物理（工学部・情報科学部）

物　　理

Ⅰ　空所を埋め，問いに答えよ。（配点 60/150）

以下はいずれも空気による効果（空気抵抗や圧力）は無視できるものとする。また重力加速度の大きさを g とする。

大きさが無視でき，質量がそれぞれ M_{a}，M_{b} の物体 a と b を，十分長くて軽い，ばね定数が k のばねの両端につなげ，物体 a を上，物体 b を下にして，鉛直に立てたなめらかな筒に入れた。これにより，これらの物体は鉛直方向のみに運動するものとする。

（1）　図 1 のように，物体 b を床面から高さ h の位置に持ってきて，ばねが自然の長さになるように 2 つの物体を静止させた。そして時刻 0 s において 2 つの物体を同時に自由落下させたところ，物体 b は床に完全非弾性衝突して静止し，その後物体 a は，

- ばねを縮めながらさらに落下し続け，
- 自然の長さより L だけ縮んだときに《最下点》に達し（図 2），
- ばねに押し返され上方に運動を続けた。

問 1　物体 b が落下を開始してから床面に衝突するまでにかかる時間を求めよ。

問 2　物体 b が床面に衝突した瞬間の物体 a の速さを求めよ。

物体 b が床面に衝突した瞬間の物体 a の運動エネルギーは $\boxed{\quad\text{ア}\quad}$ であり，《最下点》を基準点とした重力による位置エネルギーは L を用いて $\boxed{\quad\text{イ}\quad}$ と表せる。一方，《最下点》到達時にばねに蓄えられる弾性エネルギーは L を用いて $\boxed{\quad\text{ウ}\quad}$ と表せる。これらより L を求めると $L=$ $\boxed{\quad\text{エ}\quad}$ である。

このあと，物体 a は上方への運動を続けるが，まず物体 b が床面に接したまま動かないと仮定しよう。すると，物体 a がもっとも高い位置に達するときのばねの自然の長さに対する伸び L' は $L'=$ $\boxed{\quad\text{オ}\quad}$ である（図 3）。しかし実際は h が十分大きければ，ばねが L' だけ伸びる前に物体 b は飛び上がってしまう。なぜならば，ばねが物体 b を引き上げる力の大きさが，物体 b にはたらく重力の大きさより大きくなるためである。物体 b が飛び上がるための h の条件は $h>$ $\boxed{\quad\text{カ}\quad}$ である。

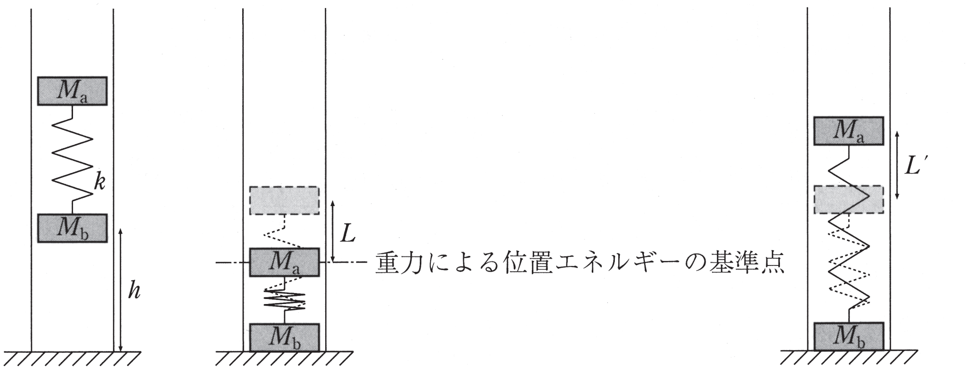


図 1　初期位置　　図 2　物体 a《最下点》　　図 3　物体 a《最上点》

（2）　図４のように，物体ａとばねをつなげ，ばねの一端を床に固定し，ばねの力と重力がつり合うように物体ａを静止させた。そして物体ａの上方から質量 m の小球を静かに落下させたところ，物体ａと反発係数 e で非弾性衝突した。ただし $0 < e < 1$ とする。この衝突の瞬間の時刻を０ｓとし，衝突直前の小球の速度，衝突直後の小球の速度，衝突直後の物体ａの速度を下向きを正としてそれぞれ v，v_0，V_0 とする。（図４のように x 軸をとる。）

