# 一般入試後期日程

## 数学

Ⅰ　【数学①・数学②，どちらも解答】

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | 10 | イ | 6 | ウ | 5 | エ | 25 |
| オ | $x^2+2x-\dfrac{20}{3}$ | カ | $-\dfrac{23}{3}$ | キ | $\dfrac{5}{2}\vec{b}-\vec{a}$ | ク | $\dfrac{5}{4}\sqrt{3}$ |

（40点）

Ⅱ　【数学①・数学②，どちらも解答】

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ア | $\dfrac{6}{5}$ | イ | $\dfrac{8}{5}$ | ウ | 6 |
| エ | $\dfrac{3}{5}$ | オ | $\dfrac{4}{5}$ | | |
| カ | $\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$ | キ | $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ | ク | $\dfrac{1}{2}x$ |

（35点）

## Ⅲ 【数学①のみ解答】(解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x)=\dfrac{3x^2(x-2)-x^3}{(x-2)^2}=\dfrac{2x^3-6x^2}{(x-2)^2}=\dfrac{2x^2(x-3)}{(x-2)^2}$

(2) 増減表を書くと，

| $x$ | $\cdots$ | 0 | $\cdots$ | 2 | $\cdots$ | 3 | $\cdots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | 0 | $-$ | ／ | $-$ | 0 | $+$ |
| $f(x)$ | ↘ | 0 | ↘ | ／ | ↘ | 27 | ↗ |

したがって，$x=3$ のとき，極小値 27

(3) $x=2$ はこの方程式の解ではない。

$x\neq 2$ のとき，$x^3-ax+2a=0$ を $\dfrac{x^3}{x-2}=a$ と変形すると，

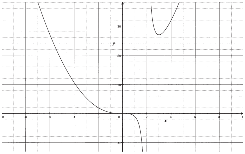
$y=f(x)$ のグラフと直線 $y=a$ の共有点の個数が求める

実数解の個数である。

$\lim_{x\to 2-0} f(x)=-\infty$，$\lim_{x\to 2+0} f(x)=\infty$ で $x=2$ は漸近線

グラフより解の個数は，

$$\begin{cases} a>27 \text{ のとき } 3 \text{ 個} \\ a=27 \text{ のとき } 2 \text{ 個} \\ a<27 \text{ のとき } 1 \text{ 個} \end{cases}$$



(35点)

## Ⅳ 【数学①のみ解答】(解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $y'=(2(x+a)^{\frac{1}{2}})'=2\cdot(1/2)(x+a)^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{x+a}}$

点 $(a,2\sqrt{2a})$ における接線は，$y-2\sqrt{2a}=\dfrac{1}{\sqrt{2a}}(x-a)$

整理して $y=\dfrac{\sqrt{2a}}{2a}x+\dfrac{3\sqrt{2a}}{2}$

(2) $y=0$ より $\dfrac{\sqrt{2a}}{2a}x+\dfrac{3\sqrt{2a}}{2}=0$ を解いて $x=-3a$ 　　交点は $(-3a,\ 0)$

(3) $S_1=\displaystyle\int_{-a}^{a}2\sqrt{x+a}dx=2\cdot\frac{2}{3}\left[(x+a)^{\frac{3}{2}}\right]_{-a}^{a}=\frac{4}{3}(2a)^{\frac{3}{2}}=\frac{8}{3}\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}$

$S_1+S_2=\dfrac{1}{2}\cdot 4a\cdot 2\sqrt{2a}=4\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}$ より $S_2=\left(4\sqrt{2}-\dfrac{8}{3}\sqrt{2}\right)a^{\frac{3}{2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}a^{\frac{3}{2}}$

よって，$\dfrac{S_2}{S_1}=\dfrac{1}{2}$

(4) $V_1=\pi\displaystyle\int_{-a}^{a}(2\sqrt{x+a})^2dx=4\pi\int_{-a}^{a}(x+a)dx=4\pi\left[\frac{(x+a)^2}{2}\right]_{-a}^{a}=8\pi a^2$

$V_1+V_2=\dfrac{1}{3}\cdot 4a\cdot\pi\cdot(2\sqrt{2a})^2=\dfrac{32}{3}\pi a^2$ より $V_2=\dfrac{32}{3}\pi a^2-8\pi a^2=\dfrac{8}{3}\pi a^2$

よって，$\dfrac{V_2}{V_1}=\dfrac{1}{3}$

(40点)

## Ⅴ 【数学②のみ解答】

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ア | 4 | イ | 6 | ウ | 14 |
| エ | 15 | オ | 20 | カ | 62 |
| キ | $2^{n-1}-2$ | | | | |

（35点）

## Ⅵ 【数学②のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1) $y' = 2x + a$

点 $(b, 2b^2 + ab)$ における接線は $y - (2b^2 + ab) = (2b + a)(x - b)$

整理して $l_1 : y = (2b + a)x$

点 $(-b, 2b^2 - ab)$ における接線は $y - (2b^2 - ab) = (-2b + a)(x + b)$

整理して $l_2 : y = (-2b + a)x$

(2) $l_1$ と $l_2$ の交点は，$(2b + a)x = (-2b + a)x$ を解いて $x = 0$　交点の座標は $(0,\ 0)$

(3)
$$\int_{-b}^{0} \{x^2 + ax + b^2 - (-2b + a)x\}dx + \int_{0}^{b} \{x^2 + ax + b^2 - (2b + a)x\}dx$$
$$= \int_{-b}^{0} (x + b)^2 dx + \int_{0}^{b} (x - b)^2 dx = \left[\frac{(x + b)^3}{3}\right]_{-b}^{0} + \left[\frac{(x - b)^3}{3}\right]_{0}^{b} = \frac{2b^3}{3}$$

(4) $\dfrac{2b^3}{3} = \dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ を解いて $b = \sqrt{2}$

$l_1$ と $l_2$ が直交するので $(2b + a)(-2b + a) = -1$

これを解いて $a = \pm\sqrt{7}$ を得る。 $a > 0$ より $a = \sqrt{7}$

（40点）