

大阪工業大学大学院

＜ロボティクス&デザイン工学研究科博士前期課程＞

2025年度第1回一般入試

解答例

ロボティクス&デザイン工学専攻

ロボティクス・システムデザインコース

※空間デザインコースは

「志願者なし」等の理由により、
出題された問題はありません。

解答

問 1.

(1)

$$\frac{25x^4 + 20x^3 + 3x^2 + 100x + 20}{x^6 - 4x^3 + 4}$$

(2)

$$\pi^2 - 4$$

問 2.

(1)

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 0 \\ -4 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

(2)

固有値は 2, 3, 4

$$\text{固有値 2 の時, 固有ベクトルは } t_1 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (t_1 \neq 0)$$

$$\text{固有値 3 の時, 固有ベクトルは } t_2 \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (t_2 \neq 0)$$

$$\text{固有値 4 の時, 固有ベクトルは } t_3 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (t_3 \neq 0)$$

$$A^n = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2^{n+1} - 2 \cdot 3^{n+1} + 2 \cdot 4^n & -5 \cdot 2^n + 2 \cdot 3^{n+1} - 4^n & -2^n + 4^n \\ 2^{n+1} - 4 \cdot 3^n + 2 \cdot 4^n & -5 \cdot 2^n + 4 \cdot 3^n - 4^n & -2^n + 4^n \\ -2^{n+1} + 8 \cdot 3^n - 6 \cdot 4^n & 5 \cdot 2^n - 8 \cdot 3^n + 3 \cdot 4^n & 2^n - 3 \cdot 4^n \end{bmatrix}$$

問 3.

$$(1) \quad y = e^{2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$(2) \quad y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x} + \frac{e^{3x}}{8}$$

問. 図1は軸を回してキャパシタを充電する発電機の構成図で, 発電に用いる素子は DC モータ (図中の (K) 記号) である. J はすべての回転体をまとめた慣性モーメント, D は角速度による粘性抵抗係数 (角速度 ω のとき, $D\omega$ の反トルクを発生する), L, R はそれぞれモータ等価回路のインダクタンスとレジスタンス, C はキャパシタの容量である. DC モータはモータ定数を K として,

- 電流 $i_m(t)$ が流れると, $\tau_m(t) = K i_m(t)$ のトルクを発生し,
- 角速度 $\omega(t)$ で回転すると, $v_m(t) = K \omega(t)$ の電圧を発生する

ものとする. また, 関数の小文字と大文字はラプラス変換による対応を表す.

はじめ, スイッチ SW は開いている. つまり回路に電流は流れず, したがってモータが発生するトルク $\tau_m(t)$ も常に 0 である.

- (1) **SW が開いているとき**の入力トルク $U(s)$ からモータ電圧 $V_m(s)$ までのブロック線図を示せ. ただし一つのブロック中には定数の記号は一つのみとすること. (例: J や $\frac{1}{sD}$ は良いが, $\frac{D}{K}$ は不可. 後者を書きたければ D と $\frac{1}{K}$ に分けること.)
- (2) **SW が開いているとき**の $U(s) \rightarrow V_m(s)$ の伝達関数 $G_1(s)$ を求めよ.

次に SW を閉じる. すると電流が流れることでモータは反トルクを発生する.

- (3) **SW が閉じているとき**の $U(s)$ からキャパシタ電圧 $Y(s)$ までのブロック線図を示せ. その際, (2) の解答を使った $G_1(s)$ という伝達要素ブロックを用いても構わない. それ以外のブロックについては, 1つあたりに書ける記号の制約は (1) と同じとする.
- (4) **SW が閉じているとき**の $U(s) \rightarrow Y(s)$ の伝達関数を求めよ.
- (5) **SW が閉じているとき**, 軸に大きさが 1 の定常トルクを加え続けると, キャパシタの電圧は最終的にいくらになるか求めよ. ただし, キャパシタ電圧の初期値は 0 とする.

