

一般入試 前期・均等配点型(A日程) 1日目

物 理

I 問いに答え、空所を埋めよ。空気抵抗は無視する。(配点 60)

(1) 図1のように、なめらかな水平面上に一端が固定された軽いばねを置く。他端に質量 m の小球1を手で押し付け、ばねを自然の長さから d だけ縮めて静かにはなしたところ、小球1は、ばねが自然の長さに戻ったときに速さが v_0 となってばねから離れた。その後小球1は、直線上を運動し、同一直線上で静止していた質量 m の小球2に衝突した。衝突後、小球1はその場に静止し、小球2は速さ v_0 で動き出した。



図1

- 問1 ばね定数を求めよ。
- 問2 手をはなしてから小球1がばねから離れるまでの時間を求めよ。
- 問3 ばねから離れた小球1の速さは、小球2と衝突するまで一定 (v_0) となる。この理由として最も適切なものを次のうちから選び、記号で答えよ。
- (a) 小球1の重力による位置エネルギーが運動エネルギーに変わるため
 - (b) 小球1の慣性により運動状態が変わらないため
 - (c) 小球1の運動方向に慣性力がはたらくため
 - (d) ばねの弾性力とその反作用がつりあっているため
- 問4 小球1が小球2に与えた力積の大きさを求めよ。
- 問5 小球1, 2の衝突における反発係数(はね返り係数)を求めよ。

(2) 図2のように、点Oを中心とする半径 R のなめらかな四半円筒が、点A、点Bでそれぞれなめらかな水平面と接続され、固定されている。点Oを原点とし、水平右向きに x 軸、鉛直上向きに y 軸をとる。 $y = R$ の水平面を速さ v_0 で運動していた質量 m の小球は、点Aを通過して四半円筒面上に移った。小球は紙面上を運動するものとし、重力加速度の大きさを g とする。

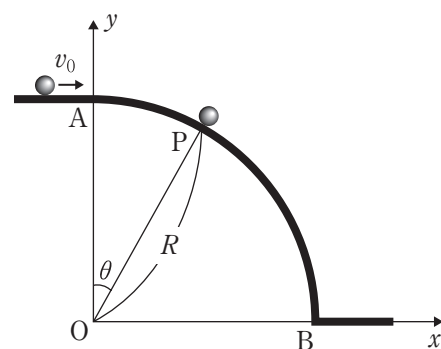


図2

点Aを、Oを中心に時計まわりに角 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) だけ回転した点をPとする。点Pにおける小球の速さを v とするとき、小球には大きさ ア の向心加速度が生じる。四半円筒面が小球に与える垂直抗力の大きさを N とすると、小球の原点方向に対する運動方程式は次のようになる。

$$m \times \text{ア} = -N + mg \cos \theta \quad \text{①}$$

点 A と点 P において小球の力学的エネルギーは等しいから、水平面 $y = 0$ を重力による位置エネルギーの基準にとると、次式が成り立つ。

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgR = \frac{1}{2}mv^2 + \boxed{\text{イ}} \quad \text{②}$$

問6 式①, ②より v を消去し、垂直抗力の大きさ N を m, g, v_0, R, θ を用いて表せ。

問7 小球には、重力の他に四半円筒面からの垂直抗力がはたらいているにも関わらず、式②の力学的エネルギー保存の法則が成立する。この理由を、仕事という語句を用いて説明せよ。

v_0 が $0 < v_0 < \sqrt{gR}$ をみたすとき、小球は四半円筒面に沿って運動したのち、角 $\theta = \theta_1$ ($0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$) で四半円筒面から離れる。このときの小球の速さを v_1 とする。

問8 $\cos\theta_1$ の値を v_0, g, R を用いて表せ。

問9 v_1 を v_0, g, R を用いて表せ。

小球が四半円筒面上を離れた時刻を $t = 0$ とすると、時刻 t ($t \geq 0$) での小球の位置 x, y は、 R, v_1, θ_1, g, t を用いて次式のようになる。

$$x = R\sin\theta_1 + v_1\cos\theta_1 \times t, \quad y = R\cos\theta_1 + \left(\boxed{\text{ウ}} \right) \times t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{③}$$

