物　　理

Ⅰ　空所を埋め，問いに答えよ。［　ク　］はどちらかを選んで答えよ。(配点 60)

固定された台に，長さ ℓ の軽いゴムひもの一端を取り付けて鉛直につるし，ゴムひもの下端に質量 m のおもりを付ける。ゴムひもが自然長のときのおもりの位置を原点とし，鉛直下向きに x 軸をとる。このおもりの水平方向の運動は十分小さく無視でき，鉛直方向のみの運動を考える。ゴムひもの伸びと弾性力の大きさの間にはフックの法則が成り立つとする。フックの法則の比例定数を k，重力加速度の大きさを g とし，おもりにはたらく空気抵抗は無視できる。

(1)　図1に示すように，ゴムひもは自然長から伸びて，おもりはつりあいの位置で静止している。そのときのおもりの位置の x 座標は［　ア　］である。その状態から，さらに鉛直下向きに A ($0 < A <$［　ア　］) だけ伸ばし，おもりを静かにはなすと，おもりは単振動を行った。その周期は［　イ　］である。

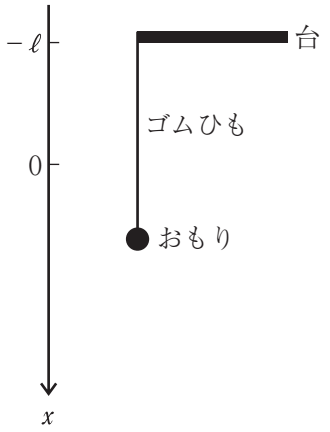


図1

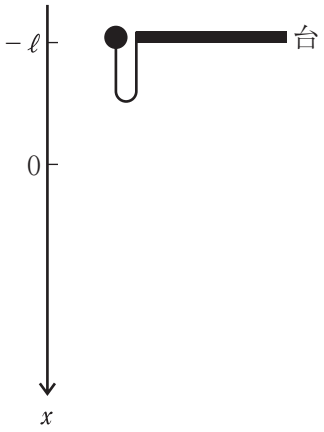


図2

(2)　図2に示すように，$x = -\ell$ の位置からおもりを静かにはなした。

問1　おもりが台の端から $x = 0$ の点に到達するのにかかる時間を求めよ。

問2　おもりが $x = 0$ を通過するときの速さを求めよ。

$x > 0$ のとき，位置 x にあるおもりの運動方程式を考える。おもりの加速度を a とすると，

$$ma = \boxed{\text{ウ}} \qquad ①$$

が成り立つ。

位置 x (> 0) でのおもりの速さ v について，力学的エネルギー保存則を用いて考えてみよう。$x = -\ell$ の位置から x の位置まで落下したときに，おもりは重力による位置エネルギーを［　エ　］だけ失うことになる。位置 x におもりがあるとき，ゴムひもにたくわえら

れる弾性エネルギーの大きさは［　オ　］である。位置エネルギーの減少分と，弾性エネルギーと運動エネルギーの和の増加分が等しいので，次の式が成り立つ。

$$［\ \text{エ}\ ］ = ［\ \text{オ}\ ］ + \frac{1}{2}mv^2 \qquad ②$$

式②より，位置 x でのおもりの速さ v を求めることができる。つりあいの位置を通過するときのおもりの速さ V を求めると，

$$V = \sqrt{2g\ell + ［\ \text{カ}\ ］} \qquad ③$$

となる。

（3） その後，おもりは落下し続け，最下点に達した。その時の様子を図3に示す。最下点の位置 X は，

$$X = ［\ \text{ア}\ ］ + \sqrt{\left(［\ \text{ア}\ ］\right)^2 + ［\ \text{キ}\ ］} \qquad ④$$

となる。式①を用いると，最下点でのおもりの加速度の向きは［　ク（x 軸の正の向き，x 軸の負の向き）　］であり，その大きさ a_X は，

$$a_X = \sqrt{g^2 + ［\ \text{ケ}\ ］} \qquad ⑤$$

である。

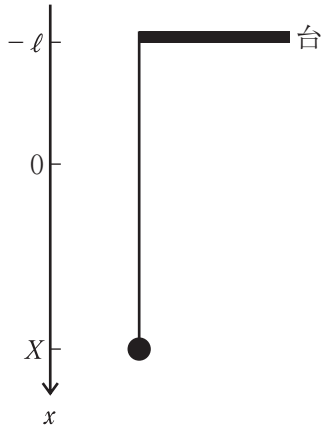


図3

問3　図4のように，縦軸に加速度 a をとり，横軸におもりの位置 x をとったときのグラフを $-\ell \leqq x \leqq X$ の範囲で解答欄に示せ。

問4　（2）と（3）のように，おもりを $x = -\ell$ の位置から静かにはなし，最下点に達するまでに，おもりの速さが最大となる位置を，以下の（a）から（c）のうち記号で1つ選べ。また，選んだ理由を述べよ。

