一般入試前期Ｂ日程

数　学

Ⅰ　【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点　40）

(1)　$a > 0$ とする。3 次方程式 $ax^3 + 12x^2 + (a^2 - 18)x - 54 = 0$ が $x = 2$ を解にもつとする。

このとき，$a =$ $\boxed{\text{ア}}$ であり，$x = 2$ 以外の解は，$x =$ $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　正の実数 r が $4^r = 5$ を満たすとする。

このとき，$\dfrac{2^r + 2^{-r}}{2^r - 2^{-r}} =$ $\boxed{\text{ウ}}$ であり，$\dfrac{r}{\log_8 25} =$ $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3)　1 個のさいころを 3 回続けて投げて，出た目の数を順に $a,\ b,\ c$ とする。

$a,\ b,\ c$ がこの順で公比が 1 でない等比数列となる場合は $\boxed{\text{オ}}$ 通りあり，

$a,\ b,\ c$ がこの順で公差が 0 でない等差数列となる場合は $\boxed{\text{カ}}$ 通りある。

(4)　2 つの変量 $x,\ y$ の値の組 $(2,\ 6),\ (0,\ 2),\ (4,\ -2),\ (2,\ 2)$ について，

x の分散は $\boxed{\text{キ}}$ であり，$x,\ y$ の相関係数は $\boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅱ　【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点　30）

(1)　$\triangle$ABC の 3 辺 BC, CA, AB の長さをそれぞれ a, b, c とする。

次の内積の値をそれぞれ a, b, c を用いて表すと，

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2}$，　$\overrightarrow{\mathrm{BA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{2}$，　$\overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CB}} = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{2}$ である。

また，$\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{2} = \dfrac{\overrightarrow{\mathrm{BA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}}{3} = \overrightarrow{\mathrm{CA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CB}}$ であるとき，

$a : b : c = 2 : \boxed{\text{ウ}} : \boxed{\text{エ}}$ である。

(2)　方程式 $\sin^2 x + \cos x + a = 0$ が実数解をもつような定数 a の値の範囲は，

$\boxed{\text{オ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{カ}}$ である。また，$a = \boxed{\text{カ}}$ のとき，この方程式は

$0 \leqq x < 2\pi$ の範囲において実数解 $x = \boxed{\text{キ}}$ をもつ。

Ⅲ 【数学 ① のみ解答】

関数 $f(x)=e^{5x}$ について，曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\bigl(a,\ f(a)\bigr)$ における接線を l とする。このとき，次の問いに答えよ。ただし，a は実数とする。（配点　40）

(1) l の方程式を求めよ。

(2) l が原点を通るときの a の値を求めよ。

(3) l の y 切片が正であるとき，接線 l，x 軸および y 軸で囲まれる三角形の面積 $S(a)$ を求めよ。

(4) l の y 切片が正であるとき，(3) で求めた $S(a)$ の最大値を求めよ。

Ⅳ 【数学 ① のみ解答】

2 つの関数 $f(x)=\sqrt{2x+1}$, $g(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{2x+1}}$ について，関数 $y=f(x)$ のグラフと関数 $y=g(x)$ のグラフの交点を $\big(a,\ f(a)\big)$ とする。このとき，次の問いに答えよ。（配点 40）

(1) a の値を求めよ。

(2) 不定積分 $\displaystyle\int f(x)\,dx$ を求めよ。

(3) 曲線 $y=f(x)$， 直線 $x=a$ および x 軸で囲まれる図形の面積 S を求めよ。

(4) $\sqrt{2x+1}=t$ とおき置換積分法を用いて，定積分 $\displaystyle\int_a^{a+1} g(x)\,dx$ の値を求めよ。

$\boxed{\text{V}}$ 【数学 ② のみ解答】

次の空所を埋めよ。（配点　40）

(1) 箱の中に 1 から 3 までの自然数がひとつずつ書かれている 3 枚のカードが入っている。
この中からカードを 1 枚取り出して，書かれた数字を確認してから箱に戻す。
この試行を n 回くりかえすとき，確認した n 個の数の和が偶数である確率を p_n とする。
このとき，$p_1 = \boxed{\text{ア}}$， $p_2 = \boxed{\text{イ}}$ である。
また，p_{n+1} を p_n を用いて表すと，$p_{n+1} = \boxed{\text{ウ}}\, p_n + \boxed{\text{エ}}\,(1 - p_n)$　$(n = 1, 2, 3, \cdots)$
である。よって，$\{p_n\}$ の一般項は $p_n = \dfrac{1}{2}\left(1 + \boxed{\text{オ}}\right)$ である。

(2) xy 平面上の円 $C : x^2 + y^2 - 6x - 2y + 2 = 0$ の半径 r は，$r = \boxed{\text{カ}}$ である。
$k > 0$ とする。直線 $y = kx$ が円 C と接するときの k の値は，$k = \boxed{\text{キ}}$ である。
これより，点 (x, y) が円 C 上を動くとき，$\dfrac{x^2 + xy + y^2}{x^2}$ の最大値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{VI}}$ 【数学 ② のみ解答】

$k > 1$ とする。関数 $f(x) = \left|x^2 - 1\right| - k$ について，次の問いに答えよ。（配点 40）

(1) 方程式 $f(x) = 0$ の実数解を求めよ。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$ の値を求めよ。

(3) $g(k) = \displaystyle\int_0^k f(x)\,dx$ を計算せよ。

(4) $g(k)$ が最小となるような k の値を求めよ。