次に、小球が $\theta = \theta_1$ で四半円筒面から離れたのち、四半円筒面に衝突するのか、もしくは直接水平面 $y = 0$ に落下するのかを考察しよう。式③より、小球の位置 x, y は次の関係式をみたす。

$$x^2 + y^2 = R^2 + \frac{1}{4}g^2t^4 - \left(\boxed{\text{ウ}} \right) \times gt^3 + (v_1^2 - gR\cos\theta_1)t^2 \quad \text{④}$$

ここで式④の右辺の t^2 の係数は、問8, 問9の答えから求められる。

問10 式④を四半円筒面の位置を表す式と比較し、 $t > 0$ で小球がどのような運動をするかを次から選び、その記号と、そのようになる理由を簡潔に答えよ。

- (a) 小球は四半円筒面に衝突せず、 $y = 0$ の水平面に落下する。
- (b) 小球は必ず四半円筒面に衝突する。
- (c) v_0, R の値によって、小球が四半円筒面に衝突する場合としない場合がある。

以下では $v_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}gR}$, $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$ のときを考える。小球が四半円筒面に衝突しないと仮定すると、式③より $t = \sqrt{\frac{\sqrt{3}R}{2g}}$ で $y = 0$ となる。

問11 小球が $\theta = \theta_1$ で四半円筒面から離れて運動したのち、四半円筒面に衝突もしくは水平面 $y = 0$ に落下するまでの軌道を、解答欄の図に記入せよ。

Ⅱ 問いに答えよ。重力加速度の大きさを g 、真空におけるクーロンの法則の比例定数を k_0 、電子の質量を m_e 、電気素量を e とし、地球の自転や空気の影響は考えない。また、数値を問われている場合は、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 、 $k_0 = 9.0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ 、 $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 、 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、 $\sqrt{10} = 3.2$ を用いよ。(配点 45)

- (1) それぞれ質量 m_e 、電気量 e の 2 個の点電荷を考える。1 つを地表に固定し、もう 1 つ (点電荷 1 とする) をその鉛直線上のみを自由に動けるようにする。図 1(a) のように、点電荷 1 を地表から高さ h の位置で静かにはなすと、重力と静電気力が釣りあって点電荷 1 は静止した。ここでは地球の帯電は考えない。

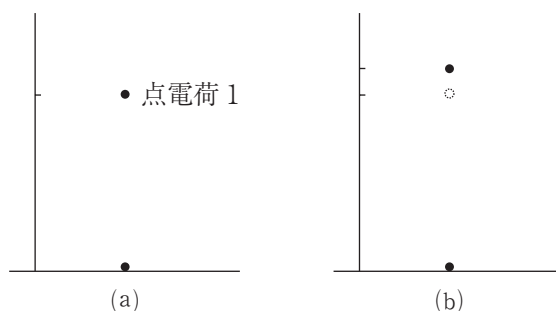


図 1

問 1 高さ h を g 、 k_0 、 m_e 、 e を用いて表せ。

問 2 h を計算すると $h = 5.1 \times 10^n \text{ m}$ となる。指数 n を数値で求めよ。

図 1(b) のように、点電荷 1 を高さ h から a ($a \ll h$) だけ少し持ち上げた。

問 3 地表に固定した点電荷による電位を考える。高さ h の位置を電位の基準にしたとき、点電荷 1 の位置の電位は $- k_0 \frac{e}{h}$ である。空所アを埋めよ。

問 4 点電荷 1 は地表にある点電荷の静電気力による位置エネルギーをもつ。 $|\epsilon| \ll 1$ のときに成立する近似式、 $\frac{1}{1+\epsilon} \doteq 1 - \epsilon + \epsilon^2$ を用いて、 $\frac{a}{h}$ の 2 次 (2 乗の項) まで考えると、持ち上げる前後でこの位置エネルギーの変化量は $-k_0 \frac{e^2}{h} \left(\frac{a}{h} - \text{イ} \right)$ となる。空所イを埋めよ。

問 5 点電荷 1 の位置エネルギー (静電気力による位置エネルギーと重力による位置エネルギーの合計) の変化量は次のうちどれになるか。1 つ選び、記号で答えよ。

- (a) 正 (b) 0 (c) 負

問 6 この状態から点電荷 1 を静かにはなすと、点電荷 1 はその後どのような運動をするか。次から 1 つ選び、記号で答えよ。

- (a) 上昇し続ける (b) 下降し続ける (c) 振動する (d) 静止し続ける

(2) (1) では地球が作る電場（電界）を考慮しなかったが、実際には地球は帯電しているために、地球（球形とする）の中心向きに電場が生じている。地表付近の電場の強さを 100 V/m とする。電場中で電気量 q 、質量 m の点電荷 2 を静かにはなすと、重力と静電気力が釣りあって点電荷 2 は静止した。

