

普通科高校特別推薦入試

数 学

I 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。 (配点 40)

- (1) 全体集合を $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ とし， $A = \{3, 8, \alpha, \beta\}$ と $B = \{1, 4, 5, 7\}$ を U の部分集合とする。 $A \cap B = \{5\}$ ， $\bar{A} \cup B = \{1, 4, 5, 6, 7\}$ のとき， $\alpha = \boxed{\text{ア}}$ ， $\beta = \boxed{\text{イ}}$ である。ただし， $\alpha < \beta$ である。
- (2) a を実数の定数とする。座標平面上の放物線 $C: y = x^2 + (2a - 3)x + a^2 - 2a + 1$ と x 軸が，異なる 2 つの共有点をもつような a の値の範囲は， $a < \boxed{\text{ウ}}$ である。
また，放物線 C の頂点の x 座標が 1 となるような a の値は， $a = \boxed{\text{エ}}$ である。
- (3) $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \pi$ とし， $\sin \theta = \frac{5}{7}$ とする。
このとき， $\cos \theta = \boxed{\text{オ}}$ であり， $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \boxed{\text{カ}}$ である。
- (4) 10 人の生徒に，国語と数学の 10 点満点の小テストをそれぞれ実施した結果が下の表である。
国語の得点を x 点，数学の得点を y 点とし， x, y の平均値をそれぞれ \bar{x}, \bar{y} とする。

生徒の番号	x	y	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$
1	7	6	4	0	0
2	3	3	4	9	6
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
10	8	7	9	1	3
合計	A	60	64	64	48

(i) 表の A の値は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(ii) x と y の相関係数は $\boxed{\text{ク}}$ である。

II

【数学①・数学②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。 (配点 30)

(1) $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ のとき，

不等式 $\cos 2\theta - 3 \cos \theta + 2 \leq 0$ を解くと， $\boxed{\text{ア}}$ $\leq \theta \leq$ $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) r を正の定数とし，2つの円 C, D をそれぞれ，

$C: x^2 + y^2 = r^2$ ， $D: x^2 - 6x + y^2 - 8y + 21 = 0$ とする。

(i) 円 C と円 D が外接するときの r の値は， $r =$ $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(ii) 円 D が円 C に内接するときの r の値は， $r =$ $\boxed{\text{エ}}$ であり，その接点 P の座標は

$\boxed{\text{オ}}$ である。また，円 C 上の点 P における接線の方程式は $\boxed{\text{カ}}$ である。

III

【数学①のみ解答】

e を自然対数の底とする。関数 $f(x) = \log x$ ($x > 0$) について，次の問いに答えよ。 (配点 30)

(1) $f(x)$ を微分せよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $\left(\frac{1}{e}, f\left(\frac{1}{e}\right)\right)$ における接線の方程式を求めよ。

(3) $k > 0$ とする。直線 $y = kx$ と曲線 $y = f(x)$ が，共有点をもたないような k の値の範囲を求めよ。

IV

【数学②のみ解答】

曲線 $C: y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ と直線 $l: y = -1$ について，次の問いに答えよ。 (配点 30)

(1) 関数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ の極大値を求めよ。

(2) 曲線 C と直線 l の共有点の座標をすべて求めよ。

(3) 曲線 C と直線 l で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

ただし， $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$ (C は積分定数) を用いてもよい。