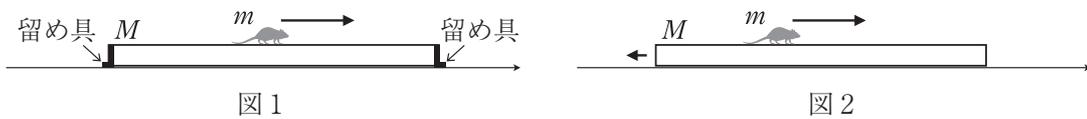


物 理

I 問いに答えよ。(配点 60)

ねずみの運動について考える。ねずみが台や板をける水平方向の力は連続的に作用するとする。また、ねずみは十分に小さく、その質量を m とする。

- (1) 図1のように水平でなめらかな床の上に、長さ L 、質量 M の台が留め具で床に固定されている。台の左端にねずみを置くと、ねずみは一定の大きさの力 f で台を後ろにけって右向きに走り出した。右向きを正とする。



- 問1 ねずみの加速度を求めよ。
 問2 ねずみが走り始めてから台の右端に到達するまでの時間を求めよ。

次に留め具を外して台が床の上で自由に動くようにし、同じようにねずみを走らせた(図2)。そうすると、台は左方向に動き出した。

- 問3 台の加速度を求めよ。
 問4 ねずみが走った距離と台の移動距離の和が L になることを用いて、ねずみが走り始めてから台の右端に到達するまでの時間を求めよ。
 問5 ねずみが台の右端に到達したときに、ねずみと台の物理量において、その比が $M:m$ になるものを次の中からすべて選び、記号で答えよ。
 {ア:移動距離, イ:速さ, ウ:運動量の大きさ, エ:運動エネルギー}
 問6 ねずみと台の運動エネルギーの和を考える。ねずみが台の右端に到達したとき、台が床に固定されている場合とされていない場合の差を求めよ。
 問7 留め具を外した場合では、ねずみと台の運動量の和を計算するとゼロになり、運動量は保存している。一方、台が床に固定されている場合は、ねずみが運動している分だけ全体として運動量が増加している。ねずみは同じ力 f で走っているのにこのような違いが生じるのはなぜか、「外力」という言葉を用いて簡潔に説明せよ。

(2) ねずみやハムスターが中に入って遊ぶ回し車という器具がある(図3)。簡単のために図4のように回し車は円筒とし、中心軸Oのまわりで自由に回転できるとする。これに長さ $2L$ の板を水平に渡し、回し車に固定した「板つき回し車」を作る。板つき回し車の質量を M 、板の中央を O' 、 OO' の距離を h 、 O' を原点として板に沿う方向に x 軸を取り、右向きを正とする。力のモーメントは、軸Oのまわりで考えるものとし、紙面上の反時計回りを正とする。また、重力加速度の大きさを g とする。