問 7 点電荷 2 の電気量 q は正か負のどちらか答えよ。

問 8 点電荷 2 の比電荷（単位質量あたりの電気量）を計算すると電子の比電荷 $\frac{e}{m_e}$ の 5.6×10^n 倍になる。指数 n を数値で求めよ。

地球周辺の電離層などからの影響を考えないとすると、ガウスの法則を用いて地球上空での電場が求められる。図 2 のように、点電荷 2 を地表から地球半径の高さで静かにはなす。このとき、点電荷 2 には地球との間の万有引力と電場による静電気力がはたらく。

問 9 点電荷 2 はその後どのような運動をするか。次から 1 つ選び、記号で答えよ。

- (a) 地球から遠ざかる (b) 地球に近づく (c) 振動する (d) 静止し続ける

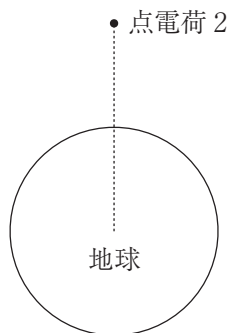


図 2

Ⅲ 空所を埋め、問いに答えよ。イ～エ, キは{ }の選択肢から適切なものを選んで答えよ。以下で扱う気体は、理想気体とする。(配点 45)

(1) 空気中に溶け込める水蒸気量は、温度によって変わる。雲と霧は、どちらも空気中の水蒸気が冷やされて水滴になったものである。ペットボトル内で雲(霧)をつくる実験がある。そのしくみを考えてみよう。

体積 V_0 で変形しない空のペットボトルがあり、ふたが開いている。外気の大気圧は p_0 で、温度は T_0 である。このペットボトルに空気入れて外気を追加し、はじめの a 倍の物質量の空気となったとき、ふたをした。このとき、ペットボトル内の空気の圧力は β 倍となり、温度は T_1 になった。2つの状態を比較すると、 $T_1 = \text{ア} \times T_0$ となる。

この過程を、追加した空気を含めた系の全体で考えると、外力を使って体積を縮めたことになる。この過程が断熱変化であるとするれば、この系は イ {外部から仕事をされた, 外部に仕事をした, 仕事はしてもされてもいない} ことになり、ウ { $T_1 < T_0$, $T_1 = T_0$, $T_1 > T_0$ } となる。ゆえに、エ { $a < \beta$, $a = \beta$, $a > \beta$ } となる。

引き続き、ペットボトルのふたを開けると、内部の空気は外部に広がった。このとき、ペットボトル内の空気が V_0 から V_2 へ膨張し、圧力は βp_0 から p_0 へ変化した。この過程も断熱変化とすれば、圧力 p と体積 V の間には、 $pV^\gamma = (\text{一定})$ の関係が成り立つ。ここで γ は比熱比である。これより、 V_2 は、 β, γ, V_0 を用いて $V_2 = \text{オ} \times V_0$ となる。ペットボトル内の空気の温度 T_2 は、 β, γ, T_1 を用いて、 $T_2 = \text{カ} \times T_1$ となる。

問1 この実験のときのペットボトル内の空気の比熱比が $\gamma = 1.35$ であるとする。図1は、 $y = x^n$ ($n = -0.26, -0.76, -1.26$) のグラフを描いたものである。 $\beta = 1.2$ のとき、ペットボトル内の温度 T_2 は、 T_1 の値の何倍になったか答えよ。

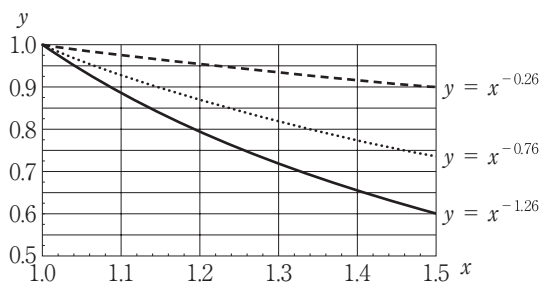


図1: $y = x^n$ のグラフ

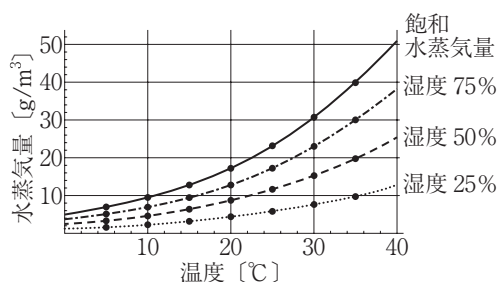


図2: 空気中に溶け込める水蒸気量の温度変化 (1 atm のとき)

