

数 学

I 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	-2	イ	$\frac{4}{3}$
ウ	4	エ	2
オ	$\frac{3}{5}$	カ	$\frac{5\sqrt{17}}{8}$
キ	$\frac{1}{120}$	ク	$\frac{11}{12}$

II 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	2
イ	$2^n - 1$
ウ	6
エ	$\frac{\pi}{4}$
オ	4
カ	$\sqrt{6}$

Ⅲ 【数学①のみ解答】 ((2)の解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

ア	4	イ	$\frac{4}{3}\pi$
ウ	π		
エ	-1	オ	$\sqrt{3}$

(2)

$$(i) I(a) = \left[x \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} \sin(\sqrt{ax}) \right]_0^{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{a}} \int_0^{\sqrt{a}} \sin(\sqrt{ax}) dx = \sin a + \frac{\cos a - 1}{a}$$

$$(ii) \text{半角公式より, } 2 \sin^2 \frac{a}{2} = 1 - \cos a$$

$$(iii) \frac{I(a)}{a} = \frac{1}{a} \sin a + \frac{\cos a - 1}{a^2} = \frac{1}{a} \sin a - 2 \frac{\sin^2 \frac{a}{2}}{a^2} = \frac{\sin a}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{\sin \frac{a}{2}}{\frac{a}{2}} \right)^2$$

$$\text{よって, } \lim_{a \rightarrow +0} \frac{I(a)}{a} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

IV 【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x) = 4 \frac{2x^2 + 2x - 4}{(2x + 1)^2} = \frac{8(x - 1)(x + 2)}{(2x + 1)^2}$

(2) 増減表は次のようになる。

x	$-\frac{1}{2}$...	1	...
$f'(x)$	/	-	0	+
$f(x)$	/	↘	-4	↗

よって、 $x = 1$ のとき極小値 -4 をとる。

(3) $4x(x - 4) = (2x + 1)(2x - 9) + 9$

よって、商は $2x - 9$ ，余りは 9

(4) 求める面積 S は、

$$\begin{aligned}
 S &= - \int_0^4 \frac{4x(x - 4)}{2x + 1} dx = - \int_0^4 \left(2x - 9 + \frac{9}{2x + 1} \right) dx \\
 &= - \left[x^2 - 9x + \frac{9}{2} \log(2x + 1) \right]_0^4 \\
 &= 20 - 9 \log 3
 \end{aligned}$$

V 【数学②のみ解答】

ア	$2t - 2t^3$	イ	$3t - 4t^3$
ウ	$\frac{1}{4}$	エ	$\frac{1}{8}$
オ	2	カ	1
キ	24	ク	15
ケ	$77k - 58$		

VI

【数学②のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x) = -3x^2 + 3$

(2) 接線 l の方程式は, $y = 3(1 - p^2)(x - p) - p^3 + 3p - k$

整理すると, $y = 3(1 - p^2)x + 2p^3 - k$

(3) $0 = 3(1 - p^2)(-1) + 2p^3 - k$ より $3(1 - p^2)(-1) + 2p^3 = k$

$$k = 2p^3 + 3p^2 - 3$$

(4) $g(p) = 2p^3 + 3p^2 - 3$ とすると,

$$g'(p) = 6p^2 + 6p = 6p(p + 1)$$

$g'(p) = 0$ となるのは $p = 0, -1$ のとき。

増減表は次のようになる。

p	...	-1	...	0	...
$g'(p)$	+	0	-	0	+
$g(p)$	↗	極大 - 2	↘	極小 - 3	↗

$g(p) = k$ の実数解の個数が 3 となる範囲を求めればよいので $-3 < k < -2$