物　　　　理

I　問いに答えよ。重力加速度の大きさを g とする。（配点 60）

（1）　図1のように，ばね定数 k の軽いばねに質量 m の小球をつるすと，自然の長さから x_0（$x_0 > 0$）だけ伸びて静止した。x 軸を鉛直下向きにとり，つりあいの位置を $x = 0$ とする。小球を x_0 だけ下にさげ，時刻 $t = 0$ のとき，$x = x_0$ の位置で小球を静かにはなした。この後，小球は周期 T で単振動をした。

問1　$0 \leqq t \leqq T$ の範囲で小球の運動の様子を表す x-t グラフを解答欄の図に描け。

問2　以下の①から④の中で，（a）小球の速さが0になる時刻と（b）小球の加速度の大きさが0になる時刻をすべて選び，番号で答えよ。

①　$\dfrac{T}{4}$　　②　$\dfrac{T}{2}$　　③　$\dfrac{3}{4}T$　　④　T

問3　小球の加速度を a とするとき，位置 x にある小球の運動方程式は

$$ma = mg - \boxed{\text{ア}}$$

となる。空所 $\boxed{\text{ア}}$ を埋めよ。

問4　$m = 2.5\,\mathrm{kg}$，$k = 4.9 \times 10^2\,\mathrm{N/m}$ のとき，この単振動の周期を有効数字2桁で求めよ。

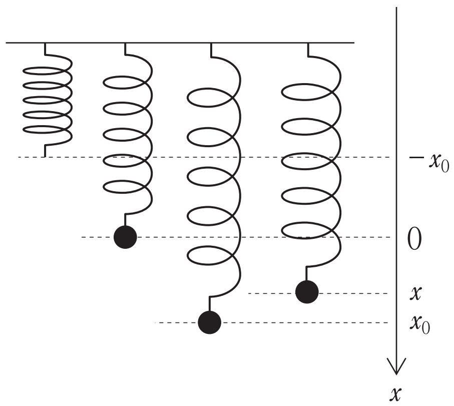


図1

（2）　長さ ℓ の軽い糸に質量 m の小球を取り付ける。図2のように，天井の点Pで糸の他端を固定し，糸をたるませずに，小球を水平面内で等速円運動させた場合を考える。鉛直軸と糸とがなす角を θ とする。小球とともに回転している観測者から見ると，小球には，糸の張力，重力，遠心力がはたらいている。

問5　等速円運動の半径を求めよ。

問6　解答欄の図には小球にかかる重力が矢印で示されている。大きさと向きが分かるように，小球が受ける糸の張力を $\longrightarrow$ で，遠心力を $\Longrightarrow$ でそれぞれ解答欄の図に示せ。どのように作図したのかが分かるように，補助線などを点線で書き込むこと。

問7　糸の張力の大きさを求めよ。

問8　小球の角速度の大きさを求めよ。

問9　点Pで糸の他端を固定した状態で糸を長くし，問8と同じ角速度で小球に等速円運動をさせた。このとき，小球のもつ重力による位置エネルギーは，初めと比べてどう変化するか。下から選んで解答欄に書け。また選んだ理由も答えよ。

{大きくなる，小さくなる，変わらない}

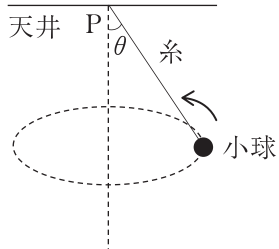


図2

（3） 図3のように，水平面から角度αだけ傾いたなめらかな板の上で，長さℓの軽い糸につながった質量mの小球が，円運動を行っている。回転の向きは，鉛直上方から見て反時計回りである。この円運動の中心を原点Oとし，このOを通る直交する座標軸をそれぞれX軸，Y軸とする。この円運動の最高点Eと最下点Aは，Y軸上にある。図4に図3の円運動の軌道を示す。点Aに小球があるとき，その速さはv_0であった。

問10　小球が点Aから点Eまで運動する間に張力が行う仕事を求めよ。

問11　点Eに小球があるとき，その速さを求めよ。

問12　図4のAからEの各点を小球が通過するとき，糸の張力の大きさが最も大きくなる点と最も小さくなる点を記号で答えよ。

問13　糸がたるまずに小球が円運動を行うためには，$v_0 \geqq$ $\boxed{\text{イ}}$ が必要である。空所 $\boxed{\text{イ}}$ を埋めよ。