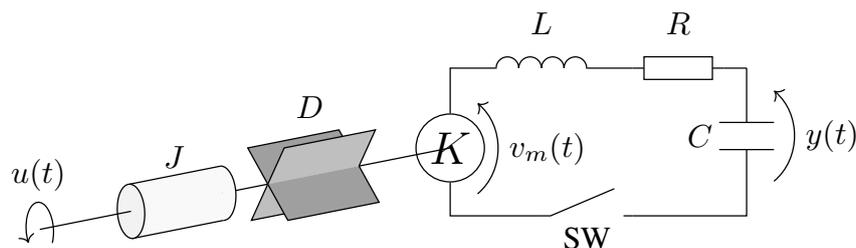
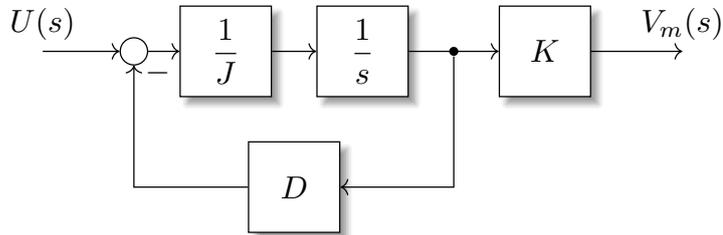


図1 DC モータ発電機

解答

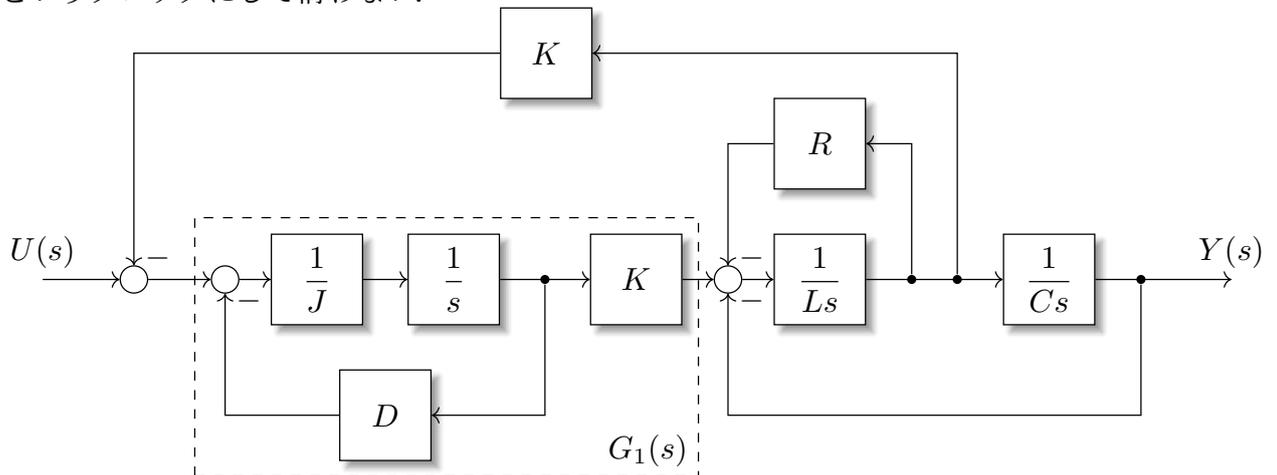
(1) 描き方はこの例以外にほぼないと思うが条件を満たしていればいい。



(2)

$$G_{vu}(s) = \frac{K}{Js + D}$$

(3) 描き方は他にもあるが条件を満たしていればいい。点線部分をひとカタマリの $G_1(s)$ というブロックにして構わない。



(4)

$$G_{yu}(s) = \frac{K}{CJLs^3 + (CJR + CDL)s^2 + (CDR + CK^2 + J)s + D}$$

(5) 以下のように最終値定理より $\frac{K}{D}$.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} G_{yu}(s) \cdot s \cdot \frac{1}{s} = \frac{K}{D}$$

問 1. 図 1 に示すように、長さ l 、厚さ t 、幅が一端 b から他端 a ($b > a$) まで一様に変化する台形形状の板がある。図 2 は、台形形状の板の両端について、一定間隔 l の剛性壁で固定した状態である。ヤング率 E 、線膨張係数 α として、以下の問いに答えよ。