板の右端にねずみを置くと左向きに走り出した。ねずみはその位置 x によってける力を調整しながら往復運動したために、回し車は回転せず板は水平を保っていた。



図3

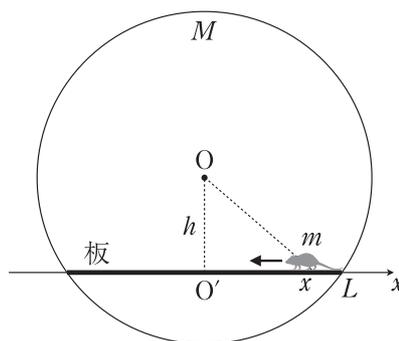


図4

- 問8 板つき回し車にはたらく重力のモーメントを求めよ。
- 問9 ねずみが図4の位置 x にいるとき、ねずみの重量による力のモーメントを求めよ。
- 問10 問8と問9、および、ねずみがける力 $f(x)$ による3つの力のモーメントの和がゼロになることで板が水平に保たれる。 $f(x)$ を求めよ。
- 問11 力 $f(x)$ の反作用によってねずみが加速することを考慮すると、ねずみは板の上を単振動していることがわかる。単振動の周期 T を求めよ。
- 問12 ねずみ嫌いの小さな猫がこの板の上に乗ってきた。単振動して動き回るねずみを見つけて猫はパニックになり、右往左往したが、板は水平に保たれたままだった。このとき、猫も板の上を単振動していて、その
- (a) 振幅は {ア： L , イ： $2L$, ウ： L 以下の任意の大きさ},
 - (b) 周期は {エ： T , オ： $T/2$, カ：任意の時間},
 - (c) 位相はねずみの単振動運動と {キ：同じ, ク：逆, ケ：無関係}
- だった。(a)~(c)のそれぞれで適切かつ最も適用範囲が広いものを各選択肢から選び、解答欄に記号を書け。

注：問題文中の表現を変更しています。

Ⅱ 空所を埋め、問いに答えよ。イ は選択肢{ }の中から適切なものを選び。(配点 45)

- (1) 図1のように、長さ ℓ [m] の金属棒 OP を真空中の水平面内で、一端 O を中心として一定の角速度 ω [rad/s] で回転させる。

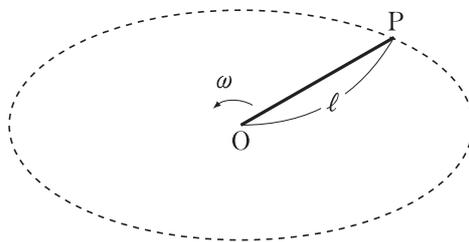


図1

金属棒 OP の内部で、O から距離 r [m] の点にある自由電子とともに回転する観測者の立場で考える。電子の電気量を $-e$ [C]、質量を m [kg] とする。この自由電子には遠心力がはたらき、その大きさは である。遠心力により金属棒 OP の内部で自由電子の分布に偏りが生じる。その結果生じた {O から P, P から O} へ向かう強さ $E(r)$ [N/C] の電場 (電界) による力が遠心力とつり合い、自由電子は金属棒内で動かない状態になる。

問1 $E(r)$ を求め、そのグラフを解答欄の図に示せ。なお、この図の黒丸 (●) は、 $r = \ell$ での電場 $E(\ell)$ の値を示す点である。

このグラフの下の面積が +1C の試験電荷を OP の間で運ぶ仕事を表し、OP 間の電位差は となる。磁場が存在しないので、この電位差は誘導起電力には寄与しない。

次に、磁束密度の大きさ B [T] の一様な磁場 (磁界) を金属棒の回転面に対して垂直にかける。地上に静止した観測者の立場 (慣性系) で考えると、O から距離 r の点にある自由電子にはローレンツ力がはたらく。この力が誘導起電力を生み出すと考えられる。金属棒 OP 内で O からの距離が r の点に「誘導電場 $E_i(r)$ [N/C]」が発生したとする。 $eE_i(r)$ がローレンツ力に等しいことから $E_i(r)$ が決まる。問1と同様のグラフを描くと、誘導起電力の大きさが となることわかる。

- (2) O を中心とする半径 ℓ の金属の円環を水平に固定する。図2のように、点 O と円環上の一点 Q を、大きさ B の磁束密度と平行な平面上に固定された抵抗値 R [Ω] の導線 OACDQ で結ぶ。金属棒 OP で点 O と円環を接続する。点 P で金属棒は円環となめらかに接続している。この金属棒を点 O を中心として一定の角速度 ω で回転させたところ、この回路に電流が流れた。角 POQ を θ [rad] とし、円環と金属棒の抵抗は無視する。

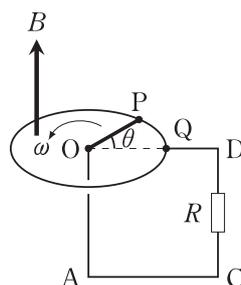


図2

図2に示した位置に点Pがあるとき、円環上を流れる電流は、図3のように2通り考えられる。回路1の場合、この回路を貫く磁束 Φ [Wb] は で、微小時間 Δt [s] の間に金属棒は $\omega\Delta t$ 回転するので、増加する磁束 $\Delta\Phi$ [Wb] は $\times \Delta t$ である。したがって、ファラデーの電磁誘導の法則により、回路に生じる誘導起電力の大きさは で、ローレンツ力から求めた と等しい。