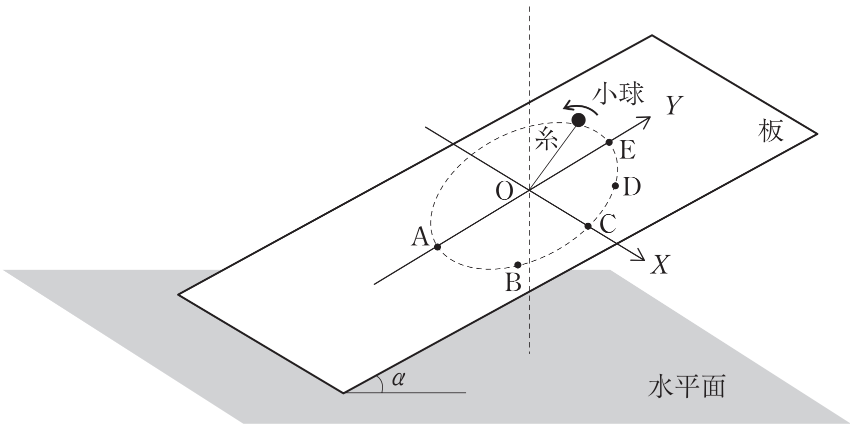


図3

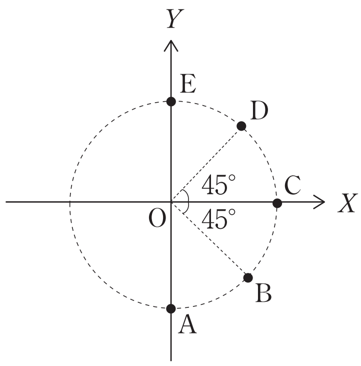


図4

Ⅱ 空所を埋め，問いに答えよ。（配点 45）

19 世紀後半から真空放電の実験がさかんに行われ，陰極線の性質から電子が発見された。J. J. トムソンは電子がもつ電荷の大きさである電気素量 e とその質量 m の比である比電荷 $\frac{e}{m}$ を求めた。その方法を考察しよう。ここで重力の影響は無視し，実験は真空中で行われたとする。

（1） 図 1 のように長さ ℓ，間隔が d の平行極板を用意し上側を a，下側を b とする。平行極板間の網掛けの領域に大きさ E の一様な電場（電界）を加える。電場に垂直な方向に左側から電子（質量 m，電気量 $-e$）を速さ v_0 で平行極板間に入射させる。電子の入射方向を x 軸とし，右向きを正とする。極板の右端から距離 L のところに x 軸に垂直な蛍光面があり，蛍光面上にて電場に平行な方向を y 軸とし，上向きを正とする。x 軸と y 軸の交点を点 O とする。平行極板間に入射してきた電子の軌道は極板間を通過する間，図の太線のように y 軸の正の向きに曲がった。電子は極板にぶつからずに通過した。

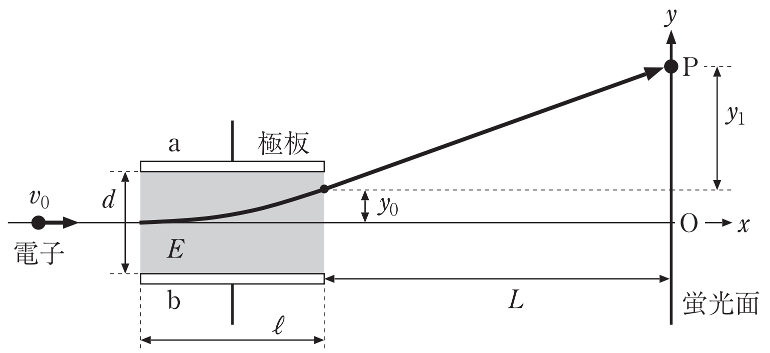


図 1

問 1　極板間の電圧を求めよ。また電場の向きについて，(i) a → b，(ii) b → a のうち，どちらかを選んで記号で答えよ。

電子が極板間を移動しているときの加速度の大きさは $\boxed{\text{ア}}$ である。極板間を通過する時間は $\frac{\ell}{v_0}$ であるため，通過直後の電子の y 軸方向の速度は $\boxed{\text{ア}} \times \frac{\ell}{v_0}$ となる。