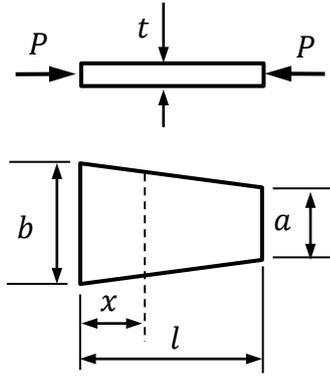


図 1 台形の板

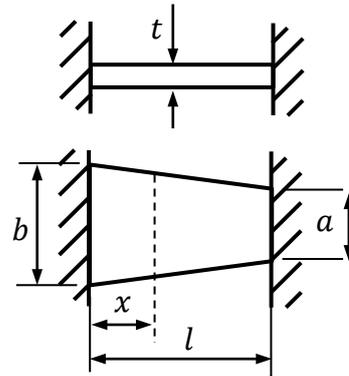


図 2 剛性壁で固定した台形の板

- (1) 図 1 において、板の一端から距離 x の部分の断面積を求めよ。
- (2) 図 1 において、圧縮荷重 P が作用するときの縮み量を求めよ。
- (3) 図 2 の状態で温度を ΔT 上昇させたとき、任意の断面に内部に生じる熱応力を求めよ。

問 2. 図 3 に示すように、質量 m [kg]、半径 a [m] の円板の円周上の点 A が、剛性天井にピン結合されている。円板の中心 O には、ばね定数 k [N/m] のばねが取り付けられていて、右側の剛性壁に連結されている。円板の円周上の下端の点 B には、粘性減衰係数 c のダッシュポットが取り付けられていて、左側の剛性壁に連結されている。静止状態で円板の直線 AOB は鉛直線となった。この円板が微小振動するときの運動を考える。以下の問いに答えよ。ただし、重力加速度を g [m/s²] とする。

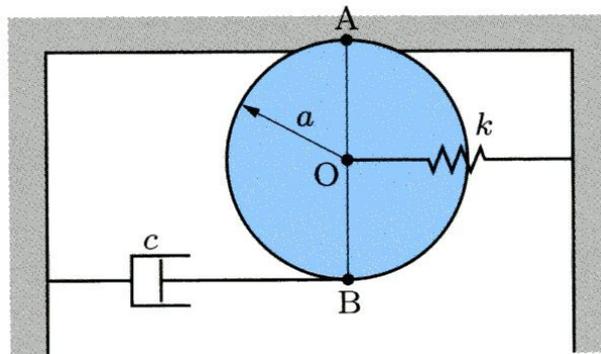


図 3

- (1) 円板の点 A まわりの慣性モーメント J を求めよ。
- (2) 角運動方程式を求めよ。ただし、微小振動であるため、 $\sin \theta \approx \theta$ 、 $\cos \theta \approx 1$ として考えよ。
- (3) 臨界減衰係数 c_c を求めよ。

問 1.

(1) 距離 x のところの幅 c とすると

$$c = a - \frac{a-b}{l}x$$

この部分の断面積 A_x は

$$A_x = ct = \left(a - \frac{a-b}{l}x \right) t$$

(2) 距離 x の微小部分 dx における縮み $d\delta$ を考えると、フックの法則 $\sigma_x = R \frac{d\delta}{dx}$ から

$$d\delta = \frac{\sigma_x}{E} dx = \frac{P}{EA_x} dx = \frac{P}{Et} \frac{dx}{\left(a - \frac{a-b}{l}x \right) t}$$

長さ l で積分をして

$$\begin{aligned} \delta &= \int_0^l d\delta = \frac{Pl}{Et} \int_0^l \frac{1}{al - (a-b)x} dx = \frac{Pl}{Et} \left[\frac{\log \{al - (a-b)x\}}{b-a} \right]_0^l \\ &= \frac{Pl}{Et(b-a)} (\log bl - \log al) = \frac{Pl}{Et(b-a)} \log \frac{b}{a} \end{aligned}$$

(3) 壁による拘束がない自由膨張での伸び量は

$$\delta = \alpha \Delta T l$$

壁の間隔は変わらないので伸び量と縮み量が等しく、(2)の結果より壁からの圧縮力は

$$\begin{aligned} \frac{Pl}{Et(b-a)} \log \frac{b}{a} &= \alpha \Delta T l \\ P &= \frac{\alpha \Delta T E (b-a)}{\log \frac{b}{a}} \end{aligned}$$

板の幅が場所によって異なるため、熱応力も異なる。任意の断面 A_x に生じる熱応力 σ_x は

$$\sigma_x = \frac{P}{A_x} = \frac{\alpha \Delta T E (b-a)}{\left(a - \frac{a-b}{l}x \right) \log \frac{b}{a}}$$

問2.

