物　　　　理

Ⅰ　空所を埋め，問いに答えよ。$\boxed{\text{ア}}$ は語句で埋めよ。（配点 60）

（１）　図１に示すような，なめらかな曲面ＡＢからなる発射台がある。点Ｂを通る水平面からの高さが H_0 の点で，質量 m の小球を静かにはなした。小球は重力と曲面からの垂直抗力を受けて運動し，点Ｂから水平面に対して角度 θ $\left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ の向きに，速さ v_0 で飛び出した。垂直抗力は小球に $\boxed{\text{ア}}$ をしないので，重力加速度の大きさを g とすると，$v_0 = \boxed{\text{イ}}$ である。

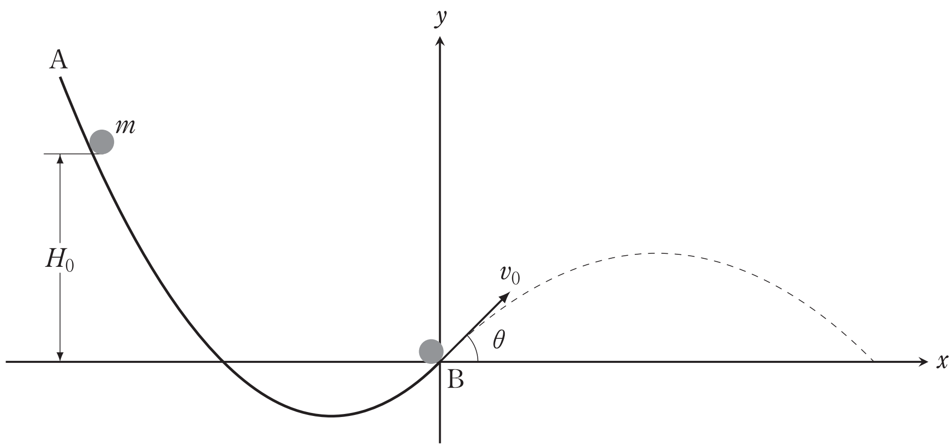


図１

以下では，点Ｂを原点とし，水平右向きに x 軸，鉛直上向きに y 軸をとり，空気抵抗を無視して小球の運動を考える。小球が点Ｂから飛び出した瞬間を時刻 $t = 0$ とする。

時刻 t（$t > 0$）における小球の速度は，

$$v_x = v_0 \cos\theta, \qquad v_y = v_0 \sin\theta - \boxed{\text{ウ}}$$

となり，小球の位置は

$$x = (v_0 \cos\theta)t, \qquad y = (v_0 \sin\theta)t - \boxed{\text{エ}}$$

となる。x，y の式から時刻を消去して小球の軌道を表す式を導くと，

$$y = \boxed{\text{オ}} \times x^2 + x \tan\theta$$

となる。この右辺は x の２次関数であるから，軌道（図１の破線）は放物線となる。飛び出した小球は $t = T$ の時に水平面上に落下した。このときの x の値は，以下の式で与えられる。

$$x = \frac{{v_0}^2}{g} \sin 2\theta$$

問１　$t = 0$ から水平面上に落下するまでの v_y のグラフを，解答欄の図に示せ。

問２　小球が最高点に達する時刻を，問１のグラフの t 軸上に●（黒丸）で示せ。

問３　時刻 T を求めよ。

（2） 図1と同じ発射台を月面に，図1と同じ条件で設置し，同じ高さ H_0 の点で小球を静かにはなした。

問4　この時，発射台の先端（B点）と小球の落下点との間の距離は，地球の場合と比べて「長くなる」，「変わらない」，あるいは「短くなる」のうちいずれになるか，解答欄の該当する部分を〇で囲め。さらに，その理由も説明せよ。なお，月面の重力加速度の大きさは地球表面の重力加速度の大きさの6分の1とする。