（a）　$x = 0$（ゴムひもが自然長のとき）

（b）　つりあいの位置

（c）　最下点

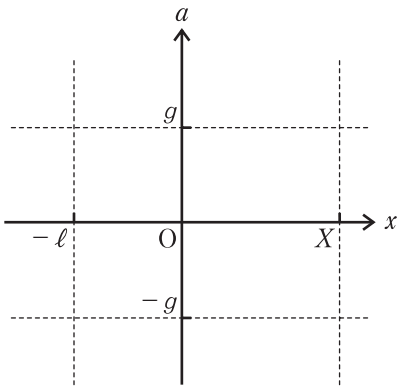
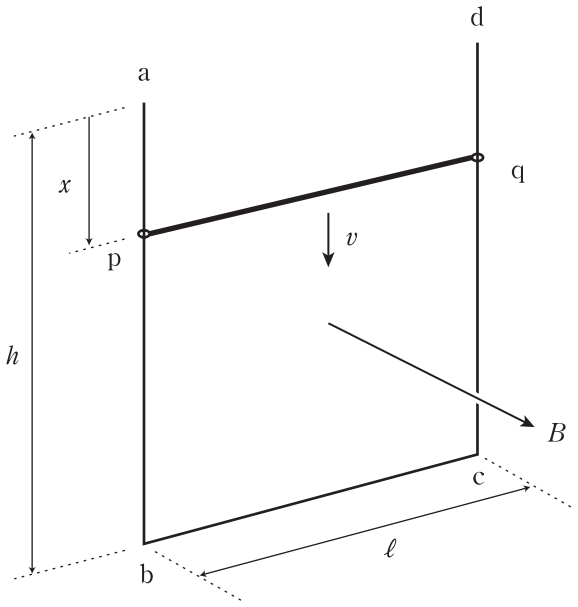


図4

Ⅱ　空所を埋め，問いに答えよ。［　エ　］は人名で答えよ。（配点 45）

図のように，磁束密度の大きさが B の一様な磁場（磁界）が水平方向にかけられている。この磁場内で，間隔 ℓ で平行に並べられた長さ h の導体でできたレール ab およびレール dc を，鉛直方向に固定して水平な面上に立てる。レールの端 b および c は長さ ℓ のまっすぐな導線 bc で結ぶ。abcd で作られる面は磁場に垂直であり，bc は水平である。レールの上端 a および d に，レールに沿って上下に自由に移動できる長さ ℓ のまっすぐな導体棒 pq を接触させる。導体棒 pq の電気抵抗の値は R，質量は m で，レール ab，レール dc，および導線 bc の電気抵抗は無視する。また，レールと導体棒 pq の間の摩擦はないものとし，重力加速度の大きさを g とする。

時刻 $t = 0$ において，この導体棒 pq を水平を保ちながら静かに上端 a および d からレールに沿って落下させる。その後，図のように，導体棒 pq は水平を保ちながら落下した。時刻 t のとき，ap の長さを x，下向きを正としたときの導体棒 pq の落下速度を v とする。以下ではレールは十分長いものとする。また，閉回路 pbcq の自己インダクタンスは無視する。



図

時刻 t のとき，閉回路 pbcq を貫く磁束 Φ は

$$\Phi = \boxed{\quad ア \quad} \times \ell(h - x)$$

である。また，時刻 t のとき，閉回路 pbcq 内に生じる起電力の大きさは［　イ　］である。

時刻 t のとき，閉回路 pbcq を流れる電流の大きさ I を B，ℓ，v，R を使って表すと

$$I = \boxed{\text{ウ}} \times v \qquad ①$$

となる。この閉回路 pbcq を流れる電流の向きは，［エ］の法則により決まる。その電流の向きは［オ］となる。（ただし，［オ］については，電流の向きの選択肢

$$\{(\text{i})\ \text{p} \to \text{q} \to \text{c} \to \text{b} \to \text{p},\ (\text{ii})\ \text{q} \to \text{p} \to \text{b} \to \text{c} \to \text{q}\}$$

の中から正しいものを選び，記号(i)または(ii)で答えよ。）

その後，十分に時間がたつと，導体棒 pq は，ある速度を保持しながらレールに沿って等速で落下し続ける。この速度を終端速度という。

導体棒 pq が終端速度 v_0 でレールに沿って落下しているときに，閉回路 pbcq を流れる電流の大きさを I_0 とする。そのとき，導体棒 pq で発生している単位時間あたりのジュール熱は，R と I_0 を用いると，［カ］と表される。このとき，エネルギー保存の法則より，m，g，v_0，R，I_0 の間に次の関係式が成立している。

