一般入試前期Ｂ日程

物　理

$\boxed{\text{I}}$ 空所を埋め，問いに答えよ。$\boxed{\text{ウ}}$ は選択肢{　　}の中から適切なものを選べ。重力加速度の大きさを g とする。（配点 60）

図１のように，水平面からの傾きが角 θ のあらい斜面上で，質量 m で大きさが無視できる物体の運動を考える。斜面の最大傾斜方向に沿って下向きに x 軸をとる。x 軸上で，斜面下端Ａから距離 L となる斜面上方の点を原点Ｏにとる。斜面と物体との間の静止摩擦係数を μ，動摩擦係数を μ' （$\mu' < \mu$）とする。

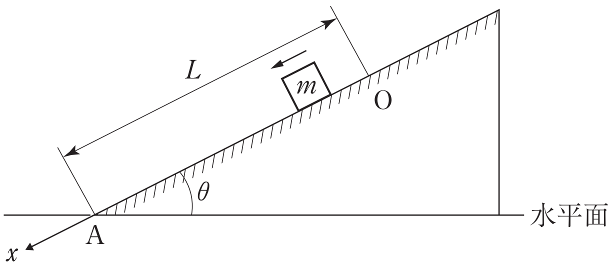


図１

（１） 物体を点Ｏに置いて静かに手を離したところ，物体は x 軸に沿って斜面をすべりおり，点Ａまで移動した。物体には重力と斜面から受ける垂直抗力と動摩擦力がはたらく。

問１　物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

問２　動摩擦力の大きさを求めよ。

問３　物体が点Ｏから点Ａまで移動する間に，垂直抗力が物体にした仕事を求めよ。

問４　点Ａにおける物体の運動エネルギー K_L を g，m，L，θ，μ' を用いて表せ。

問５　位置 x における物体の運動エネルギー K を示したグラフを解答欄に描け。ただし，$0 \leqq x \leqq L$ とする。解答欄には $x = L$ での運動エネルギー K_L を黒丸（●）で示してある。

（２） ばね定数が k で，長さ L の軽いばねがある。図２のように，ばねの一端を点Ａに固定し，x 軸に沿ってばねを置いた。ばねの他端に物体を取り付け，点Ｏに静かに置いた。ばねは x 軸方向だけに伸び縮みし，斜面からはなれない。以下では，1）と 2）の２つの場合を考える。

1）　角 θ が小さい場合，物体を静かにはなすと，物体は点Ｏで静止したままであった。このときの物体にはたらく静止摩擦力の大きさは $\boxed{\quad\text{ア}\quad}$ である。

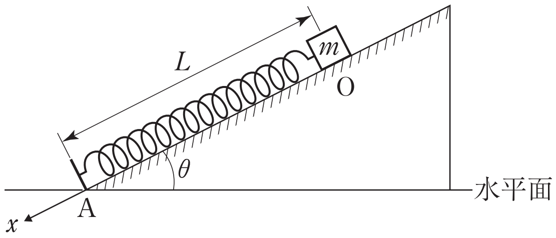


図2

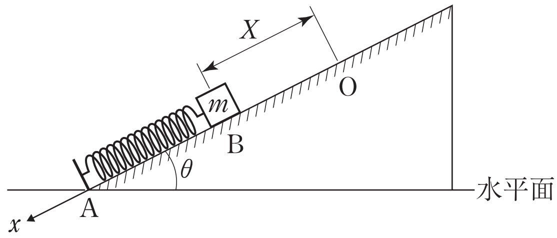


図3

2）　角 θ が大きい場合，物体を静かにはなすと，物体は斜面上を下へすべり始めた。そのときの位置 x での物体の運動方程式は，物体の加速度を a とすると，

$$ma = \boxed{\quad イ \quad}$$

となる。この式は $ma = -k(x - x_0)$ の形にすることができ，物体は
位置 $x = \boxed{ウ}$ $\{0,\ x_0,\ -x_0\}$を中心とする単振動を行うことを表している。

