

I

【数学①・数学②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。(配点 40)

- (1) 整式 $P(x)$ を $x+3$ で割ると余りが 1, $P(x)$ を $x-2$ で割ると余りが 11 となるとき,

$P(-3) = \boxed{\text{ア}}$ であり, $P(x)$ を x^2+x-6 で割ると余りは $\boxed{\text{イ}}$ となる。

- (2) $i^2 = -1$ とする。 $\alpha = 1+2i$, $\beta = -1+i$, $\gamma = -10-11i$ のとき,

$\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ を $a+bi$ (a, b は実数) の形で表すと $a = \boxed{\text{ウ}}$, $b = \boxed{\text{エ}}$ である。

- (3) $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 2\sin\left(x + \boxed{\text{オ}}\right)$ である。ただし, $0 \leq \boxed{\text{オ}} < 2\pi$ とする。

また, $0 \leq x < \pi$ のとき, $\sqrt{3}\sin x + \cos x \geq 1$ となる x の値の範囲は

$0 \leq x \leq \boxed{\text{カ}}$ である。

- (4) 5 枚の硬貨を同時に投げたとき, 「表が 4 枚で, 裏が 1 枚」となる確率は $\boxed{\text{キ}}$ であり,

「表が 3 枚で, 裏が 2 枚」または「表が 2 枚で, 裏が 3 枚」となる確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

II

【数学①・数学②，どちらも解答】

1 辺の長さが 1 の正四面体 OABC について

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。

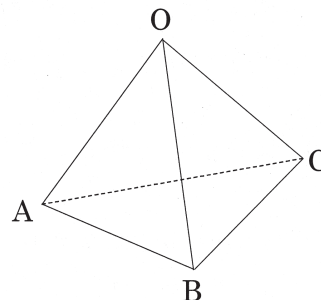
また, 辺 OA を 1 : 1 に内分する点を D,

辺 OB を 2 : 1 に内分する点を E,

辺 OC を $s : (1-s)$ に内分する点を F

とする。ただし, $0 < s < 1$ である。

次の空所を埋めよ。(配点 35)



- (1) $\overrightarrow{OE} = \boxed{\text{ア}} \vec{b}$ である。さらに, $\triangle DEF$ の重心を G とするとき,

$\overrightarrow{OG} = \boxed{\text{イ}} (\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF})$ と表すことができる。

- (2) 直線 AG 上にある点を P とする。

$\overrightarrow{AP} = t \overrightarrow{AG}$ (t は実数) とするとき,

$\overrightarrow{AP} = \boxed{\text{ウ}} t \vec{a} + \boxed{\text{エ}} t \vec{b} + \frac{1}{3} st \vec{c}$

と表すことができる。

さらに, 点 P が平面 OBC と直線 AG との交点のとき,

$t = \boxed{\text{オ}}$ である。

- (3) 辺 BC の中点を M とする。点 P が線分 OM 上にあるとき, $s = \boxed{\text{カ}}$ であり,

そのときの $\overrightarrow{OP}$ の長さは $\boxed{\text{キ}}$ である。

III**【数学 ① のみ解答】**

関数 $f(x) = \cos x - \sin x \cos x$ について、次の問いに答えよ。

ただし、 $0 \leq x \leq \pi$ とする。(配点 35)

- (1) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸との共有点の座標を求めよ。
- (2) $f'(x) = 0$ となる x の値を求めよ。
- (3) $f(x)$ の増減を調べ、 $y = f(x)$ のグラフをかけ。ただし、凹凸は調べなくてよい。
- (4) 定積分 $\int_0^{\pi} |f(x)| dx$ の値を求めよ。

IV**【数学 ① のみ解答】**

k を定数とし、曲線 $C: y = \log(x+k)$ と直線 $y = 1$ との交点の座標を $(a, 1)$ とする。

次の問いに答えよ。(配点 40)

- (1) a を k で表せ。
- (2) 曲線 C が原点 O を通るとき、定数 k の値を求めよ。
- (3) k を (2) で求めた値とすると、曲線 C 、 x 軸および直線 $x = a$ で囲まれた図形の面積を求めよ。
- (4) k を (2) で求めた値とすると、曲線 C 、 y 軸および直線 $y = 1$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

V

【数学 ② のみ解答】

$a_{10} = 32$, $a_{15} = 1024$ である等比数列 $\{a_n\}$ について、次の空所を埋めよ。(配点 35)

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の初項は ア であり、公比は イ である。
- (2) $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とする。 S_n を n の式で表すと、 $S_n =$ ウ であり、
 $S_n < 20$ となる最大の n の値は エ である。
- (3) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \log_{10} a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) と定める。一般項 b_n を n の式で表すと、
 $b_n =$ (オ) $\times \log_{10} 2$ である。また、 $T_n = \sum_{k=1}^n b_k$ としたとき、 T_n を n の式で表すと、
 $T_n =$ (カ) $\times \log_{10} 2$ であり、 $T_n > 0$ となる最小の n の値は キ である。

VI

【数学 ② のみ解答】

$f(x) = x^2 + kx + 2k - 3$ について、方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解 α , β をもつとする。次の問いに答えよ。ただし、 $\alpha < \beta$ であり、 k は定数とする。(配点 40)

- (1) k の値の範囲を求めよ。
- (2) $(\beta - \alpha)^2$ を k で表せ。
- (3) $F(x) = \int_{\alpha}^x f(t) dt$ とする。 $F(x) = A(x - \alpha)^3 + B(x - \alpha)^2$ の形で表すとき、 k を含まない式で A , B を表せ。
- (4) 曲線 $y = F(x)$ 上に点 P, Q をとる。ただし、 $F(x)$ は P の x 座標で極大となり、Q の x 座標で極小となる。このとき、直線 PQ の傾きが $-\frac{5}{6}$ になるような k の値をすべて求めよ。