(1) 円板の点Oまわりの慣性モーメント J_O は,

$$J_O = \frac{1}{2}ma^2$$

で与えられるので, 平行軸の定理を利用すると, 円板の点Aまわりの慣性モーメント J は,

$$J = ma^2 + J_O = ma^2 + \frac{ma^2}{2} = \frac{3}{2}ma^2$$

(2) 静止状態から, 反時計回りに θ 座標をとる. いま, 円板は θ だけ角変位し, $AO'B'$ になったとする. このとき, 点Oは円周方向の右方に $a\theta$ だけ変位するので, 水平方向には $a\theta \cos \theta$ だけ移動する. 円板の点B'の角速度を $\dot{\theta}$ とすれば, 点B'の円周方向の移動速度は $2a\dot{\theta}$ となる. 一方, $2a\dot{\theta}$ の水平方向成分は $2a\dot{\theta} \cos \theta$ となる. また, 円板の中心O'には, 下方に mg の重力がはたらく. これより, 円板の点O'がばねから左方に押される力は, $k \times a\theta \cos \theta$, ダッシュポットが点B'を左方に引く力は $c \times 2a\dot{\theta} \cos \theta$ となることから, 円板の点Aまわりの慣性モーメントを J とすると角運動方程式は,

$$-J\ddot{\theta} - 2a \times (c \times 2a\dot{\theta} \cos \theta) \cos \theta - a(k \times a\theta \cos \theta) \cos \theta - a \times (mg \sin \theta) = 0 \quad (1)$$

となる.

ここで, 角変位 θ は微小であるので, $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$ として式(1)に適用して整理すれば,

$$-J\ddot{\theta} - 4a^2c\dot{\theta} - (ka^2 + amg)\theta = 0$$

となる. $J = \frac{3ma^2}{2}$ より

$$\ddot{\theta} + \frac{8c}{3m}\dot{\theta} + \frac{2(ka + mg)}{3ma}\theta = 0$$

(3) $\ddot{\theta} + \frac{8c}{3m}\dot{\theta} + \frac{2(ka + mg)}{3ma}\theta = 0$ を $\ddot{\theta} + 2\alpha\dot{\theta} + \omega_n^2\theta = 0$ とすると,

$$\alpha = \frac{4c}{3m} \quad (2)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2(ka + mg)}{3ma}} \quad (3)$$

であり, 次式を満たす粘性減衰係数 c が臨界減衰係数 c_c となる.

$$\alpha^2 - \omega_n^2 = 0 \quad (4)$$

式(4)に式(2)と(3)を代入して,

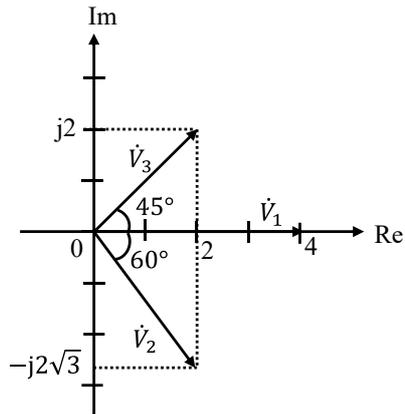
$$\left(\frac{4c_c}{3m}\right)^2 - \frac{2(ka + mg)}{3ma} = 0$$

$$c_c = \sqrt{\frac{3m(ka + mg)}{8a}}$$

問1.

(1) $\dot{V}_1 = 4\angle 0^\circ$ [V], $\dot{V}_2 = 4\angle -60^\circ$ [V], $\dot{V}_3 = 2\sqrt{2}\angle 45^\circ$ [V]

フェーザ図は以下のとおり



(2) $I_1 = 3.61$ [A], $I_2 = 3.26$ [A], $I_3 = 0.355$ [A]

問2.

(1) 図3より、この回路の電流は電圧より位相が遅れているので、回路は RL の直列回路である.

(2) $R = 100$ [Ω]

$$L = \frac{\sqrt{3}}{10\pi} \text{ [H]}$$

問3.

(1) $R_0 = 0.6$ [Ω], $V_0 = 12$ [V]

(2) $R = 0.6$ [Ω]

(3) 60 [W]