問 2　電子が極板間を通過した直後の電子の y 軸方向の変位 y_0 を求めよ。

問 3　電子が極板間を通過する前後の運動エネルギーの変化 $\varDelta K$ を求め，その値が電場が電子に与えた仕事 W に等しいことを示せ。

電子は極板間を通過した後，等速直線運動をして蛍光面の点 P に到達した。

問 4　電子が極板間を通過した直後から点 P に到達するまでの y 軸方向の変位 y_1 を求めよ。

以上から点 O と点 P の間の距離 $\overline{\mathrm{OP}}$ は $\frac{e}{m} \cdot \frac{\ell(\ell + 2L)E}{2{v_0}^2}$ と求まる。したがって比電荷は

$\frac{e}{m} = \overline{\mathrm{OP}} \cdot \frac{2{v_0}^2}{\ell(\ell + 2L)E}$ と表される。

問５　平行極板について電圧はそのままで間隔を d' に変えて実験を行ったところ，電子は蛍光面の別の点 P′ に到達した。距離 $\overline{\mathrm{OP'}}$ は元の $\overline{\mathrm{OP}}$ の何倍になるか，d と d' のみを用いて表せ。

（２）　これまで示してきた比電荷を求める式のうち，電子の速さ v_0 はわからない。そこで次の実験として，極板間に電場は加えず，極板の a から b の向きに一様な磁場（磁界）を加えた。その磁束密度の大きさを B とする。図２は y 軸の正の向きから電子の運動の様子を図示したものであり，蛍光面上に y 軸に垂直な z 軸を設定する。速さ v_0 で入射してきた電子の軌道は太線で示されている。電子は極板間を通過中に大きさ $\boxed{\text{イ}}$ のローレンツ力をうけて半径 r の等速円運動を行い，その後，蛍光面の点 Q に到達した。距離 $\overline{\mathrm{OQ}}$ を求めよう。

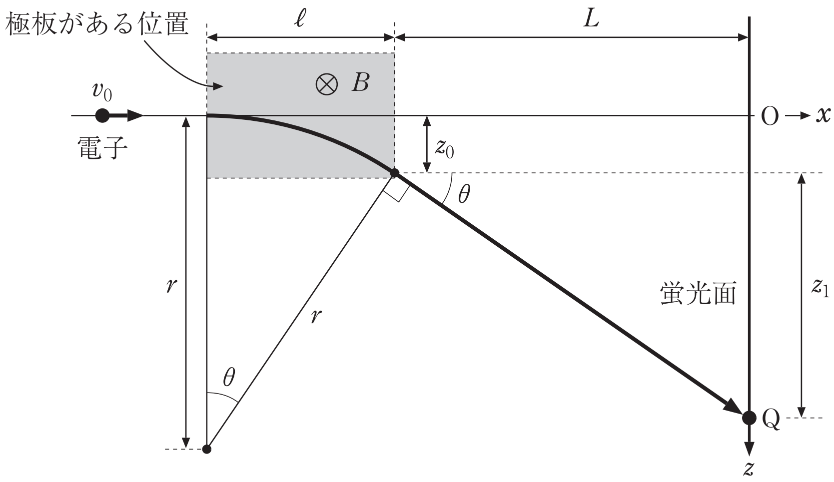


図２

問６　電子には極板間にてローレンツ力が作用するにもかかわらず，速さは v_0 で一定である。その理由を簡潔に説明せよ。

問７　電子の円運動の半径 r を e，m，v_0，B を用いて表せ。

ここで円運動によって電子が曲がる角 θ は十分に小さいとし，三角関数について $\sin\theta \fallingdotseq \theta$，$\cos\theta \fallingdotseq 1 - \dfrac{1}{2}\theta^2$，$\tan\theta \fallingdotseq \theta$ と近似できるものとする。

電子が極板間を通過した直後の z 軸方向の変位 z_0 は，円運動の半径 r と角 θ を用いて $z_0 = r(1 - \cos\theta)$ と表される。また $\sin\theta = \dfrac{\ell}{r} \fallingdotseq \theta$ である。これらの関係式から $z_0 = \dfrac{\ell^2}{2r}$ となる。電子が極板間を通過した直後から点 Q に到達するまでの z 軸方向の変位 z_1 は，$z_1 = L\tan\theta \fallingdotseq L\theta \fallingdotseq \dfrac{L\ell}{r}$ である。以上から $\overline{\mathrm{OQ}} = z_0 + z_1 = \dfrac{\ell(\ell + 2L)}{2r}$ と表される。この $\overline{\mathrm{OQ}}$ に問７の結果を代入し，$\overline{\mathrm{OP}}$ と $\overline{\mathrm{OQ}}$ の表式から v_0 を消去することで，最終的に比電荷は

