物　　　理

Ⅰ 空所を埋め，問いに答えよ。(配点 60)

（1） 速さ v の球1（質量 m_1）が，静止している球2（質量 m_2）に正面衝突した（図1）。衝突は水平面上で生じ，床面の摩擦はなく，衝突の前後で運動は一直線上であるとする。

(a) 衝突後，2つの球が合体して運動したとすると，合体後の速さは $\boxed{\text{ア}}$ である。このとき，反発係数（はね返り係数）は $\boxed{\text{イ}}$ であり，衝突の前後で失われる力学的エネルギーは $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(b) この衝突が弾性衝突だとすると，衝突の前後で失われる力学的エネルギーは $\boxed{\text{エ}}$ である。

図1

（2） 図2のように，質量 m のおもりを，質量 M の杭（くい）の頭にまっすぐに衝突させて，杭を地中に埋め込む装置を考える。

はじめ，杭の頭は地面から H の高さにある。おもりは，地面から $H + L$ の高さの位置までロープで引き上げられている。この状態から，ロープを急にゆるめると，おもりはガイドに沿って鉛直方向に落下する。以下では，ガイドとおもりの間の摩擦は無視して，自由落下と考える。また，重力加速度の大きさを g とし，ロープの質量は考えないものとする。

ロープをゆるめ，おもりが杭を地面に押し込んで止まり，ふたたびおもりをストッパーの位置まで引き上げるまでの操作を考えよう。

おもりが杭の頭に到達するときの速さ v_1 は $\boxed{\text{オ}}$ である。おもりと杭の衝突は瞬間的で，運動量が保存する。ここでは，衝突後に両者が一体となって動くと考えると，衝突直後のおもりと杭の速さ V_1 は，上記の $\boxed{\text{ア}}$ を用いてただちに得られる。

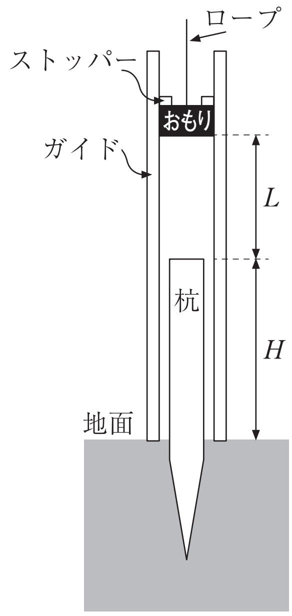

図2

地中に埋め込まれる際に，杭にはたらく抵抗力の大きさは常に上向きに F で，地面からの深さや杭の速さによらず一定値とし，$F > (m + M)g$ とする。杭が埋め込まれる距離を x_1（ただし $x_1 < H$ ）とすると，

$$\underbrace{\frac{1}{2}(M + m)V_1^2}_{\text{(衝突直後の運動エネルギー)}} + \underbrace{\boxed{\text{カ}}}_{\text{(静止するまでに失う位置エネルギー)}} = \underbrace{Fx_1}_{\text{(抵抗力に対してした仕事)}}$$

の関係から，x_1 が求められる。

問１　x_1 の大きさは L に比例して，$x_1 = kL$ と書ける。k を m，M，g，F を用いて表せ。

上記の操作の後，２回目の杭打ち操作を行った。２度目に杭が地面に埋め込まれる長さを x_2，同様にして３度目に杭が打ち込まれる長さを x_3 とすると，k を用いて

$$x_2 = k(L + x_1) \qquad = k(1 + k)L$$
$$x_3 = k(L + x_1 + x_2) = \boxed{\text{キ}} \times L$$

などとなる。いま，３度目の打ち込みで，杭の頭がちょうど地面に到達した。このとき，L を k，H で表すと，$L = \boxed{\text{ク}} \times H$ となる。