（3） 図2に示すように，水平面上の $x = X$ の地点Cに大きさが無視できる標的を置いた。ただし，ここでは X の値と θ の値は知られていない。

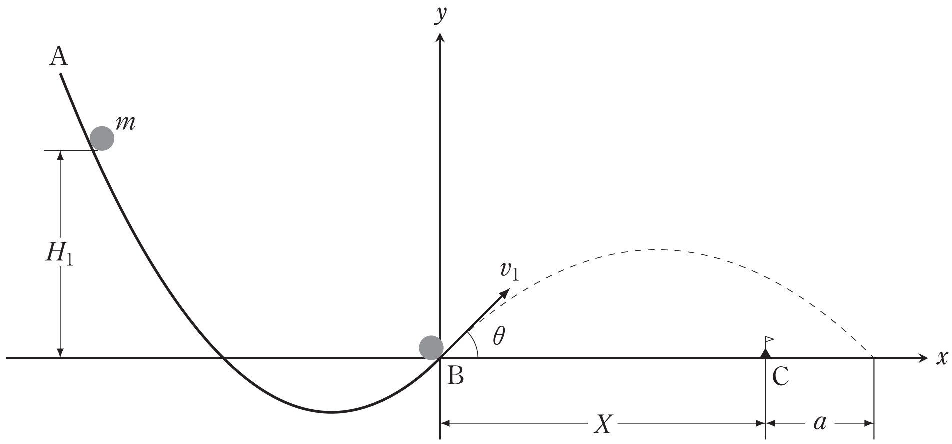


図2

小球を水平面からの高さが H_1 の点で静かにはなすと，点Bから速さ v_1 で飛び出し，標的を a 飛び越した点に落下した。そこで，小球をはなす位置の高さを H_2 の点に変えたところ，点Bから速さ v_2 で飛び出し，標的から b 手前の点に落下した。この結果より，

$$\frac{{v_1}^2}{g}\sin 2\theta = X + \boxed{\text{カ}}, \qquad \frac{{v_2}^2}{g}\sin 2\theta = X - \boxed{\text{キ}}$$

が成り立つ。この2式から $\sin 2\theta$ と X を求めると，

$$\sin 2\theta = \boxed{\text{ク}}, \qquad X = \boxed{\text{ケ}}$$

となる。したがって，標的に命中するときに点Bを飛び出す小球の速さを v とすると，

$$v = \sqrt{\frac{gX}{\sin 2\theta}} = \sqrt{\frac{{v_1}^2 b + {v_2}^2 a}{a + b}}$$

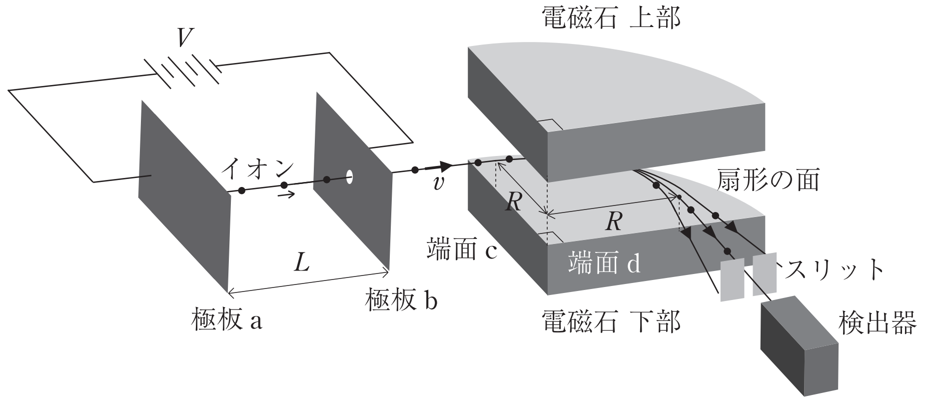
となる。

問5　小球が標的に命中するときに，小球をはなす位置の高さを a，b，g，H_1，H_2 の中から必要なものを用いて答えよ。

Ⅱ　空所を埋め，問いに答えよ。 ウ は選択肢のどちらかを選び番号を記せ。(配点 45)

質量分析装置は物質を構成する分子をイオン化し，その質量数（陽子と中性子の数の和）A を測る装置である。分子に含まれる元素の同位体の違いも測定できるため，幅広い分野で物質同定のために利用されている。ここでは磁場型質量分析装置を図に示すような簡単なモデルで考えてみる。以下では，イオンはすべて真空中で運動するものとする。

測定試料となる分子は極板 a 上でイオン化され，陽イオンとして連続的に供給される。生成された陽イオンのそれぞれは平行極板 ab 間の電場（電界）で加速された後，右側の電磁石中を進む間に分離され，特定の質量のイオンのみが選別され検出される。



図

（1） 分子がイオン化して正の電気量 Q〔C〕と質量 M〔kg〕をもつ陽イオンになると，平行極板 ab 間の電場により力を受ける。極板間の距離は L〔m〕で，極板 b には中央に小孔が開いており，陽イオンが通過できるようになっている。この小孔の電場への影響は無視できるものとする。平行極板間に電圧 V〔V〕を加えたとき，極板間に一様な電場が生じ，その大きさは ア 〔N/C〕となる。