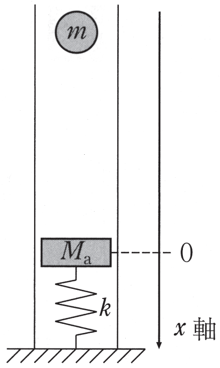


図４　小球と物体ａ

問３　v，v_0，V_0，e の関係を表す式を示せ。

問４　v，v_0，V_0，m，M_a の関係を表す運動量保存の法則の式を示せ。

問５　v_0 を m，M_a，e，v を用いて求めよ。

ここで，衝突後の時刻 t における物体ａの位置を，衝突した位置を原点として下向きを正として $X(t)$ で表すと，ふたたび物体ａと小球が衝突するまでのあいだは

$$X(t) = A\sin\sqrt{\frac{k}{M_a}}\,t$$

となることがわかっている。

問６　A を V_0，M_a，k を用いて表せ。

物体ａとの衝突後，小球は初速度 v_0 で重力による等加速度運動を開始する。その後時刻 t_1 において物体ａと２度目の衝突をする。この時刻 t_1 を求めることを考えよう。

問７　衝突時は小球の位置と物体ａの位置が等しい。このことを v_0，A，M_a，k，t_1 を用いて１つの方程式で示せ。これを t_1 について解けば衝突の時刻がわかるが本問では解く必要はない。

Ⅱ　空所を埋めよ。ただし，$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ は数値で答え，$\boxed{\text{ケ}}$ は表から材質名を選択せよ。
(配点 45/150)

(1)　電気回路では電流の流れにくさを電気抵抗 R〔Ω〕として表す。一様で同じ材質の場合では，電気抵抗の大きさ R は物体の長さ L〔m〕に比例し，断面積 S〔$\mathrm{m^2}$〕に反比例するので，

$$R = \rho\frac{L}{S} \qquad ①$$

となる。比例定数 ρ〔Ω・m〕は抵抗率とよばれ，材質によって異なった値をもつ。電気抵抗がなぜ生じるのか，金属の場合について以下に考えてみる。

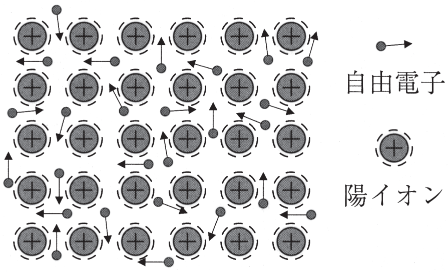


図1

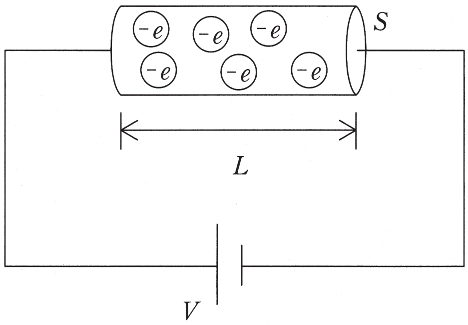


図2

身の回りにある銅やアルミニウムなどの金属中では，図1のイメージ図に示すように規則的に配列した陽イオンの間を自由電子が自由に動き回る。図2のように長さ L，断面積 S の一様な金属棒に電圧 V〔V〕を加えると，金属内に強さが $\boxed{\text{ア}}$〔V/m〕の一様な電場（電界）が生じる。金属中の自由電子の電気量を $-e$〔C〕とすると，電子は電場から大きさが $\boxed{\text{イ}}$ の力を受けて加速されるが，すぐに熱運動する陽イオンと衝突して減速される。自由電子は金属導体中を加速と減速を繰り返しながら，平均するとある一定の速度で電場と逆の向きに移動していく。電子の運動を妨げる抵抗力の大きさは，電子の移動する速さ v〔m/s〕に比例し，その比例定数を k〔N・s/m〕とすると kv と表される。一定の速さで運動するので，