図2は、空気中に溶け込める水蒸気量の温度変化を示したものであり、飽和水蒸気量の線が最大の量になる。湿度(相対湿度)は、空気中に含まれている水蒸気量の飽和水蒸気量に対する割合である。いま、ペットボトルのふたを開けたときの温度降下で内部の空気が結露して雲ができるようにしたい。

問2 なるべく多くの雲ができる実験にするためには、どうすればよいか。次から適切なものを選んで記号で答えよ。

ペットボトル内の湿度を{(a) 高くする, (b) 低くする, (c) 外気と同じにする}。

ふたを開ける前後での温度差を{(d) 大きくする, (e) 小さくする, (f) 考慮しなくてよい}。

(2) 熱を継続的に仕事に変換する装置を熱機関という。

気体をシリンダー内に密閉し、熱を加えてピストンを動かし、仕事を取り出す熱機関として蒸気機関がある。この過程の例として、 p - V グラフで描いた熱サイクルを図3に示す。蒸気機関では、この p - V グラフ上を **キ** {時計まわり, 反時計まわり, 両方向交互} に気体の状態が変化し、囲まれた部分の面積が1サイクルの過程で気体が外部にする仕事になる。

これとは逆に、仕事によって温度を下げる装置もある。冷蔵庫のしくみとして広く使われているものに、冷媒と呼ばれる物質を次のように循環させる方法がある (図4)。

- (a) 気体の状態の冷媒をコンプレッサーで圧縮し、高圧の状態にする。
- (b) 冷媒を長く細いパイプ (放熱器) に通して外気温と同じにすると、冷媒は液体になる。
- (c) 冷媒を細い管 (キャピラリーチューブ) から広い管に霧状に飛散させる蒸発器を通すと、圧力が下がり、冷媒は液体から気体へと変化する。
- (d) 冷媒を再びコンプレッサーへ戻す。

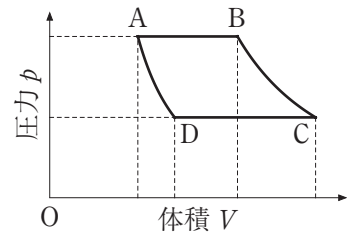


図3

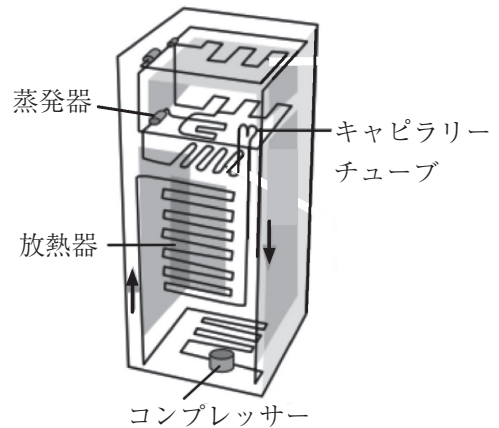


図4：冷蔵庫の冷媒が移動する経路

問3 冷媒が冷蔵庫内から熱を奪うのは、上記の(a), (b), (c), (d)のどの過程か。理由をつけて答えよ。

物体の温度を変化させる過程では、作用させる仕事を含めて熱の移動を考える必要がある。たとえば、ヒートポンプでは、外部から仕事 W を加えることにより、低温物体から Q_1 の熱量を受け取って、高温物体へ Q_2 の熱量を放出する。このとき、 $Q_1 + W = Q_2$ が成り立つ。

問4 外部との熱の出入りがない密閉された部屋に、電源の入った冷蔵庫がある。冷蔵庫の扉を開けて十分に時間が経過すると、部屋の温度はどうなるか。上がる・下がる・変わらない、のいずれかを選び、その理由を記せ。理由には次の用語のうち、必要なものを用い、その用語に下線を引け。

用語：「エネルギー保存の法則」「熱力学第一法則」「熱力学第二法則」「ボイル・シャルルの法則」