

物 理

I 問いに答えよ。(配点 60)

図1のような台Aが床に固定されている。水平面PP'は水平と角 θ をなす斜面P'Q'となめらかにつながり、点Qで水平面PP'と高さが H だけ異なり十分な長さをもつ水平面QQ'に接続している。すべての面の摩擦は無視できる。

水平面PP'の左端の点Pにばね定数 k の軽いばねの一端を固定した。ばねの他端には質量の無視できる板をとりつけ、この板に接するように質量 m の小球Bをおいた。水平面QQ'の上には、台Aと同じ角 θ の斜面をもつ質量 M の物体Cを、点Qで斜面が台の斜面となめらかにつながるようにおいた。物体Cの断面は三角形で頂点Rまでの高さは h であり、底面はなめらかで摩擦は無視できる。重力加速度の大きさは g とする。

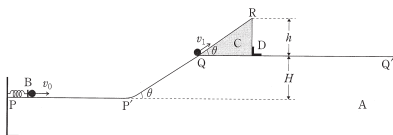


図1

- (1) 最初に、ストッパーDを用いて物体Cを台Aに固定した。ばねが自然長より d だけ縮むように小球Bを押した後、静かに手を離したところ、ばねによって打ち出された小球Bは水平面PP'を一定の速さ v_0 で右に進み、斜面を上がり、点Qを速さ v_1 で通過した。

- 問1 ばねを自然長より d だけ縮めたとき、ばねにたくわえられたエネルギーを求めよ。
 問2 速さ v_0 を求めよ。
 問3 速さ v_1 を求めよ。
 問4 小球Bは一定の加速度をもって物体Cの斜面QRを上がった。この加速度の大きさを求め、向きを解答欄の図中に矢印で示せ。
 問5 小球Bが点Rに達するための最小のばねの縮み d を求めよ。

- (2) つぎにストッパー D を外して小球 B を打ち出した。このとき、小球 B が点 Q を速さ v_1 で通過した後、物体 C も一定の加速度 a で水平方向右向きに運動を始めた [図 2 (a)]。小球 B を物体 C から見ると、大きさ F の慣性力、大きさ N の垂直抗力および重力がはたらき、斜面に垂直な方向には力はつり合っている。

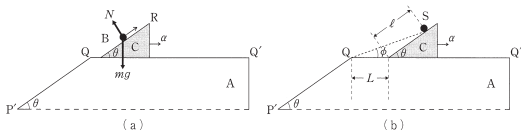


図 2

- 問 6 慣性力の大きさ F を求め、向きを解答欄の図中に矢印で示せ。
 問 7 斜面に垂直な方向のつりあいから垂直抗力の大きさ N を m , a , θ , g で答えよ。
 問 8 台 A から見た物体 C の水平方向の運動方程式を M , a , N , θ で示せ。
 問 9 a を M , m , θ , g で答え、導出方法も示せ。

物体 C から見ると、小球 B は斜面下向きで大きさ $\beta = g \sin \theta + a \cos \theta$ の加速度をもって運動する。小球 B は、図 2 (b) のように、物体 C の斜面下端から距離 ℓ の点 S まで到達したところで速さ 0 となり、斜面を下った。

- 問 10 小球 B が物体 C の斜面上を点 S まで運動した時間 T を v_1 , β で答えよ。
 問 11 この間、物体 C は右向きに等加速度運動し距離 L だけ進む。この距離 L を a , T で答えよ。
 問 12 点 S と点 Q を結んだ線分が水平面となす角 ϕ の $\tan \phi$ は、距離 ℓ と L を用いて、

$$\tan \phi = \frac{\ell \sin \theta}{L + \ell \cos \theta}$$

で与えられる。この値を α , β , θ で表せ。導出方法も示せ。

問 9 の結果と合わせると、角 ϕ は v_1 によらず、物体 C の質量 M と小球 B の質量 m および角 θ のみで決まることが分かる。

Ⅱ 空所を埋め、問いに答えよ。 と には、「0」「小さな値」「大きな値」「無限大」の語句の中から最も適したものを一つ選び、解答欄に書き。(配点 45)

電気抵抗の抵抗値の測定について考えよう。図1または図2のような回路を組んで、抵抗値 R_X を測定することができる。電圧計の値を V 、電流計の値を I とすれば、オームの法則から抵抗の測定値は $\frac{V}{I}$ によって求められる。このとき計器が理想的なものであれば、抵抗値はどちらの回路を用いても正確に測定することができる。

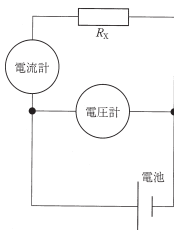


図1

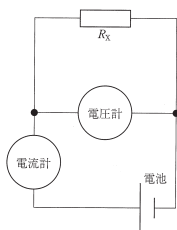


図2

現実の計器には有限の内部抵抗が存在する。理想的な電圧計の内部抵抗は であり、電圧計の内部に電流は流れないが、現実の電圧計では流れる。また理想的な電流計の内部抵抗は であり、電流計の両端には電位差が発生しない。しかし現実の電流計では電位差が発生する。このため図1では測定される V と R_X に発生している電位差は一致しない。また同様に図2では測定される I と R_X に流れている電流は一致しない。