$$\boxed{\text{カ}} = mgv_0 \qquad ②$$

また，式①と同様な次の関係式が v_0 と I_0 の間に成立している。

$$I_0 = \boxed{\text{ウ}} \times v_0 \qquad ③$$

式②と式③を終端速度 v_0 と電流の大きさ I_0 を決定するための連立方程式として利用することができる。

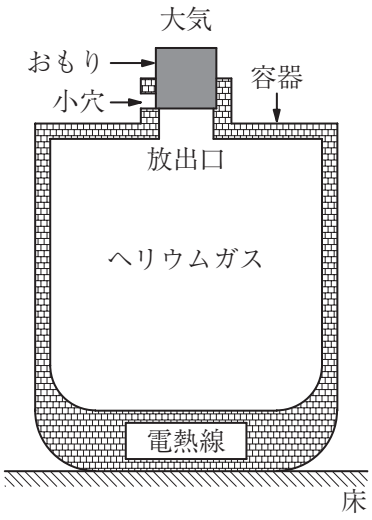
問１　式②の右辺はどのような物理量であるか説明せよ。

問２　終端速度 v_0 を m，g，R，B，ℓ で表せ。

問３　電流の大きさ I_0 を m，g，B，ℓ で表せ。

Ⅲ　問いに答えよ。（配点 45）

図のようなヘリウムガスを閉じ込めた容器を考える。ヘリウムガスは，理想気体として扱うものとする。容器には，気体を放出させる小穴とおもりが取り付けられている。また，容器には電熱線が埋め込まれている（以下では，電熱線を含む容器を電熱線付き容器と呼ぶ)。おもりは，小穴に通ずる気体の放出口に置かれていて，容器のふたの役割をし，容器内に落下することはない。おもりの下面は容器と接触しているが，その接触している部分の面積は無視できるほど小さい。



図

（1）　おもりと電熱線付き容器をあわせた質量は 4.0 kg で，容器内部の体積は $5.0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^3}$ であり，ヘリウムガスでみたされている。ただし，おもりと電熱線付き容器の比熱は等しく，ともに $4.5 \times 10^{2}\,\mathrm{J/(kg \cdot K)}$ とする。また，ヘリウムガスの 1 mol あたりの質量は $4.0 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}$ であり，その密度を $0.16\,\mathrm{kg/m^3}$ とし，その定積モル比熱を $12.5\,\mathrm{J/(mol \cdot K)}$ とする。

問1　おもりと電熱線付き容器をあわせた熱容量を求めよ。

問2　容器内のヘリウムガスの質量を求めよ。

問3　容器内のヘリウムガスの物質量を求めよ。

問4　体積一定の下での容器内のヘリウムガスの熱容量を求めよ。

（2）　図のように，大気中において，電熱線付き容器を水平な床の上に固定する。大気の圧力を p_0〔Pa＝N/m^2〕とし，その温度を T_0〔K〕とする。電熱線から発生するジュール熱は，すばやくヘリウムガス，おもり，および電熱線付き容器の全体に伝わるものとし，それらの温度は常に等しいものとする。また，その熱がおもりと容器の表面から大気と床へ伝わることはないものとする。さらに，おもりと電熱線付き容器の変形は無視し，おもりは常に鉛直方向になめらかに動くものとする。

はじめ，ヘリウムガスの圧力と温度は，それぞれ大気の p_0 と T_0 に等しい。電熱線によって，ヘリウムガス，おもり，および電熱線付き容器を加熱すると，時間の経過とともに，ヘリウムガスの圧力が上昇する。やがて，ある圧力になるとおもりが浮き上がり，ヘリウムガスが小穴からもれ始める。このヘリウムガスがもれ始めるまでの時間を求めよう。ただし，電熱線の消費電力を E〔W＝J/s〕とする。おもりの質量は m〔kg〕で，その上面と下面は水平で，それらの面積は等しく，ともに S〔m^2〕とする。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。

問5　加熱を始めてから時間 t〔s〕が経過する間に電熱線から発生するジュール熱を求めよ。

ヘリウムガス，おもり，および電熱線付き容器をあわせた熱容量を C〔J/K〕で一定とし，それらに熱量 Q〔J〕が加えられると，ヘリウムガスの温度は，

$$T_0 + \frac{Q}{C} \qquad ①$$

となる。

問6　ボイル・シャルルの法則によって，温度が式①になるときのヘリウムガスの圧力を求めよ。

問7　ヘリウムガスの圧力が p〔Pa〕になるとき，ヘリウムガスがおもりを鉛直上向きに押す力の大きさを求めよ。ただし，ヘリウムガスの圧力はおもりの下面の大きさ S の面積全体に加わるものとする。

問8　大気がおもりを鉛直下向きに押す力とおもりにはたらく重力の合力の大きさを求めよ。

ヘリウムガスがおもりを鉛直上向きに押す力の大きさが，大気がおもりを鉛直下向きに押す力とおもりにはたらく重力の合力の大きさを超えると，おもりが浮き，ヘリウムガスが小穴からもれ始める。

問9　加熱を始めて，ヘリウムガスが小穴からもれ始めるまでの時間を求めよ。ただし，物理量は表に示された数値を用いよ。

表

m	4.0×10^{-1}	kg
S	1.96×10^{-4}	m^2
CT_0	5.4×10^{5}	J
E	2.0×10^{2}	W
p_0	1.0×10^{5}	Pa
g	9.8	m/s^2