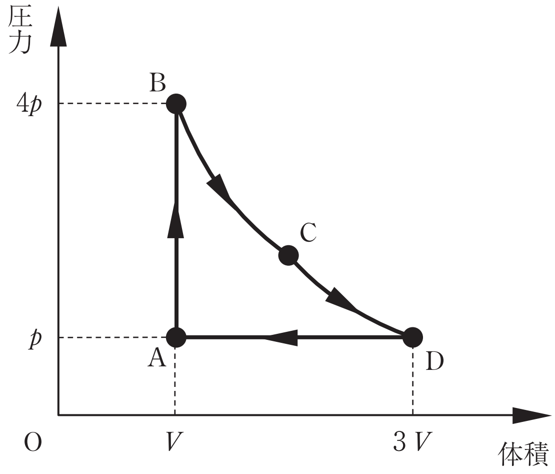
$$\frac{e}{m} = \boxed{\text{ウ}} \times \frac{\overline{\mathrm{OQ}}^2}{\ell(\ell + 2L)\cdot\overline{\mathrm{OP}}}$$

と求められる。

問８　空所 $\boxed{\text{ウ}}$ を E，B を用いて表せ。

Ⅲ 問いに答えよ。(配点 45)

なめらかに動くピストンがついた容器に n〔mol〕の単原子分子気体を閉じこめたところ，気体の状態は図の状態Aとなった。この気体に図の4つの状態A→B→C→Dを経て，もとの状態Aにもどる状態変化をさせた。状態BからCへの過程は等温変化である。状態CからDへの過程は断熱変化である。このサイクルをくり返す熱機関の熱効率を求めるために1つひとつの過程を順に調べよう。なお，単原子分子気体は理想気体とし，気体定数は R〔J/(mol·K)〕とする。



(1) 状態Aにおける気体の圧力を p〔Pa〕，その体積を V〔m^3〕とする。状態AからBへの過程は，気体が熱量 Q_1〔J〕を吸収し，その圧力が $4p$ になるまで増加する定積変化である。

問1 状態Bにおける気体の温度は状態Aにおける気体の温度の何倍となるか求めよ。

気体の定積モル比熱を C_V〔J/(mol·K)〕として，この過程における気体の温度の変化を ΔT_1〔K〕とする。熱量 Q_1 はすべて気体の内部エネルギーの変化 ΔU_1〔J〕になるから，

$$\Delta U_1 = nC_V\Delta T_1 \qquad ①$$

が成り立つ。

(2) 状態BからCへの過程は，気体が熱量 Q〔J〕を受け取り，外部に仕事をする等温変化である。

問2 この過程における気体の内部エネルギーの変化量を求めよ。

(3) 状態CからDへの過程は，気体の体積が $3V$ になるまで増加することにより，気体が外部に仕事をする断熱変化である。

問3 状態Dにおける気体の温度は状態Cにおける気体の温度の何倍となるか求めよ。

（4） 状態DからAへの過程は，気体が熱量 Q_2〔J〕を吸収し（$Q_2 < 0$），その体積が V になるまで減少することにより，気体が外部から仕事 W〔J〕をされる定圧変化である。この過程における気体の内部エネルギーの変化を ΔU〔J〕とすると，熱力学第一法則は，

$$\Delta U = Q_2 + W \qquad ②$$

となる。

問4　圧力 p と体積 V を用いて，この過程において気体が外部からされる仕事を求めよ。

この過程における気体の温度の変化を ΔT〔K〕とすると，定積変化における式①と同様に，気体の内部エネルギーの変化に対して，

$$\Delta U = nC_V\Delta T \qquad ③$$

が成り立つ。

問5　定圧変化においても式③が成り立つ理由を簡潔に答えよ。

問6　圧力 p と体積 V を用いて，この過程における気体の内部エネルギーの変化量を求めよ。

気体の定圧モル比熱を C_p〔J/(mol·K)〕とすると，Q_2 は，

$$Q_2 = nC_p\Delta T \qquad ④$$

となる。式②に式③と式④を代入すると，マイヤーの関係が得られる。

問7　気体の定積モル比熱 C_V と気体定数 R を用いて，気体の定圧モル比熱 C_p を表せ。

（5） このサイクルにおいて，気体は熱量 Q_1 と Q を吸収して，熱量 $-Q_2$ を放出する。圧力 p，体積 V および熱量 Q を用いて，次の問8と問9に答えよ。

問8　このサイクルにおいて，気体が吸収する熱量を求めよ。

問9　この熱機関の熱効率を求めよ。