

一般入試前期B日程

数 学

I 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	-1	イ	14
ウ	3	エ	$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$
オ	8	カ	4
キ	$\frac{8}{15}$	ク	$\frac{7}{15}$

II 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	0
イ	$\frac{3}{4}$
ウ	$\frac{1}{4}$
エ	$\frac{a+2}{2}$
オ	$2a+4$
カ	$\frac{a}{4a+8}$

Ⅲ 【数学①のみ解答】 ((2)の解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

ア	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	イ	$\frac{3}{4}\pi$
ウ	$-\frac{1}{4}$	エ	$-\frac{1}{5}$

(2)

$$(i) A + B = \int_0^\pi dx = \pi$$

$$A - B = \int_0^\pi (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int_0^\pi \cos 2x dx = \left[\frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^\pi = 0$$

(ii) (i) より, $A = B = \frac{\pi}{2}$ であるから,

$$I = a^2 A + \int_0^\pi 4 \sin x \cos x dx + \frac{4}{a^2} B = \frac{\pi}{2} \left(a^2 + \frac{4}{a^2} \right) + [-2 \cos 2x]_0^\pi = \frac{\pi}{2} \left(a^2 + \frac{4}{a^2} \right)$$

よって, 相加平均と相乗平均の関係より, $I \geq 2\pi$

$a > 0$ より 等号成立は $a = \sqrt{2}$ のとき。

よって, $a = \sqrt{2}$ のとき, 最小値は 2π

IV

【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $(e^x + e^{-2x})' = e^x - 2e^{-2x}$

(2) $f'(x) = 3 \frac{e^x - 2e^{-2x}}{e^x + e^{-2x}} = 3 \frac{e^{3x} - 2}{e^{3x} + 1}$

また、 $f'(x) = 0$ となるのは、 $e^{3x} = 2$ より、 $x = \frac{1}{3} \log 2$ のとき。

(3) 増減表は次のようになる。

x	...	$\frac{1}{3} \log 2$...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	\searrow	$\log \frac{27}{4}$	\nearrow

$f\left(\frac{1}{3} \log 2\right) = 3 \log (2^{1/3} + 2^{-2/3}) = 3 \log (3 \cdot 2^{-2/3}) = \log \frac{27}{4}$

よって、 $x = \frac{1}{3} \log 2$ で極小値 $\log \frac{27}{4}$

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 3 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \log e^x (1 + e^{-3x}) = 3 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \{x + \log (1 + e^{-3x})\} = 3$

V

【数学②のみ解答】

ア	$\frac{3}{4}$	
イ	$\frac{45}{2}$	
ウ	$\frac{8\sqrt{7}}{7}$	
エ	$\frac{4}{35}$	オ $\frac{3}{7}$
カ	3	
キ	2	
ク	4	

VI

【数学②のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $y' = 4x - 3$ より, l_1, l_2 の傾きはそれぞれ $-3, 5$

よって, $l_1: y = -3x + 3, l_2: y = 5x - 5$

(2) l_1 と l_2 の交点は $(1, 0)$ である。

よって, 求める面積は

$$\int_0^1 \{(2x^2 - 3x + 3) - (-3x + 3)\} dx + \int_1^2 \{(2x^2 - 3x + 3) - (5x - 5)\} dx$$

$$= \int_0^1 2x^2 dx + \int_1^2 (2x^2 - 8x + 8) dx = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

(3) $g(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9$ である。

$g'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x - 1)(x - 2) = 0$ のとき, $x = 1, 2$

増減表は次のようになる。

x	...	1	...	2	...
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	↗	-4	↘	-5	↗

$x = 1$ で極大値 $-4, x = 2$ で極小値 -5 をとる。

(4) $y = |g(x)|$ のグラフと直線 $y = k$ の交点が 4 つになる k の値の範囲を

求めればよいから, $4 < k < 5$