed{\text{エ}}$, 公比 $\boxed{\text{オ}}$ の等比数列である。

(3) $c_8 = \boxed{\text{カ}}$ だから, a_8 は $\boxed{\text{キ}}$ 桁の整数である。

ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

VI 【数学 ② のみ解答】

放物線 $C_1 : y = x^2 + 3x + 6$ について, 次の問いに答えよ。(配点 40)

(1) C_1 上の点 $(-1, 4)$ における接線 l の方程式を求めよ。

(2) C_1 を x 軸方向に 3, y 軸方向に 2 だけ平行移動した放物線 C_2 の方程式を求めよ。

(3) C_2 と l の交点の座標をすべて求めよ。

(4) C_2 と l で囲まれた図形の面積を求めよ。