

I 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) 連立不等式
$$\begin{cases} 2x^2 - 7x + 5 < 0 \\ 3x^2 - 2x - 5 > 0 \end{cases}$$
 を解くと， $\boxed{\text{ア}}$ $< x <$ $\boxed{\text{イ}}$ となる。

(2) 84 の正の約数は全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 個あり，それらの総和は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3) $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{5}$ のとき， $\sin\theta - \cos\theta = \boxed{\text{オ}}$ であり， $\sin 2\theta = \boxed{\text{カ}}$ である。

(4) $\boxed{0}$ ， $\boxed{1}$ ， $\boxed{2}$ ， $\boxed{3}$ ， $\boxed{4}$ の 5 枚のカードの中から

4 枚を並べてできる 4 桁の整数のうち，偶数は $\boxed{\text{キ}}$ 個ある。

それらの偶数のうち，10 で割り切れないものは $\boxed{\text{ク}}$ 個ある。

Ⅱ

【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。(配点 35)

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。

$S_n = 2a_n - 3n - 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つとき，

$a_1 = S_1$ であることより $a_1 = \boxed{\text{ア}}$ であり， $a_2 = \boxed{\text{イ}}$ である。

a_{n+1} を a_n の式で表すと， $a_{n+1} = 2a_n + \boxed{\text{ウ}}$ となる。

また，数列 $\{a_n\}$ の一般項は， $a_n = \boxed{\text{エ}}$ である。

- (2) 平面上の 3 点 O, A, B が，

$|\vec{OA}| = 3$ ， $|2\vec{OA} - 3\vec{OB}| = |\vec{OA} + 3\vec{OB}| = 3\sqrt{6}$ を満たすとき，

$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \boxed{\text{オ}}$ であり， $|\vec{OB}| = \boxed{\text{カ}}$ である。

また， $\triangle OAB$ の面積 S は， $S = \boxed{\text{キ}}$ である。

Ⅲ 【数学 ① のみ解答】

xy 平面上の曲線 $C: y = \cos x - \cos k$ $\left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ について,

次の問いに答えよ。ただし, $0 < k < \frac{\pi}{2}$ とする。(配点 35)

- (1) 曲線 C と x 軸の交点 P の座標を求めよ。
- (2) 曲線 C と x 軸 および y 軸で囲まれた図形の面積 $S(k)$ を求めよ。
- (3) 点 P における C の法線 m の方程式を求めよ。
- (4) 直線 m と x 軸 および y 軸 で囲まれた三角形の面積を $T(k)$ とするとき,

極限值 $\lim_{k \rightarrow +0} \frac{S(k)}{T(k)}$ を求めよ。

Ⅳ 【数学 ① のみ解答】

関数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ について, 次の問いに答えよ。(配点 40)

- (1) $f(0)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ および $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ の値を求めよ。
- (2) 導関数 $(e^x + e^{-x})'$ および $f'(x)$ を求めよ。
- (3) 不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ。
- (4) $k > 1$ とする。曲線 $y = f(x)$, x 軸 および 直線 $x = \log k$ で囲まれた図形の面積が $\log 2$ となるときの k の値を求めよ。

V 【数学②のみ解答】

次の空所を埋めよ。(配点 35)

- (1) $x > 1$ とし, $F = \log_{81} x + \log_x 3$ とする。

$t = \log_3 x$ とおくとき, F を t の式で表すと, $F =$ となる。

相加平均と相乗平均の大小関係より, F は $x =$ のとき,

最小値 をとる。

- (2) n を自然数とする。 $n+1$ を 13 で割ると 2 余り, $n+4$ を 15 で割ると 10 余る。

このとき, n を 5 で割ると 余り, $2n-5$ を 13 で割ると 余る。

ただし, $0 \leq$ < 5 , $0 \leq$ < 13 とする。

また, $n+4$ を 13 で割ると 余り, n を 65 で割ると 余る。

ただし, $0 \leq$ < 13 , $0 \leq$ < 65 とする。

VI 【数学②のみ解答】

関数 $f(x) = (x + |x|)^2 - 2(x + |x|)$ について, 次の問いに答えよ。(配点 40)

- (1) $f(-1)$, $f(1)$, $f(2)$ をそれぞれ求めよ。
- (2) $f(x)$ の最小値を求めよ。
- (3) 直線 $l: y = 2x + 4$ と 関数 $y = f(x)$ のグラフの交点の座標をすべて求めよ。
- (4) 直線 l と 関数 $y = f(x)$ のグラフで囲まれた部分の面積 S を求めよ。