I 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) 関数 $y=x^2+4x+1$ の最小値は $\boxed{\text{ア}}$ であり，

2 曲線 $y=-3x^2+2x+1$，$y=x^2+4x+1$ の 2 つの共有点を通る直線の方程式は

$y=\boxed{\text{イ}}\,x+1$ である。

(2) k を実数とし，$f(x)=x^3-(2k-1)x^2-kx-2k^2$ とするとき，$f(2k)=\boxed{\text{ウ}}$ であり，

3 次方程式 $f(x)=0$ が虚数解をもつような k の値の範囲は，$k>\boxed{\text{エ}}$ である。

(3) x は 1 でない正の実数とする。このとき，$\log_2 x\cdot\log_x 8=\boxed{\text{オ}}$ である。

また，$\log_2 x-\log_x 8=2$ のとき，$x=8$ または $x=\boxed{\text{カ}}$ である。

(4) 6 個の文字 a, b, c, d, e, f を横 1 列に並べるとき，並べ方は全部で $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。

このうち，a が b より左にあり，かつ，c が d より左にある並べ方は全部で $\boxed{\text{ク}}$ 通りある。

$\boxed{\text{Ⅱ}}$ 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 30）

(1) $f(x)=2(\sin x-1)(\cos x-1)\quad (0\leqq x\leqq \pi)$ とする。

$t=\sin x+\cos x$ とするとき，$f(x)$ を t の式で表すと，$f(x)=\boxed{\text{ア}}$ である。

$0\leqq x\leqq \pi$ であることより，t のとりうる値の範囲は，$\boxed{\text{イ}}\leqq t\leqq \sqrt{2}$ である。

また，関数 $f(x)$ の最大値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) $k>1$ とする。平行四辺形 ABCD において，辺 BC を $4:1$ に内分する点を E，辺 CD を $1:k$ に外分する点を F とする。

このとき，$\overrightarrow{\mathrm{AE}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ を，それぞれ $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$, k を用いて表すと，

$$\overrightarrow{\mathrm{AE}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\boxed{\text{エ}}\,\overrightarrow{\mathrm{AD}},\quad \overrightarrow{\mathrm{AF}}=\boxed{\text{オ}}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}$$

である。

また，3 点 A, E, F が一直線上にあるとき，$k=\boxed{\text{カ}}$ である。

Ⅲ　【数学 ① のみ解答】

次の問いに答えよ。（配点　40）

(1)　次の空所を埋めよ。

i を虚数単位とする。$\alpha = \left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^2$ とおくと，α の偏角は，$\arg\alpha = \boxed{\text{ア}}$ である。

ただし，$0 \leqq \boxed{\text{ア}} < 2\pi$ とする。

次に，$\beta = 2\alpha^2$，$\gamma = 3\alpha^{15}$ とおくと，$\beta = \boxed{\text{イ}} + \boxed{\text{ウ}}\,i$ であり，

$\gamma = \boxed{\text{エ}}$ である。このとき，複素数平面上の 3 点 A(α)，B(β)，C(γ) について，

$\triangle$ABC の重心を G(z) とするとき，$z = \boxed{\text{オ}} + \boxed{\text{カ}}\,i$ である。

ただし，$\boxed{\text{イ}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ は実数とする。

(2)　関数 $f(x) = \dfrac{3x^2-1}{x^3}$　$(x>0)$ について，次の問いに答えよ。

(i)　$f(x)$ を微分して，$f(x)$ の増減表をかけ。ただし，凹凸は調べなくてよい。

(ii)　$a>0$ とする。曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線が原点を通るとき，

定数 a の値を求めよ。

$\boxed{\text{Ⅳ}}$ 【数学 ① のみ解答】

$k>0$ とする。3 曲線 $C_1:\ y=e^{kx}$, $C_2:\ y=e^{2kx}$, $C_3:\ y=e^{6k-kx}$ について，次の問いに答えよ。（配点 40）

(1) C_1 と C_3 の交点の x 座標を求めよ。また，C_2 と C_3 の交点の x 座標を求めよ。

(2) 不定積分 $\displaystyle\int e^{6k-kx}\,dx$ を求めよ。

(3) 3 曲線 C_1 , C_2 , C_3 で囲まれた図形の面積 $S(k)$ を求めよ。

(4) 因数分解を利用して $S(k)$ を変形することにより，極限値 $\displaystyle\lim_{k\to+0}\frac{S(k)}{k}$ を求めよ。ただし，$\displaystyle\lim_{x\to+0}\frac{e^x-1}{x}=1$ が成り立つことを用いてよい。

$\boxed{\mathrm{V}}$ 【数学 ② のみ解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) $k > 0$ とする。座標平面上において，点 P(0, -2) を通り，傾きが k である直線 l の方程式は，$y =$ $\boxed{\text{ア}}$ である。また，点 P を通り，点 (2, -1) を中心とする円 C の半径 r の値は，$r =$ $\boxed{\text{イ}}$ である。
円 C と 直線 l との異なる 2 つの共有点のうち，点 P でない点を Q とするとき，点 Q の x 座標を k を用いて表すと，$x =$ $\boxed{\text{ウ}}$ である。
また，$k = 3$ のとき，線分 PQ の長さは $\boxed{\text{エ}}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n に対して， $S_n = 2n^2 + 3n \ \ (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ が成り立つとする。このとき，数列 $\{a_n\}$ は初項 $\boxed{\text{オ}}$ ，公差 $\boxed{\text{カ}}$ の等差数列である。
また，$\{a_n\}$ に含まれる 11 の倍数を小さい順に並べると，最初の数は $\boxed{\text{キ}}$ であり，2 番目の数は $\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{VI}}$ 【数学 ② のみ解答】

$1 < a < 2$ とし，$f(x) = 1 - x^2$，$g(x) = 1 - (x-a)^2$ とする。

2 曲線 $C_1 : y = f(x) \quad (0 \leqq x \leqq 1)$，$C_2 : y = g(x) \quad (0 \leqq x \leqq 3)$ について，

次の問いに答えよ。（配点 40）

(1) C_1 と C_2 の交点の x 座標を求めよ。また，C_2 と x 軸のすべての交点の x 座標を求めよ。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_1^2 (x-a)^2\,dx$ を計算せよ。

(3) 3 点 $\mathrm{P}(1,\,0)$，$\mathrm{Q}(2,\,0)$，$\mathrm{R}(2,\,g(2))$ について，線分 PQ，線分 QR および C_1, C_2 で囲まれた図形の面積 $S(a)$ を求めよ。

(4) $S(a)$ が最大となるときの a の値を求めよ。ただし，最大値は求めなくてよい。