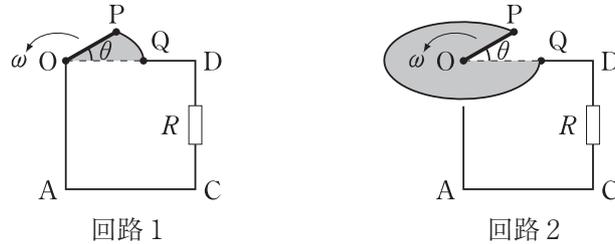


図3

一方、図3の回路2を貫く磁束は回路1と同じ割合で減少していく。そのため、誘導起電力の大きさは変わらないが、円環上を流れる電流の向きは回路1とは逆になる。その結果、金属棒OPを流れる電流の向きはどちらの回路でも同じである。

- (3) 図2に示した装置は、金属棒OPを回転させることで電流を取り出す、直流の発電機である。この回路に電池を入れて電流を流すと、モーターとなる。下の図4のように起電力 V [V] の電池を回路に入れた。

問2 図4の金属棒OPの回転する向きを、図2と「同じ」または「逆」で答えよ。

図5のように、円環を導体の円盤に代え、OAを固定軸として自由に回転できるように設置した。そして、回路の点Qで接するようにして電流を流した。はじめ、円盤は静止していた。

問3 図5の円盤の運動について、以下の選択肢の中からもっとも適切なものを選べ。

- (a) 図2の金属棒OPと同じ向きに回転する。
- (b) 図2の金属棒OPと逆向きに回転する。
- (c) 回転の向きが交互に変わり振動する。
- (d) 止まったまま動かない。

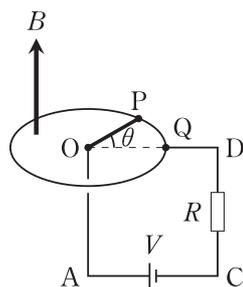


図4

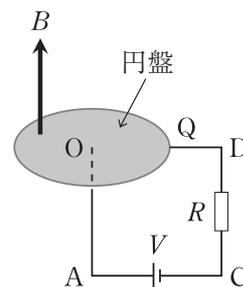


図5

Ⅲ 空所を埋め、問いに答えよ。(配点 45)

- (1) 地球には、太陽の光によって大量のエネルギーがもたらされている。そのエネルギーを測る尺度が太陽定数 J_0 [$\text{J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$] である。これは地球大気の上端の面に垂直に入射した太陽光が、単位時間に与える単位面積当たりのエネルギー量（仕事率）である。

太陽定数から、太陽が単位時間に放射する全エネルギー（放射強度） W_0 [J/s] を見積もることができる。図1のように、太陽、地球間の距離を R_e [m] とすると、太陽が放射するエネルギーは半径 R_e の球の表面に均等に届く。太陽定数 J_0 は、単位時間にこの球面上の 1 m^2 に達する光のエネルギー量なので、表面積を考えると、 W_0 は、次のように書ける。

$$W_0 = \boxed{\text{ア}} \quad \text{①}$$

以下では、光を粒子（光子または光量子と呼ぶ）として考え、太陽から放射される光子が、すべて同じエネルギー E_0 [J] を持つと仮定する。このとき、太陽が単位時間に放出する光子の個数 n_0 [$1/\text{s}$] は、次のようになる。

$$n_0 = \frac{W_0}{\boxed{\text{イ}}} \quad \text{②}$$

また、エネルギー E_0 の1つの光子は次のような大きさの運動量 p_0 [$\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}$] を持つ。

