数学〔数学①（工学部・ロボティクス&デザイン工学部）、数学②（全学部）〕

I 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) 2次方程式 $x^2 - kx + 3 = 0$ の2つの解 α, β が，$\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta} = 2$ を満たすとする。

このとき，定数 k の値は $k = \boxed{\text{ア}}$ であり，$\alpha^3 + \beta^3 = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $r > 0$ とする。初項4，公比 r の等比数列 $\{a_n\}$ の第9項が $\dfrac{1}{64}$ であるとき，

$r = \boxed{\text{ウ}}$ であり，$\displaystyle\sum_{k=1}^{100} a_k < m$ を満たす最小の自然数 m は，$m = \boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 三角関数の合成により，$2\sin\theta + \sqrt{5}\cos\theta = \boxed{\text{オ}}\sin(\theta + \alpha)$ と表される。

このとき，$\tan 2\alpha = \boxed{\text{カ}}$ である。ただし，$0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ とする。

(4) 袋の中に8個の球があり，それぞれに1から8までの数字が1つずつ書いてある。

この袋から球を1つ取り出して数字を確認し，袋の中に戻す。

この試行を2回くり返し，確認した2つの数の積を p とする。

p が3の倍数である確率は $\boxed{\text{キ}}$ であり，また，p が6の倍数である確率は

$\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{II}}$ 【数学 ① のみ解答】

次の空所を埋めよ。（配点 30）

(1) 原点 O を中心とする円 $C : x^2 + y^2 = 25$ について，

C 上の点 P$\left(\sqrt{5},\, 2\sqrt{5}\right)$ における接線 l_1 の方程式は $y = \boxed{\text{ア}}$ である。

また， C 上の点 Q$(3,\, -4)$ における接線 l_2 と l_1 との交点 R の座標は $\left(\boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウ}}\right)$

であり， $\tan\angle\mathrm{PRQ} = \boxed{\text{エ}}$ である。

(2) $a > 0$ とし， $f(x) = \log_2(x^2 + a)$，$g(x) = 2\log_4(4x^2 - 4x + 3)$ が $f(0) = g(0)$ を満たすとする。 このとき， $a = \boxed{\text{オ}}$ であり，不等式 $f(x) > g(x)$ を解くと，

$\boxed{\text{カ}} < x < \boxed{\text{キ}}$ である。 また，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\{f(x) - g(x)\} = \boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅲ 【数学 ① のみ解答】

関数 $f(x) = 6x + e^{2x} - 8e^{x}$ について， 次の問いに答えよ。（配点 30）

(1) $f(x)$ を微分せよ。

(2) $f(x)$ の増減を調べて極値を求めよ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 6x + a$ が共有点をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{\text{IV}}$　**【数学 ② のみ解答】**

次の空所を埋めよ。（配点 30）

(1) 関数 $f(x)=-x^3+3x+16$ を微分すると，$f'(x)=$ $\boxed{\quad ア \quad}$ であり，

$f(x)$ は $x=$ $\boxed{\quad イ \quad}$ のとき極小値をとる。

また，方程式 $f(x)=k$ が異なる 3 つの実数解をもつような定数 k の値の範囲は，

$\boxed{\quad ウ \quad}$ $<k<$ $\boxed{\quad エ \quad}$ である。

(2) 方程式 $|x-2|=2x-1$ を解くと，$x=$ $\boxed{\quad オ \quad}$ である。

また，不等式 $|x-2|+|2x+1|>x^2+1$ を解くと，

$\boxed{\quad カ \quad}$ $<x<$ $\boxed{\quad キ \quad}$ である。

$\boxed{\mathrm{V}}$ 【数学 ② のみ解答】

a を実数とし， 放物線 $C : y = x^2 + ax + 2$ 上の点Pにおける接線を l とする。

l の傾きが -1 であるとき， 次の問いに答えよ。（配点 30）

(1) 点Pの x 座標を a を用いて表せ。

(2) l の方程式を求めよ。また，l が原点を通るような a の値をすべて求めよ。

(3) l が原点を通らないとする。このとき， l と x 軸 および y 軸 で囲まれた図形が，面積が2の三角形となるような a の値をすべて求めよ。

(4) a を (3) で求めた値のうち最も大きなものとするとき， C と l および y 軸 で囲まれた図形の面積を求めよ。