杭の頭が地面に到達したときまでに，おもりと杭の衝突で失われた力学的エネルギーの合計 Q を考えよう。おもりを引き上げるのに要した仕事の総和を W とする。W には，図２のはじめの状態をつくるときまでに，おもりを地面から引き上げるのに要した仕事も含むものとする。

問２　Q を W，M，F，H，g を用いて表せ。

（３）　図２で考えた杭打ち機において，おもりと杭の衝突が弾性衝突の場合を考える。

おもりが自由落下して杭と衝突したのち，重力以外の仕事がなければ，おもりは杭と衝突・反発をくり返し，やがて杭の上で静止する。最終的に杭が埋め込まれる長さを y_1（ただし，$y_1 < H$）とする。図３は，最初と最後の状態を示す。

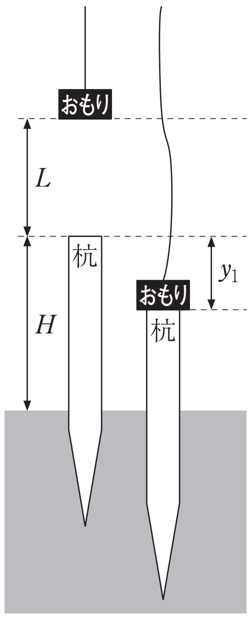

図３

問３　y_1 は問１の x_1 の何倍か。導出過程を示し，最終的な答えを m と M で表せ。

（２）と（３）の状況設定は，反発係数が両極端となる場合なので，現実はこの２つの間の値になると考えられる。

（４）（２）と（３）で考えた杭打ちの設定では，杭を打ち込むときにはたらく抵抗力の大きさ F は一定であると仮定した。

問４　実際に打ち込むとき，打ち込む回数に応じて F は次第に大きくなるか，それとも小さくなるか。解答欄の該当する方に○をつけ，理由を答えよ。ただし，ここでも地盤の硬さは一定であるとする。

Ⅱ 問いに答えよ。（配点 45）

最近では高輝度なフルカラーの大型ディスプレイが街のいたる所で見られている。これは赤・緑・青の光の３原色の発光ダイオード（LED）を使い，これらの発光色を足しあわせることによって実現される。

ここでは赤色 LED 1 と緑色 LED 2 の２種類を考える。これらを同じ強度で光らせると黄色の発光が観測される。

図１は LED 1 と LED 2 の電流電圧特性をそれぞれ表す。ここでは電流が流れれば LED が発光し，その発光強度は種類によらず，消費電力に比例するものとする。ただし，LED に流せる電流はともに 1.0 A までとし，それを超えると LED が壊れてしまう。

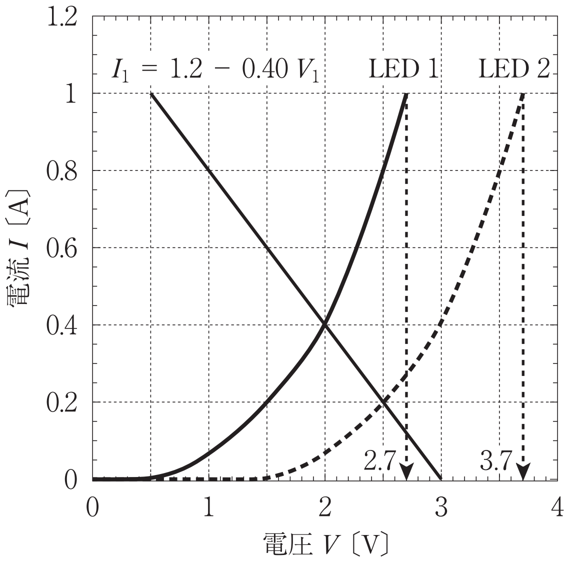

図１

（１） 図２は２個の LED を起電力 E の電池と抵抗値 r の２個の抵抗で並列につないだ電気回路である。ここで電池の内部抵抗は考えないものとする。LED 1 と２の両端にかかる電圧をそれぞれ V_1，V_2，流れる電流をそれぞれ I_1，I_2 とする。

