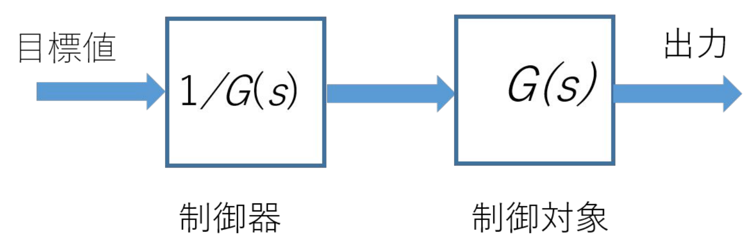
研究室 **システム制御研究室**　教員名 **加瀬　渡**　カテゴリー IT・IoT・AI・ロボティクス

インタラクタを用いた制御系の解析・設計

1. はじめに

自動制御の目的…制御対象の出力を目標値と一致させるような入力を合成すること。

この目的に対して以下のような構成を考える。



制御対象の伝達関数$G(s)$

$$G(s)=\frac{N(s)}{D(s)}$$

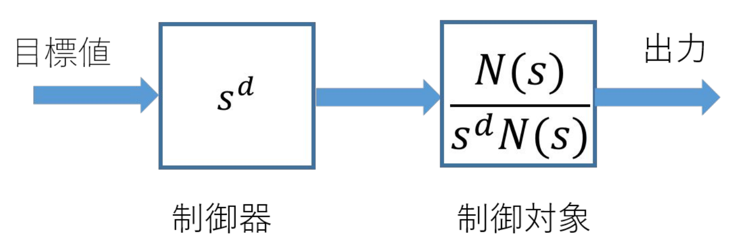
ただし、$D(s), N(s)$は多項式で、

$$\deg D(s)=n, \deg N(s)=m, d=n-m$$

とする。状態フィードバックにより、

$$D(s)=s^d N(s)$$

とすれば、上図は、



実際には、制御器s^dは自由度があるので、以下のように定義される。

$$\lim_{s\to\infty} L(s)G(s)=K \text{ (正則行列)}$$

上式を満たす多項式行列$L(s)$を$G(s)$の**インタラクタ**という。

例えば、

$$G(s)=\begin{bmatrix}\frac{b_1}{s+a_1} & \frac{b_2}{s+a_2}\\ \frac{b_3}{s+a_3} & \frac{b_4}{s+a_4}\end{bmatrix}$$

の場合、$b_1b_4-b_2b_3\neq 0$　ならば

$$L(s)=\begin{bmatrix}s & 0\\ 0 & s\end{bmatrix}$$

であるが、$b_1b_4-b_2b_3=0$　ならば

$$L(s)=\begin{bmatrix}s & 0\\ -\frac{b_3}{b_1}s^2 & s^2\end{bmatrix}$$

かも知れない。さらに、

$$a_1+a_4=a_2+a_3$$

ならば、さらに異なる構造となる。

2. インタラクタの簡単な導出法

一般に、伝達関数の次数構造とパラメータの情報が必要となるため、導出法は複雑。

⇒　インタラクタが満たすべき関係式（武藤、市川、1987）

擬似逆行列を利用して解く方法を提案

- 標準的なソフトで利用可能
- 数値解析的に安定な解法
- 得られるインタラクタは離散時間系で全域通過特性を有する。

⇒特異な重みを有するLQ問題の解

3. 制御系の解析への応用

i)　不変零点の計算

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix}A-sI & B\\ C & D\end{bmatrix}<n+\min(m,p)$$

を満たすsを**不変零点**という。

(A,B,C,D):　$G(s)$の状態実現

$A: n\times n, B: n\times m, C: p\times n$

※ Dがフルランクでないとき、計算は困難

⇒インタラクタを乗じてフルランク化

ii)　多項式行列の行（列）プロパー化

多項式行列$D(s)$が列プロパーなら

$$[\widetilde{D}(s) \quad -U(s)]\begin{bmatrix}D(s)\\ I\end{bmatrix}=0$$

を満たす行プロパーな$\widetilde{D}(s)$, ユニモジュラ$U(s)$を計算できる（多項式ベクトル空間の最小次数基底）

※ 列プロパーでないとき、インタラクタを乗じて列プロパー化

iii)　インナー・アウター分解への応用

安定な縦長伝達関数行列$G(s)$は

$$G(s)=G_i(s)G_o(s),$$

$G_i^T(-s)G_i(s)=I, G_o^{-1}(s)$は安定と分解できる。

※ Dがフルランクでないとき、計算は困難

⇒インタラクタを乗じてフルランク化

iv)　ディスクリプタシステムの解析

状態方程式

$$sEx(t)=Ax(t)+Bu(t)$$

において、Eは非正則だが$sE-A$は正則である場合、

$$x(t)=(sE-A)^{-1}Bu(t)$$

は必ずしもプロパーな入出力関係とならない。

※　$sE-A$のインタラクタの次数が2次以上ならばインパルスモードが存在する。

4. 制御系設計への応用

i)　観測ノイズの最小化

n次の制御対象は$n-1$次の制御器で安定化可能⇒$n+\alpha$次の制御器を用いて新たに生じた自由度でノイズ対策

⇒多項式行列の拡張割算アルゴリズムと安定化制御器のパラメータ化

ii)　モデル規範形適応制御系

制御対象の次数構造は既知であるがパラメータは未知である制御対象に対して、従来は左下三角構造のインタラクタの対角要素の次数が既知と仮定

…この次数決定にはパラメータの情報も必要⇒genericなインタラクタを利用

iii)　特異な重みを有するLQ問題

離散時間系では、評価関数の入力重みを0としたLQ問題は可解

⇒制御対象が最小位相系の場合、全域通過特性を有するインタラクタを用いた逆インタラクタ化により達成される。

iv)　擬似インナー化制御

非最小位相系の場合、逆インタラクタ化では安定な制御系が構成できない。

⇒反安定な零点を鏡像の位置に移して逆インタラクタ化＝伝達関数行列の擬似的なインナー化

v)　H_∞ 制御

標準問題では、一般化制御対象

$$G(s)=\begin{bmatrix}G_{11}(s) & G_{12}(s)\\ G_{21}(s) & G_{22}(s)\end{bmatrix}$$

$$G_{ij}(s)=C_i(sI-A)^{-1}B_j+D_{ij}$$

においてD_{12}, D_{21}はフルランクが必要

※　D_{12}, D_{21}がフルランクでないとき、$G_{12}(s), G_{21}(s)$にインタラクタを乗じてフルランク化

vi)　反復学習制御

ある種の反復学習制御系は、インタラクタを用いたモデルマッチング制御系の構成と等価⇒学習ゲイン行列の構造を制限して計算負荷と追従性能のトレードオフを行う設計法の提案

vii)　ディスクリプタシステムへの応用

インタラクタの情報に基づいて、制御対象に対する前置補償器を設計

⇒拡大制御対象に対して内部安定性が保証できる制御器を設計