$$p_0 = \frac{E_0}{c} \quad \text{③}$$

ここで、 c [m/s] は、光の速さである。

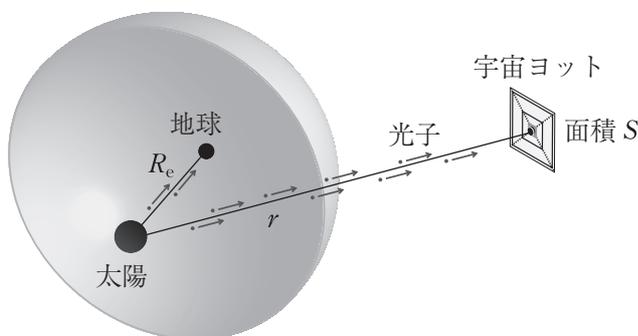


図1

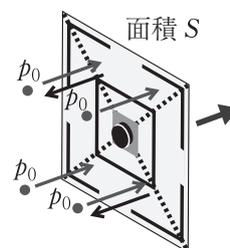


図2

- (2) 太陽の放射エネルギーを用いて進む宇宙船（宇宙ヨット）は、宇宙空間を移動する手段として古くから提案されてきた。宇宙ヨットとは、図2に示すような大きな帆を持つ宇宙船で、その帆に衝突する光子の力積を動力源とする。2010年には、JAXA（宇宙航空研究開発機構）によって実証機イカロスが打ち上げられている。

図1のように、帆の面積 S [m^2] の宇宙ヨットが太陽から r [m] の距離にあり、光子はすべて帆に垂直に衝突するとする。このとき、単位時間に帆に衝突する光子の個数 n [$1/\text{s}$] は、

$$n = \boxed{\text{ウ}} \times n_0 \quad \text{④}$$

となる。図2のように衝突した光子の一部は帆によって反射され、残りは吸収される。反射

される光子はすべて弾性衝突をし、吸収される光子はすべて完全非弾性衝突をすると考える。運動量 p_0 の1つの光子が宇宙ヨットの帆に衝突して反射されるとき、宇宙ヨットの運動量は $2 \times$ 増加し、吸収されるときには、 増加する。光子が帆で反射される割合を k ($0 \leq k \leq 1$) とすると、 n 個の光子に対し、単位時間あたりに帆で反射される光子が与える力積は となり、吸収される光子が与える力積は となる。単位時間あたりに光子が帆に与える力積は、宇宙ヨットを太陽から遠ざける向きの力 F_0 [N] に等しく、

$$F_0 = p_0 n(1 + k) \quad \text{⑤}$$

となる。この力の向きを正とする。この式⑤に、式①-④を用いると、 F_0 は R_e , J_0 , S , r , c , k を用いて表すことができ、次のようになる。

$$F_0 = \text{キ} \times \frac{1}{r^2} \quad \text{⑥}$$

- (3) 太陽から距離 r の地点にある宇宙ヨットは、同時に太陽からの万有引力も受けるが、 F_0 と逆向きである。したがって、太陽以外の天体の影響を無視し、宇宙ヨットの質量を m [kg] とすると、

$$(\text{宇宙ヨットが受ける力}) = F_0 - \frac{GM_0 m}{r^2} \quad \text{⑦}$$

となる。ここで、 M_0 [kg] は太陽の質量、 G [$\text{m}^3/(\text{kg}\cdot\text{s}^2)$] は万有引力定数である。

帆の面積が、ある値 S_c [m^2] より大きくなると r によらず、宇宙ヨットは常に太陽から遠ざかる向きに力を受け進むことができる。

以下では、 M_0 と G の積を $GM_0 = 1.3 \times 10^{20} \text{ m}^3/\text{s}^2$ とし、 $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$, $R_e = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$, $J_0 = 1.4 \times 10^3 \text{ J}/(\text{m}^2\cdot\text{s})$ とする。

問1 式⑦から、 $k = 0.70$, $m = 1.4 \times 10^2 \text{ kg}$ の宇宙ヨットにおける S_c を計算せよ。

- (4) 現代物理学では、光は波とも粒子とも考えられている。光の波長を λ [m] とすると振動数は [Hz] となり、光子1つの持つエネルギー E [J] はプランク定数 h [J·s], c , λ を用いて、

$$E = \text{ケ}$$

と書ける。

問2 太陽から放射される最も強い光の光子1つのエネルギーは $E = 4.0 \times 10^{-19} \text{ J}$ である。
 $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ として、この光の波長 λ を求めよ。