どの陽イオンも，はじめは極板 a 上で静止しており，極板 ab 間の電場により加速されて，極板 b の小孔を速さ v〔m/s〕で通過する。1 つの陽イオンに電場により加えられた仕事がすべて運動エネルギーになるとすると，v は次のようになる。

$$v = \boxed{\text{イ}} \qquad ①$$

（2） 陽イオンが進む先には，図のように，端のそろった扇形の面を持つ上部と下部からなる電磁石がある。この電磁石の発生する磁場（磁界）は上部と下部の間で扇形の面に垂直で一様であり，端の効果は無視できる。磁束密度の大きさは 0 T から最大値 $B_{\max}$〔T〕まで連続的に変えることができるものとする。下部の扇形の面と交わる 2 つの端面 c と端面 d は互いに直交し，陽イオンは端面 c において端から距離 R の位置より，端面に垂直に速さ v で電磁石の中に入り，電磁石の扇形の面に平行な平面上を進む。

磁場中では，陽イオンは力を受け等速円運動する。この陽イオンが，端面 d から出るた

めには，磁場の向きは電磁石の $\boxed{\quad ウ \quad}$ {(1) 上部から下部・(2) 下部から上部} の向きでなければならない。

1つの陽イオンが磁場の中を通過する間，磁場の大きさが一定とみなせるように，磁場をゆっくり増加させると，通過する陽イオンごとに円運動の半径が変化し，端面 d から抜け出る位置が変化する。半径 R〔m〕の円上を進み，端面 d において左端から距離 R の点より抜け出た陽イオンだけが，スリットを通過し，その円の接線の延長上に設置された検出器で検出される。このときの磁束密度の大きさを B〔T〕とする。陽イオンにはたらく力の大きさは $\boxed{\quad エ \quad}$〔N〕であり，速さ v，半径 R の等速円運動をする陽イオンの加速度の大きさは $\boxed{\quad オ \quad}$〔m/s^2〕なので，等速円運動の運動方程式を書くと

$$M \times \boxed{\quad オ \quad} = \boxed{\quad エ \quad}$$

となる。これより，質量 M は v，Q，R，B の関数として次式のようになる。

$$M = \boxed{\quad カ \quad} \times B$$

この式に，式①を代入すると，質量 M は，B の2乗に比例することが分かる。

$$M = \frac{QR^2B^2}{2V} \qquad ②$$

したがって，Q と B から陽イオンの質量 M が分かることになる。

(3) 電子の電気量を $-e$〔C〕とすると，価数 n（$= 1, 2, 3 \cdots$）の陽イオンは分子から n 個の電子が失われた状態であるので，電気量は $Q = ne$ である。陽子と中性子の平均の質量を m_p〔kg〕と書くと，質量数 A は式②より次のように書ける。

$$A = \frac{M}{m_p} = \frac{neR^2B^2}{2m_pV} \qquad ③$$

これより，価数 n が分かれば B の値から質量数 A が求められる。

以下では，$B_{max} = 1.00$ T の質量分析装置を考える。距離 R と電圧 V は変更可能で，まず $R = 0.100$ m，$V = 1.00$ kV $= 1.00 \times 10^3$ V とする。また，$\dfrac{e}{m_p} = 9.60 \times 10^7$ C/kg を用いることとする。

問1　上の条件で，この装置により測定できる1価の陽イオン（$n = 1$）の最大の質量数 A を求めよ。

問2　$n = 1$ の場合について，A を縦軸に，磁束密度の大きさの2乗 B^2 を横軸とし，式③の関係をグラフにし，解答欄に示せ。

問3　炭素（C）元素には質量数12のものに加え質量数13の同位体が存在する。このため，炭素を複数含む質量数が155の分子には，同位体の数の違いにより質量数157のものも存在する。イオン化した際，価数 n は同じとすると，2つの質量数の違いは問2のグラフにより求められるが，磁場位置の違いは非常に小さい。質量数155と157の違いをより明確にするためには，磁場位置の違いが大きくなるような測定をすれば良い。このために，装置の R と V の大きさをそれぞれ {大きくする・小さくする} のどちらにすれば良いか，解答欄の適切なものに○をつけて示せ。理由も説明せよ。

$\boxed{\text{III}}$ 空所を埋め，問いに答えよ。 $\boxed{\text{ク}}$ ， $\boxed{\text{ケ}}$ は語句で埋めよ。(配点 45)