すべりおりる物体は，図3のように，長さ X だけばねを押し縮めて点Bで静止し，その後，物体が再び x 軸の負の向きにすべり上った。物体が点Oからすべり出してから点Bで静止するまでの間に，ばねに蓄えられたエネルギーは k，X を用いて $\boxed{\quad エ \quad}$ と表される。

問6　X を g，k，m，θ，μ' を用いて表せ。

点Bでは，物体にはたらくばねの力と重力の x 成分との合力 R は，

$$R = mg\sin\theta - kX$$

となる。この式と問6の結果から R は次式となる。

$$R = -mg(\sin\theta - \boxed{\quad オ \quad} \times \cos\theta)$$

ここで，物体がすべり上がるためには，合力の大きさ $|R|$ が最大摩擦力の大きさよりも大きい必要がある。このとき，$\tan\theta$ の値については，μ と μ' を用いて $\tan\theta > \boxed{\quad カ \quad}$ の関係が成り立つ。

$\boxed{\text{II}}$ 空所を埋め，問いに答えよ。空所 $\boxed{\text{ア}}$ は語句で埋め，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$ は選択肢{　　}の中から最も適切なものを選べ。(配点 45)

図1のように $y \geqq 0$，$-d < y < 0$，$y \leqq -d$（$d > 0$）の領域をそれぞれ領域I，II，IIIとする。これらの領域は真空である。領域IおよびIIIには，磁束密度の大きさが B の一様な磁場（磁界）が，紙面の裏から表に向かう向きに存在する。一方，領域IIには磁場は存在せず，y 軸の正の向きに一様な電場（電界）が存在する。領域Iの電位は0，領域IIIの電位は V（$V > 0$）である（つまり，電位は領域IIでのみ変化する）。電気量 q（$q > 0$）の電荷を持ち，大きさの無視できる質量 m の粒子の運動について考える。

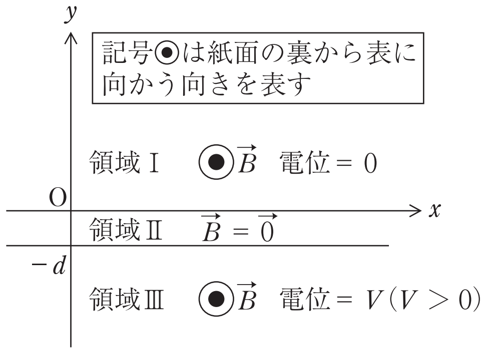


図1

時刻 $t = 0$ にて，原点Oから粒子を y 軸の正の向きに速さ u で発射すると，粒子は磁場から $\boxed{\text{ア}}$ 力を向心力として受けて図2のような半径 R の円軌道を描き，やがて領域IIに到達する。半径 $R =$ $\boxed{\text{イ}}$ であり，領域IIに到達する時刻 τ は q，B を含む式で表すと，$\boxed{\text{ウ}}$ である。なお，以下の問題では，領域IIの幅 d は粒子の円運動の半径に比べて十分に小さく，粒子が領域IIを通過する時間は無視する。

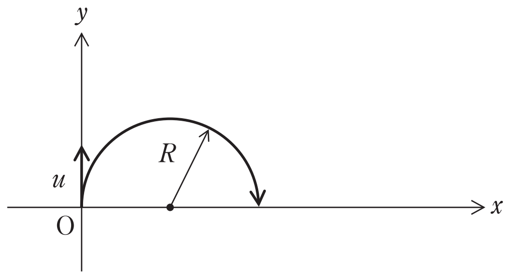
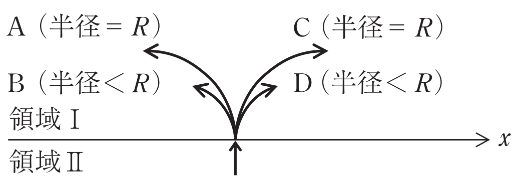


図2

（1） V が時刻によらず一定の場合を考える。

1） 粒子は領域IIでは y 軸の正の向きに力を受けるので，領域IIIに進入できない場合がある。その場合，領域IIで静止した後の粒子の軌道を表す最も適切なものは図3の $\boxed{\text{エ}}$ {A，B，C，D}である。