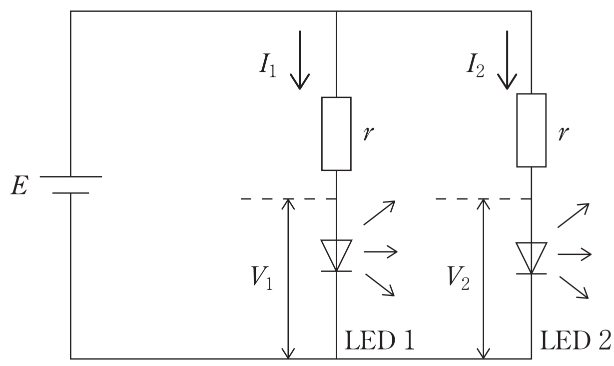

図２

問１ E を I_1 と V_1 と r を用いて表せ。

次に $E = 3.0$ V，$r = 2.5\,\Omega$ とすると，I_1 と V_1 は $I_1 = 1.2 - 0.40\,V_1$ の関係式となり，図１の直線で表される。この場合，LED 1 の曲線と直線の交点が LED 1 に流れる電流とその両端の電圧になる。

問２ LED 1 に流れる電流 I_1 を求めよ。

問３ LED 2 にかかる電圧 V_2 を求めよ。

問４ LED 2 の消費電力を求めよ。

問５ LED 1 の発光強度は LED 2 の発光強度の何倍か求めよ。

（２）（１）の場合に合成した２色の LED の発光色は赤色の成分が多いので，黄赤色の LED 発光であった。次に緑色成分の多い黄緑色の LED 発光色を実現するために，図３のように LED １と LED ２を直列に接続し，電池を 8.0 V にした。また，抵抗は LED が壊れないように取り付けた。

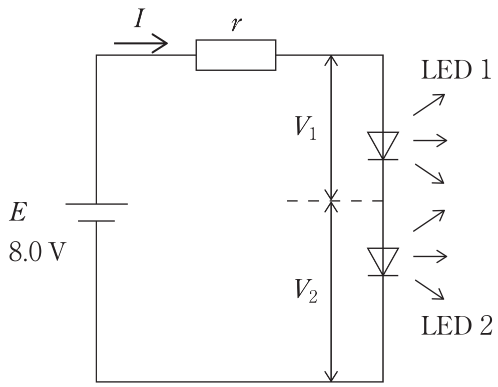

図３

問６　LED が壊れないための抵抗値 r の最小値を求めよ。

最初に，図１からわかるように電流が流れている場合には LED １にかかる電圧 V_1 と LED ２にかかる電圧 V_2 の間には $V_2 = V_1 + 1.0$ の関係がある。ここで $r = 2.5\ \Omega$ とする。

問７　回路を流れる電流 I と電圧 V_1 の関係式を求めて，解答欄にあるグラフに表せ。

問８　LED ２に流れる電流を求めよ。

問９　LED ２の発光強度は LED １の発光強度の何倍か求めよ。

Ⅲ 問いに答えよ。(配点 45)

1897 年，J. J. トムソンは $\boxed{\text{ア}}$ 線が電場（電界）や磁場（磁界）によって曲げられる様子を調べ，その正体が負の電気量をもつ未知の粒子からなることをつきとめて，粒子の電気量の大きさ e と質量 m_{e} の比（比電荷）を測定した。後の精密な実験からこの比は，

$$\frac{e}{m_{\mathrm{e}}} = 1.76 \times 10^{11}\ \mathrm{C/kg} \qquad ①$$

と与えられた。また，この粒子は $\boxed{\text{イ}}$ と名付けられた。

問 1　空所 $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イ}}$ に入る語句を答えよ。

1909 年，R. ミリカンは図 1 のような装置内で不揮発性の油滴を漂わせることにより，電気素量を精密に測定した。霧吹きから出された小さな油滴は重力によって落下し，細い穴 P を通過して水平に置かれた電極 A，B の間に入る。ここで，X 線を照射して油滴を帯電させる。