電場からの力の大きさ＝抵抗力の大きさ

となり，電子の移動する一定の速さは $v = \boxed{\text{ウ}}$〔m/s〕で与えられる。金属中の単位体積（$1\ \mathrm{m^3}$）あたりに含まれる自由電子の個数を n〔個/$\mathrm{m^3}$〕とする。単位時間（1 s）あたりに金属棒の断面を通過する電気量の大きさが電流の大きさ I〔A〕であるから，$I = \boxed{\text{エ}} \times v$ となる。これに v として $\boxed{\text{ウ}}$ を用いると，$I = \boxed{\text{オ}} \times V$ となる。これは電流と電圧が比例するオームの法則を表し，この金属の抵抗は $\dfrac{1}{\boxed{\text{オ}}}$ で与えられる。

したがって，抵抗率 ρ は $\boxed{\text{カ}}$ で与えられる。すなわち，金属の単位体積中の自由電子の個数 n が多く，自由電子が運動するときに受ける抵抗力の比例定数 k が小さい材質ほど抵抗率は小さい。

（2） 起電力60Vで内部抵抗が無視できる電池E，50Ωの抵抗R_1，10Ωの抵抗R_2，10Ωの抵抗R_3，R_x〔Ω〕の抵抗R_x，検流計を図3のように接続して回路をつくった。このとき，回路内の検流計の指示値はちょうど0を示した。したがって，抵抗R_xの抵抗値はR_x = $\boxed{\text{キ}}$ Ω，および抵抗R_xに流れる電流の大きさはI_x = $\boxed{\text{ク}}$ Aである。また，このときの抵抗R_xの断面積が8.0×10^{-8} m^2，長さが10mであった。（1）の①式を用いて抵抗R_xの抵抗率を求めることにより，この材質は表から $\boxed{\text{ケ}}$ であると考えられる。

