数学〔数学①（工学部）、数学②（工学部・情報科学部・知的財産学部）〕

Ⅰ 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) 2 次方程式 $x^2+6x+12=0$ の 2 つの解を α, β とするとき，

$\alpha=-3+\boxed{\text{ア}}\,i$， $\beta=-3-\boxed{\text{ア}}\,i$ である。

ただし，$\boxed{\text{ア}}$ は正の実数であり，$i^2=-1$ である。

このとき，$\alpha^2+\beta^2=\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 1 辺の長さが 6 の正四面体 ABCD がある。

△ABC の外接円の半径 R は，$R=\boxed{\text{ウ}}$ である。

また，辺 CD の中点を M とするとき，△ABM の面積 S は，$S=\boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 平面上の 2 つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ が，$|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=3$, $|3\vec{a}-\vec{b}|=3$ を満たすとする。

このとき，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\boxed{\text{オ}}$ であり，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とすると，

$\theta=\boxed{\text{カ}}$ である。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする。

(4) 大小 2 つのさいころを同時に投げ，出た目の数をそれぞれ a, b とする。

このとき，$a+3=b$ となる確率は $\boxed{\text{キ}}$ であり，

$b^2 > a+3$ となる確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{II}}$ 【数学 ① のみ解答】

次の空所を埋めよ。（配点 30）

(1) 数列　2，6，12，20，30，$\cdots$　の一般項を a_n　（$n=1$，2，3，$\cdots$）　とする。

$\{a_n\}$ の階差数列を $b_n = a_{n+1} - a_n$ と定めると，

数列 $\{b_n\}$ は初項 4，公差 $\boxed{\text{ア}}$ の等差数列である。

よって，数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{イ}}$ であり，$\displaystyle\sum_{k=1}^{10} a_k = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) a を 0 でない実数とし，$f(x) = a\,x^2 + 2(a+1)\,x + a - 2$ とする。

2 次関数 $y = f(x)$ のグラフの頂点 P の座標は $\left(-1-\boxed{\text{エ}},\ -4-\boxed{\text{エ}}\right)$ であり，

a が 0 でない実数値をとって変化するとき，頂点 P の軌跡は直線 $y = x - \boxed{\text{オ}}$ である。

また，x についての方程式 $f(x) = 0$ が ただ 1 つの実数解をもつとき，$a = \boxed{\text{カ}}$ である。

Ⅲ　【数学 ① のみ解答】

平面上の 3 点 O，A，B が $\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\sqrt{2}$，$\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{\pi}{2}$ を満たすとする。

線分 AB の中点を C とし，線分 OC 上の点 P に対して，

$\angle\mathrm{PAC}=\theta \quad \left(0<\theta<\dfrac{\pi}{4}\right)$ とする。

このとき，次の問いに答えよ。（配点 30）

(1) AC を求めよ。

(2) $\mathrm{OP}+\mathrm{AP}+\mathrm{BP}=\dfrac{a\cos\theta+b\sin\theta+c}{\cos\theta}$ を満たす定数 a，b，c の値を求めよ。

(3) a，b，c を (2) で求めた値とし，$f(\theta)=\dfrac{a\cos\theta+b\sin\theta+c}{\cos\theta}$ とするとき，$f(\theta)$ を微分せよ。

(4) $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$ における $f(\theta)$ の増減を調べ，最小値を求めよ。

$\boxed{\text{Ⅳ}}$ 【数学 ② のみ解答】

次の空所を埋めよ。（配点 30）

(1) 4 で割って 3 余る自然数を小さいものから順に並べたものを

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_n,\ \cdots$$

とすると，数列 $\{a_n\}$ は初項 3，公差 $\boxed{\quad ア \quad}$ の等差数列であり，

一般項は $a_n = \boxed{\quad イ \quad}$ である。

また，4 で割って 1 余る自然数を小さいものから順に並べたものを

$$b_1,\ b_2,\ b_3,\ \cdots,\ b_n,\ \cdots$$

とすると，$\displaystyle\sum_{k=1}^{100} a_k - \sum_{k=1}^{100} b_k = \boxed{\quad ウ \quad}$ である。

(2) $f(x) = 2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} + 32$ とする。

不等式 $f(x) < 0$ を満たす実数 x の値の範囲は，$\boxed{\quad エ \quad} < x < \boxed{\quad オ \quad}$ である。

また，$f(x)$ の最小値 m は，$m = \boxed{\quad カ \quad}$ である。

$\boxed{\mathrm{V}}$ 【数学 ② のみ解答】

座標平面上に 3 点 A(2, 0)，B(2, 1)，P(t, 0) がある。ただし，$0 < t < 2$ とする。

点 Pを通り，直線 BP に垂直な直線と y 軸との交点を C(0, c) とする。

このとき，次の問いに答えよ。（配点 30）

(1) △PAB の面積を t を用いて表せ。

(2) c を t を用いて表せ。

(3) △PBC の面積 S を t を用いて表せ。

(4) $0 < t < 2$ における S の最大値を求めよ。