（領域IのA～Dはすべて円軌道）

図3

2） $u >$ $\boxed{\text{オ}}$ の条件を満たせば，粒子は領域IIIに進入することができる。粒子が領域IIIに進入した後の運動について考えよう。

領域Ⅲでは，粒子は再び円軌道を描き，やがて時刻 $\boxed{\quad カ \quad}\times \tau$ にて再び領域Ⅱに到達する。この時刻における粒子の x 座標を X とすると，$\boxed{キ}$ $\{X < 0,\ X = 0,\ 0 < X < 2R,\ X = 2R,\ 2R < X < 4R,\ X = 4R,\ X > 4R\}$である。続いて領域Ⅱに入ると，領域Ⅱで粒子は $\boxed{ク}$ {加速, 減速}され，再び領域Ⅰに進入して円軌道を描く。この円軌道の半径は $\boxed{ケ}$ {R より大きい，R に等しい，R より小さい}。

（2） V が時刻 t とともに下式のように変化する場合を考える。ただし，a は正の定数である。

$$V(t) = at$$

領域Ⅱを通過する時間は短いため，その間の V の変化量は無視する。

問１　発射直後における粒子の運動エネルギーを K とする。粒子が領域Ⅱを越えて領域Ⅲに進入するために，K がみたすべき条件を τ を含む式で答えよ。

粒子は領域Ⅱを越えると領域Ⅲで円軌道を描いて，再び領域Ⅱに到達し，さらに領域Ⅰへと進んだ。

問２　このとき，領域Ⅰにおいて粒子の持つ運動エネルギーを K，τ を含む式で表せ。

また，このとき，領域Ⅰにおいて描かれる円軌道の半径は $\boxed{コ}$ {R より大きい，R に等しい，R より小さい}。

問３　$K = \dfrac{5}{2}qa\tau$ の場合の，時間が十分に経過した後の粒子が持つ最大の運動エネルギーを τ を含む式で答えよ。

Ⅲ　空所を埋め，問いに答えよ。(配点 45)

（1）x 軸上を進む疎密波（縦波）の正弦波がある。この波について，図1は時刻 $t = 0$ s における媒質の変位を x 軸に対して示している。図2は位置 $x = 0$ m における媒質の変位の時間変化を示している。振幅は a である。

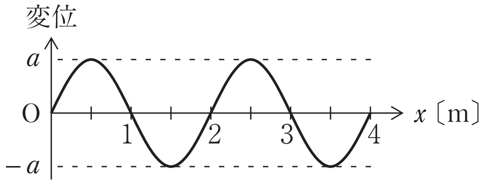


図1

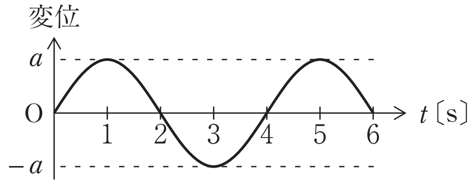


図2

問1　この波の速さを求めよ。

問2　図1において，波の媒質の速度が x 軸の負の向きに最大となる位置 x を図中の0mから4mの範囲ですべて答えよ。

問3　位置 $x = 7.5$ m，時刻 $t = 10$ s のときの波の媒質の変位を求めよ。

（2）通り過ぎる救急車のサイレンの音を聞いたり，電車に乗っているときに踏切の音を聞くとき，音源と観測者の速度の関係によって観測者に聞こえる音の振動数が変化する。この現象を考察しよう。

図3のように，救急車が一定の振動数 f のサイレンを鳴らしながら一定の速さ u で図の破線（----）に沿って右向きに進んでいる。音速を V として，$V > u$ である。観測者は救急車の進路から十分に離れた場所（点O）にて静止したままサイレンの音を聞いている。