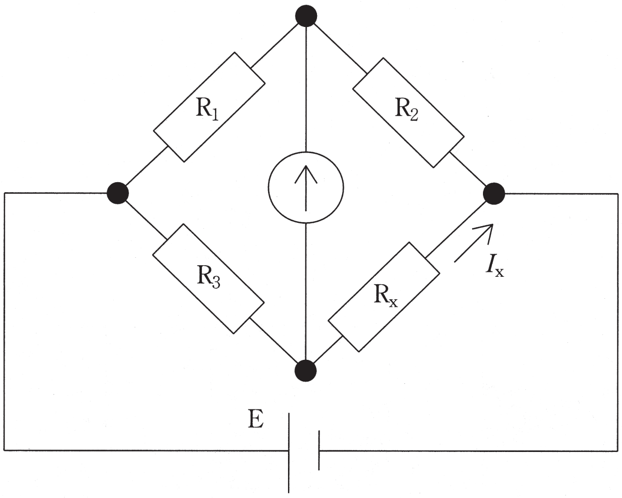


図3

表

材　質	抵抗率ρ〔$\times 10^{-8}$ Ω・m〕
銅	1.6
アルミニウム	2.5
タングステン	4.9
鉄	8.9
ニクロム	110

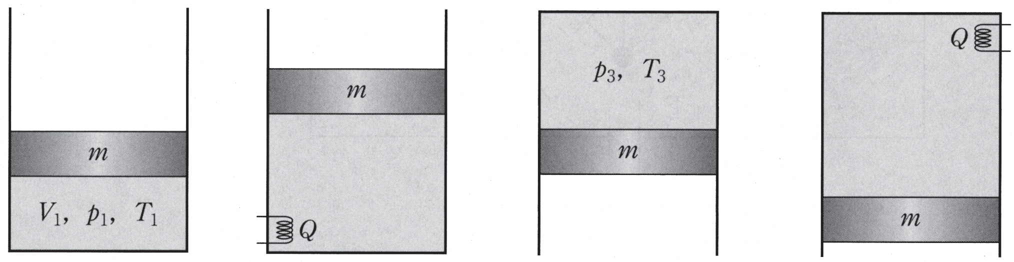
Ⅲ 問いに答えよ。(配点 45/150)

鉛直に立てられたシリンダー内に物質量 n の理想気体を閉じ込める（図(a)）。ピストンは質量 m，断面積 S で，シリンダーに沿ってなめらかに動く。シリンダーとピストンは断熱材でできていて，ヒーターを通して内部の気体を温めることができる。この気体の内部エネルギーは絶対温度 T を用いて，$U = anRT$（R は気体定数，a は定数）と表される。以下では重力加速度の大きさを g，シリンダー外部の大気圧を p_0 とする。

（1） はじめ気体は体積が V_1，圧力が p_1，絶対温度が T_1 であった。これを状態 1 とする。

1）気体の状態方程式より，T_1 を p_1 を用いて表せ。

2）気体の圧力 p_1 を大気圧 p_0 を用いて表せ。



(a) 状態 1　(b) 状態 2　(c) 状態 3　(d) 状態 4

図　シリンダー内の理想気体と各状態

（2） 気体に熱量 Q を与えるとピストンはゆっくりと上昇して止まった（図(b)）。これを状態 2 とする。

3）状態 1 から状態 2 への状態変化の名称を答えよ。

4）状態 1 から状態 2 への変化で気体が**した**仕事を W_{12}，そのときの気体の温度変化を $\varDelta T_{12}$，体積変化を $\varDelta V_{12}$ とする。次式の空所 ア を埋めよ。ただし，$W_{12} = p_1 \varDelta V_{12}$ を利用し，Q を**用いず**に埋めよ。

$$W_{12} = \boxed{\text{ア}} \times \varDelta T_{12} \qquad ①$$

5）熱力学の第 1 法則を利用して仕事 W_{12} を $\varDelta T_{12}$ を用いて表す。次式の空所 イ を埋めよ。

$$W_{12} = Q - \boxed{\text{イ}} \times \varDelta T_{12} \qquad ②$$

6）①式および②式を利用して $\varDelta T_{12}$ を a，n，Q，R で表せ。

（3） ふたたび状態1のシリンダーを用意し，ゆっくりと上下逆さまにする。すると，ピストンはある位置で止まった（図(c)）。これを状態3とする。

7）状態1から状態3への状態変化の名称を答えよ。

8）気体の圧力 p_3 を p_0 を用いて表せ。

9）気体の温度はどう変化するか。｛上がる，下がる，変化しない｝から選び，**語句**で答えよ。

10）この変化で気体が**した**仕事を W_{13} とするとき，気体の温度変化 $\varDelta T_{13}$ を求めよ。

11）断面積 10 cm^2 のシリンダーに質量 15 kg のピストンを用いると図(c)の状態3のようにはならない。どのようになるか簡潔に述べよ。シリンダー外部の大気圧を $p_0 = 10^5$ Pa，重力加速度の大きさを $g = 9.8$ m/s^2 とする。

（4） 状態3の気体に，状態1から状態2の変化で与えたのと同じ熱量 Q を与えるとピストンはゆっくりと下降し止まった（図(d)）。これを状態4とする。

12）このときの温度変化 $\varDelta T_{34}$ は $\varDelta T_{12}$ と比べてどうなるか。｛大きい，小さい，等しい｝から選び，**語句**で答えよ。また，その理由も答えよ。