一般入試 前期・均等配点型（A日程）2日目

数 学

I 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。　（配点 40）

(1) i を虚数単位とし，k を実数の定数とする。

複素数 $\alpha = 3 + \sqrt{3}\,i$ が，2 次方程式 $x^2 - 6x + k = 0$ の解であるとき，

$k =$ $\boxed{\text{ア}}$ であり，α 以外の解を β とすると，$\dfrac{\beta}{\alpha} = \dfrac{1}{2} -$ $\boxed{\text{イ}}$ i である。

(2) 方程式 $2^{2x+1} - 2^x = 0$ を解くと，$x =$ $\boxed{\text{ウ}}$ である。

また，方程式 $4^x - 2^{x+1} = 35$ の解を a とすると，

$n \leqq a < n + 1$ を満たす整数 n の値は，$n =$ $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3) $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ において，$\cos\left(\theta + \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{3}$ であるとき，$\cos\theta - \sin\theta =$ $\boxed{\text{オ}}$ であり，

$\sin\theta + \cos\theta =$ $\boxed{\text{カ}}$ である。

(4) a, a, b, b, c の 5 文字すべてを 1 列に並べる並べ方の総数は $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。

このうち，同じ文字が隣り合わない並べ方の総数は $\boxed{\text{ク}}$ 通りある。

Ⅱ **【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】**

次の空所を埋めよ。　（配点 30）

(1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 1,\ a_{n+1} = \dfrac{a_n}{4a_n + 3}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定める。このとき，

$a_3 = \boxed{\text{ア}}$ である。数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \dfrac{1}{a_n}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定めると，

すべての自然数 n について，

$$b_{n+1} + \boxed{\text{イ}} = \boxed{\text{ウ}} \left(b_n + \boxed{\text{イ}} \right)$$

が成り立つ。ただし，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ は n を含まない定数とする。

したがって，$\{a_n\}$ の一般項は，$a_n = \boxed{\text{エ}}$ である。

(2) $\mathrm{O}\,(0, 0, 0)$ を原点とする座標空間内の 3 点 $\mathrm{A}\,(6, -3, 0)$，$\mathrm{B}\,(5, 0, 0)$，$\mathrm{C}\,(3, -2, -2)$ について，

$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \boxed{\text{オ}}$ であり，$\cos\angle\mathrm{AOB} = \boxed{\text{カ}}$ である。

また，四面体 OABC の体積を V とするとき，$V = \boxed{\text{キ}}$ である。

$\boxed{\text{Ⅲ}}$ **【数学 ① のみ解答】**

関数 $f(x) = (x^2 - x + 1)\,e^x$ について，次の問いに答えよ。　（配点 40）

(1)　$f(x)$ を微分せよ。

(2)　曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1,\ f(1))$ における接線の方程式を求めよ。

(3)　$f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(4)　a , b を正の定数とし，$g(x) = (ax^2 + b)\,e^x$ とする。

$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)} = 4$ かつ $f'(1) = g'(1)$ が成り立つとき，a , b の値を求めよ。

$\boxed{\text{IV}}$ **【数学 ① のみ解答】**

関数 $f(x) = x\,(\log x - 2)$ について，次の問いに答えよ。　（配点 40）

(1)　$f(x)$ を微分せよ。

(2)　$x \geqq 1$ において，$f(x)$ の増減を調べ，最小値を求めよ。

(3)　部分積分法を用いて，不定積分 $\displaystyle\int x \log x \, dx$ を求めよ。

(4)　曲線 $y = f(x)$ $(x \geqq 1)$ ，x 軸 および 直線 $x = 1$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

$\boxed{\text{V}}$ 【数学 ② のみ解答】

次の空所を埋めよ。　（配点 40）

(1) 関数 $f(x)=\displaystyle\int_0^x t(1-t)\,dt$ について，$f(1)=\boxed{\quad ア \quad}$ であり，$f'(x)=\boxed{\quad イ \quad}$ である。

また，関数 $g(x)=\displaystyle\int_0^x |\,t(1-t)\,|\,dt$ について，$g\left(\dfrac{3}{2}\right)=\boxed{\quad ウ \quad}$ であり，

$\displaystyle\int_1^2 g(x)\,dx=\boxed{\quad エ \quad}$ である。

ただし，$\displaystyle\int x^3\,dx=\frac{x^4}{4}+C$（$C$ は積分定数）を用いてもよい。

(2) 箱の中に 1 から 10 までの数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。

この中から 2 枚のカードを同時に引く。

(i) 引いた 2 枚のカードに書かれた数がともに偶数である確率は $\boxed{\quad オ \quad}$ である。

(ii) 引いた 2 枚のカードに書かれた数の和が 17 以上となる確率は $\boxed{\quad カ \quad}$ である。

(iii) 引いた 2 枚のカードに書かれた数の積が偶数である確率は $\boxed{\quad キ \quad}$ である。

(iv) 引いた 2 枚のカードに書かれた数の積が 4 の倍数である確率は $\boxed{\quad ク \quad}$ である。

$\boxed{\text{VI}}$ **【数学 ② のみ解答】**

関数 $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6x$ について，次の問いに答えよ。　（配点 40）

(1) $f(x)$ を微分せよ。

(2) $f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(3) $g(\theta) = -3\cos^2\theta + 2\cos\theta + 2\sin\theta\sin 2\theta$ とする。

$\cos\theta = x$ とおくとき，$\sin\theta\sin 2\theta$ および $g(\theta)$ をそれぞれ x の式で表せ。

(4) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ において，(3) で定めた $g(\theta)$ の最大値および最小値を求めよ。