救急車は時刻 t_0 に点Aを通過し，その微小時間 $\varDelta t$ 後に点Bを通過した。したがって距離ABは $\boxed{\quad ア \quad}$ である。まず点Aにて時刻 t_0 に救急車のサイレンが発した音波は観測者に時刻 t_1 に届いた。次に点Bで発した音波は観測者に時刻 $t_1 + \varDelta t_1$ に届いた。このとき，微小時間 $\varDelta t$ の間にサイレンから出た音を観測者は微小時間 $\varDelta t_1$ の間に聞いた。∠OABを θ，距離AOを L，距離BOを L' とする。

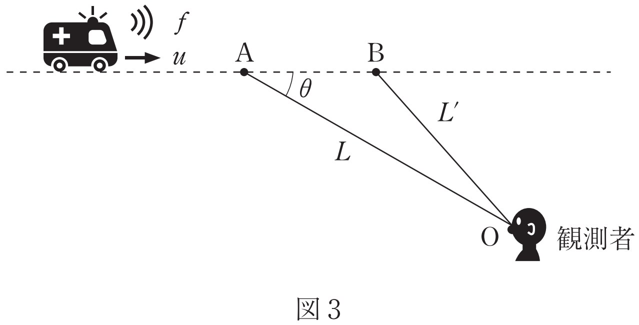


図3

問4　時刻 t_1 を，t_0，V，L を用いて表せ。

問5　時刻 $t_1 + \Delta t_1$ を，t_0，Δt，V，L' を用いて表せ。

問6　問4と問5の結果から Δt_1 を求めよ。ただし t_0 と t_1 は含まないものとする。

△OAB に余弦定理を適用すると，距離 AB と角度 θ を用いて

$$L' = \sqrt{L^2 + \mathrm{AB}^2 - 2L \cdot \mathrm{AB} \cdot \cos\theta} = L\left\{1 + \left(\frac{\mathrm{AB}}{L}\right)^2 - 2\frac{\mathrm{AB}}{L}\cos\theta\right\}^{\frac{1}{2}}$$

と表せる。ここで AB は L に比べてとても小さいとして，その比 $\dfrac{\mathrm{AB}}{L}$ の2乗の項を無視し，さらに x の大きさが十分に小さいときに成り立つ近似式 $(1 + x)^n \fallingdotseq 1 + nx$ を用いると，L と L' の差は次式となる。

$$L - L' = \boxed{\quad ア \quad} \times \cos\theta$$

この式と問6の結果から，Δt_1 と Δt の間の関係式は，L と L' を含まない形で

$$\Delta t_1 = \left(\boxed{\quad イ \quad}\right) \times \Delta t$$

となる。Δt の間にサイレンから出された音波の数と観測者が Δt_1 の間に受ける音波の数は等しいことから，観測者が聞く音の振動数は次式となる。ここで角度 θ は，サイレンがその音を出したときのものとする。

$$\frac{V}{V - u\cos\theta}f$$

救急車が図3の左側の十分遠方にいるとき，観測者に聞こえた音の振動数は f_{L} であった。その後，救急車が右側の十分遠方へ遠ざかったときに観測者に聞こえた音の振動数は f_{R} であった。f_{L}，f_{R}，V のうち必要なものを用いると，救急車の速度 u とサイレンの音の振動数 f はそれぞれ次式で表される。

$$u = \frac{\boxed{\quad ウ \quad}}{f_{\mathrm{L}} + f_{\mathrm{R}}},\quad f = \frac{\boxed{\quad エ \quad}}{f_{\mathrm{L}} + f_{\mathrm{R}}}$$

図3の設定において救急車ではなくスポーツカーが走る場合を考えよう。スポーツカーがクラクションで一定の振動数の音を鳴らしながら破線の進路を一定の速度で右向きに進んでいる。救急車の場合と同様に点 O で静止した観測者がその音を聞いたところ，$f_{\mathrm{L}} = 1000\ \mathrm{Hz}$，$f_{\mathrm{R}} = 600\ \mathrm{Hz}$ であった。

問7　縦軸を観測者が聞く音の振動数，横軸を角度 θ として解答欄の図に描け。ここで $0 < \theta < 180°$ とする。