（1） 図 1 のような半径 r〔m〕の球形の容器に，単原子分子からなる気体が 1 mol 入っている。分子は容器の内側の壁と弾性衝突を繰り返し，その衝突で壁が受ける力が気体の圧力の原因になる。この関係を導こう。気体は理想気体として扱ってよく，重力の効果は無視する。

質量 m〔kg〕，速さ v〔m/s〕の 1 個の分子が，壁に入射角 θ でぶつかるとき，壁に垂直な成分の運動量は，外向きを正として，衝突前の $mv\cos\theta$ から衝突後には $-mv\cos\theta$ に変化する。そのため，分子は壁に対して $\boxed{\text{ア}}$〔kg·m/s〕の力積を与える。

分子が壁と次に衝突するまでには $\boxed{\text{イ}}$〔m〕の距離を動くことから，t〔s〕間には $\dfrac{vt}{\boxed{\text{イ}}}$ 回ぶつかる。すなわち，壁は分子 1 個から t〔s〕間に $\boxed{\text{ウ}}$〔kg·m/s〕の力積を受けることになる。この値は θ によらないので，分子がどんな角度で壁にぶつかっても同じである。したがって，壁はこの分子から単位時間あたりの平均の力として，

$\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{t}$〔N〕を受ける。

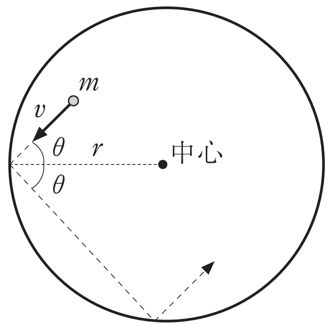


図 1

1 mol の気体に含まれる分子数を N_0 個，v^2 の平均値を $\langle v^2 \rangle$ とすると，分子全体から壁が受ける力 F〔N〕は，$F = \boxed{\text{エ}}$ となる。気体の圧力 p〔Pa〕は，単位面積あたりにかかる力として，

$$p = \frac{\text{壁が受ける力}}{\text{容器の壁の面積}} = \boxed{\text{オ}}$$

となる。容器の体積を V〔m^3〕とすると，

$$pV = \boxed{\text{カ}} \qquad ①$$

となって，右辺は r を用いずに表すことができる。

一方で，理想気体の状態方程式を考えると，気体定数を R〔J/(mol·K)〕，絶対温度を T〔K〕とすれば，1 mol の気体に対して

$$pV = RT \qquad ②$$

である。式①，式②から，気体分子 1 個の平均運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \boxed{\text{キ}} \qquad ③$$

となり，$\boxed{\text{ク}}$ の関数として決まることがわかる。気体分子がこのような形でもつ熱運動による運動エネルギーの総和を気体の $\boxed{\text{ケ}}$ という。

（2） 球形の風船があり，n〔mol〕の単原子分子の理想気体が閉じこめられている。図2のように，風船内には大きさの無視できるヒーターがある。はじめ，風船内部の気体の圧力は大気圧 p_0〔Pa〕とつりあって p_0 であり，風船全体の温度は T_A〔K〕で，半径が r_A〔m〕の状態になっていた。これを状態Aとする。

ヒーターのスイッチを入れると，ヒーターは毎秒一定の熱を放出し，全体をゆっくりと加熱した。風船は膨張し，t_1〔s〕後に半径が r_B〔m〕の状態Bになった。状態Aから状態Bになる過程について，以下の問いに答えよ。ただし，風船は熱を通さず質量が無視できる素材でできており，膨張の過程は定圧変化と考えてよいものとする。

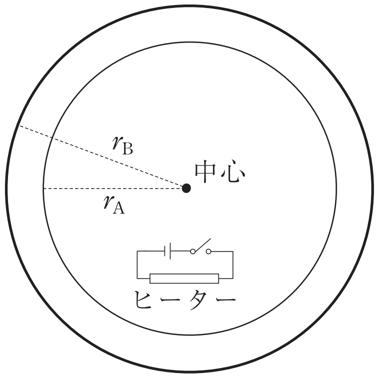


図2

問1　風船の中の気体が大気に対してした仕事の大きさ W〔J〕はいくらか。

問2　状態Bでの温度は，T_A の何倍か，求めよ。

問3　風船内の気体分子の速度の2乗平均 $\langle v^2 \rangle$ は，何倍になったか，求めよ。

問4　ヒーターが加えた熱 Q のうち，風船の膨張に使われたエネルギーの割合 $\dfrac{W}{Q}$ を数値で答えよ。

問5　風船内の気体について，温度の時間変化のグラフを解答欄の図に描け。軸上に必要な値も記入すること。