

I 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	16	イ	$32x - 16$	ウ	2	エ	$\sqrt{5}$
オ	$\frac{1}{2}$	カ	$\frac{5}{4}$	キ	$\frac{2}{3}$	ク	2

(40点)

II 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	2	イ	$\frac{\pi}{6}$
ウ	$\frac{\pi}{6}$	エ	$\frac{\pi}{2}$
オ	$2 - \sqrt{3}$	カ	$-2 - \sqrt{3}$
キ	$\frac{4\pi}{3}$	ク	$2 + \sqrt{3}$

(35点)

Ⅲ 【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

$$(1) f(0) = 0, f(1) = \left[\frac{t^3}{12} - \frac{t}{2} \right]_0^1 = -\frac{5}{12}$$

$$(2) f'(x) = \frac{x^2 - 2}{4}, \quad g'(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$(3) \frac{a^2 - 2}{4} = \frac{1}{a^2 + 1} \text{ より } (a^2 - 3)(a^2 + 2) = 0 \text{ となる。 } a > 0 \text{ より } a = \sqrt{3}$$

$$(4) dt = \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta \text{ であり } 0 \leq t \leq \sqrt{3} \text{ のとき } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \text{ なので}$$

$$g(a) = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{t^2 + 1} dt = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\tan^2 \theta + 1} \cdot \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta = \frac{\pi}{3}$$

(35点)

Ⅳ 【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

$$(1) e^x = 1, 3 \text{ より } x = 0, \log 3$$

$$(2) f'(x) = 2e^x(e^x - 2)$$

$$(3) e^x > 0 \text{ であり } f'(x) = 0 \text{ となるのは } x = \log 2 \text{ である。}$$

増減表は

x	$\cdots$	$\log 2$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	-1	$\nearrow$

よって、 $x = \log 2$ のとき極小値 -1 をとる。

$$(4) S = - \int_0^{\log 3} (e^{2x} - 4e^x + 3) dx = - \left[\frac{e^{2x}}{2} - 4e^x + 3x \right]_0^{\log 3} = 4 - 3 \log 3$$

(40点)

V 【数学②のみ解答】

ア	51	イ	7650
ウ	14	エ	7
オ	1078		
カ	58	キ	8679

(35点)

VI 【数学②のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $x = \pm a$

(2) $S(a) = \int_{-a}^a \left\{ \frac{a^2-1}{a^2} x^2 - a^2 + 1 \right\} dx = 2 \left[\frac{a^2-1}{3a^2} x^3 - (a^2-1)x \right]_0^a = \frac{4}{3}(a-a^3)$

(3) $S'(a) = \frac{4}{3}(1-3a^2)$ であるので、増減表は

a	0	...	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	...	1
$S'(a)$		+	0	-	
$S(a)$		↗	$\frac{8\sqrt{3}}{27}$	↘	

したがって、 $S(a)$ は $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$ のとき最大値 $\frac{8\sqrt{3}}{27}$ をとる。

(40点)