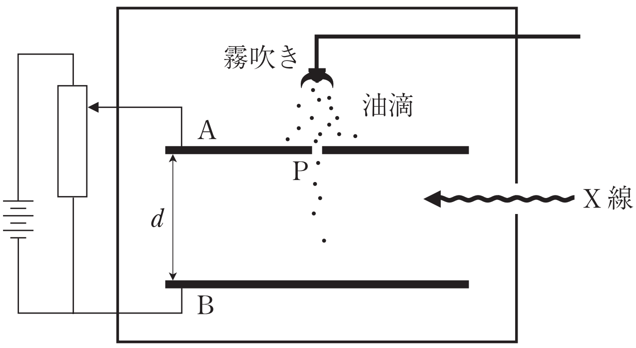

図 1

まず，電極 AB 間に電圧をかけない場合を考える。油滴は軽いので空気の抵抗力と重力がすぐにつり合い，一定の速さ v_0 で落下した。油滴を質量 m，半径 r の球とすると，抵抗力の大きさは比例定数 k（>0）を用いて，krv_0 と表される。また，重力加速度の大きさを g とする。

問 2　重力と抵抗力のつり合いの式を書け。

問 3　油滴が一様な密度 ρ を持つとすると，油滴の質量は $\frac{4}{3}\pi r^3\rho$ と表される。油滴の半径 r を求めよ。ただし，この問い，および以下の問いでは，質量 m ではなく密度 ρ を用いて解答せよ。

次に電極 AB 間に電圧 V_0 をかける。すると，油滴は一定の速さ v_1 で上昇した。このとき，油滴には鉛直上向きにクーロン力（静電気力），下向きに空気の抵抗力と重力がはたらき，油滴はつり合いの状態にある。油滴の電気量を $-q$，電極 AB 間の距離を d として，つり合いの式を書くと次のようになる。

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g + krv_1 = \boxed{\quad ウ \quad} \qquad ②$$

問 4　式 ②の空所 $\boxed{\quad ウ \quad}$ を埋めよ。

問 5　問 3 で得られた r の式を用いて q を求めよ。

問 6　問 5 で求められた式に現れる量はすべて実験で測定される。いくつもの油滴について実験を繰り返したところ，それぞれの油滴に対して次のような q の値が得られた。この結果から電気素量 e の値を推定せよ。単位を〔C〕とする。

q〔$\times 10^{-19}$ C〕	4.81	8.01	9.63	11.22	14.43

問 7　式 ①より質量 m_e を数値で求めよ。単位を〔kg〕とする。

ミリカンは当初，油滴ではなく水滴を用いていた。しかし，水滴は実験中に蒸発して半径が小さくなってしまい，正確な実験結果が得られなかった。いま，簡単のために電極 AB 間に電圧をかける瞬間にだけ水滴の半径が小さくなると仮定し，電圧をかける前の水滴の半径を r（＝定数），かけているときの半径を $r - \Delta r$（＝定数）とする。水滴の密度 ρ や電気量 $-q$ は変化しないとする。このとき，半径が Δr だけ小さくなったために，水滴が上昇する速さは $v_1 + \Delta v_1$ と観測される。Δr が r に比べて小さいとして式 ②を用いると，Δv_1 と Δr の関係，

$$\Delta v_1 = \frac{3v_0 + v_1}{r}\Delta r \qquad ③$$

が得られる。

しかしながら，ここで水滴の半径が変化したことに気づかないで，電圧をかけた後も r のままで計算してしまったとする。そうすると，速さのずれ Δv_1 のために，水滴の電気量は本来の値 $-q$ からずれて，$-(q + \Delta q)$ と計算される。

問 8　式 ②，③を利用して水滴の電気量の誤差 Δq を Δr を用いて表せ。ただし，r を用いないこと。