いま、電流計の内部抵抗を 1Ω とし、図1の回路で測定する場合を考える。 $R_X = 1\Omega$ の場合、測定された電圧が V [V] であれば、 R_X に発生している電位差は V を用いて [V] と表せる。また同様に $R_X = 100\Omega$ の場合は、 R_X に発生している電位差は [V] と表せる。したがって図1の回路では、 R_X が電流計の内部抵抗と比較して大きいときに、より正確に測定することができる。

抵抗値をより正確に測定するために、図3のようなブリッジ回路を使う方法がある。この回路を オ ブリッジと呼ぶ。

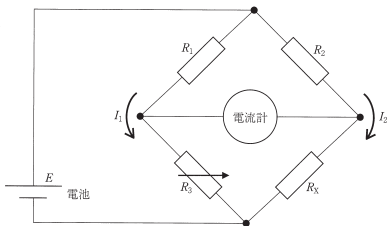


図 3

各抵抗値は図のように R_1 , R_2 , R_3 , R_X とし、電池の起電力を E とする。

抵抗値 R_X を測定するため、可変抵抗 R_3 を調節して電流計に流れる電流を 0 にする。このとき回路を流れる電流は電池から R_1 と R_3 を通って電池に戻る I_1 と、電池から R_2 と R_X を通って電池に戻る I_2 に分けられる。 I_2 は カ と表せるから、電池の起電力 E を使って R_X での電圧降下は キ である。これが R_3 での電圧降下と等しい条件から、 R_X は電池の起電力 E に関わらず他の抵抗値を用いて ク と表せる。

問い 図3のブリッジ回路を使う方法で抵抗値を測定すると、図1や図2を使った抵抗値の測定方法とは異なり、正確な抵抗値を測定することができる。この理由を簡単に説明せよ。

Ⅲ 問いに答えよ。(配点 45)

- (1) 1 mol の単原子分子理想気体が体積 V_0 、圧力 p_0 の状態 (状態 A) にある。この理想気体に定積変化や定圧変化を行い、図 1 の p - V 図に描いたサイクルのように、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の順に状態を変化させる。

A $\rightarrow$ B: 体積を V_0 に保って、圧力を p_0 から $(1+a)p_0$ へ増加させる。ただし $a > 0$ である。

B $\rightarrow$ C: 圧力を $(1+a)p_0$ に保って、体積を V_0 から $(1+b)V_0$ へ増加させる。ただし $b > 0$ である。

C $\rightarrow$ D: 体積を $(1+b)V_0$ に保って、圧力を $(1+a)p_0$ から p_0 へ減少させる。

D $\rightarrow$ A: 圧力を p_0 に保って、体積を $(1+b)V_0$ から V_0 へ減少させる。

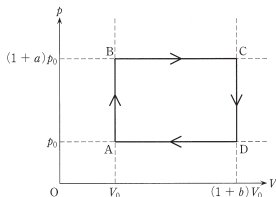


図 1

このサイクルを利用した熱機関の熱効率を求めよう。単原子分子理想気体の定積モル比熱 C_V 、定圧モル比熱 C_p はそれぞれ $C_V = \frac{3}{2}R$ 、 $C_p = \frac{5}{2}R$ で与えられる。ここで気体定数を R とする。

- 問 1 状態 A における気体の温度を p_0 、 V_0 、 R で表せ。
- 問 2 状態変化 A $\rightarrow$ B に伴う、気体の温度変化を p_0 、 V_0 、 R 、 a で表せ。
- 問 3 状態変化 A $\rightarrow$ B に伴って、気体が外部から得る熱量を p_0 、 V_0 、 a で表せ。
- 問 4 状態変化 B $\rightarrow$ C に伴って、気体が外部から得る熱量を p_0 、 V_0 、 a 、 b で表せ。
- 問 5 A $\rightarrow$ B $\rightarrow$ C $\rightarrow$ D $\rightarrow$ A と状態を変化させる。このようにサイクルを 1 回行うことにより、気体が外部にする仕事は、 p - V 図のある領域の面積に等しい。解答欄の p - V 図に、その領域を斜線で示せ。
- 問 6 サイクルを 1 回行うことにより、気体が外部にする仕事を p_0 、 V_0 、 a 、 b で表せ。

問7 外部から得た熱量のうち、どれだけを仕事に変換できるかの割合を熱効率という。

問3, 問4, 問6の結果を用いて, このサイクルを利用した熱機関の熱効率を a, b で表せ。

問8 $a = 1.0, b = 1.2$ であるとき, この熱機関の熱効率は何%であるかを求めよ。

(2) (1)と同じ理想気体を, 図2のように体積 V_0 , 圧力 $(1+a)p_0$ の状態Bから, 体積 $(1+e)V_0$, 圧力 p_0 の状態Eに, 温度を一定に保って膨張させた。ただし $e > 0$ である。

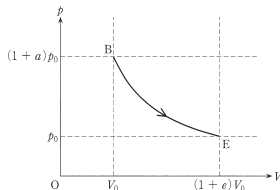


図2

問9 a と e の間に成り立つ関係式を求めよ。

問10 気体が外部にする仕事 W_{BE} と, 気体が外部から得る熱量 Q_{BE} の間の関係式を求めよ。

問11 気体を状態Bから, 断熱変化によって体積が $(1+e)V_0$ の状態に変化させる。この変化の概略を表すように, 曲線を解答欄の p - V 図に実線で描け。